

Konstrukcje metalowe II

Wykład VII

Konstrukcje ciągnowe

Spis treści

Wprowadzenie → #t / 3

EN 1993-1-11 → # t / 14

Obciążenia → # t / 52

Obliczenia statyczne i dynamiczne konstrukcji ciągnowych → # t / 71

Przykłady → # t / 85

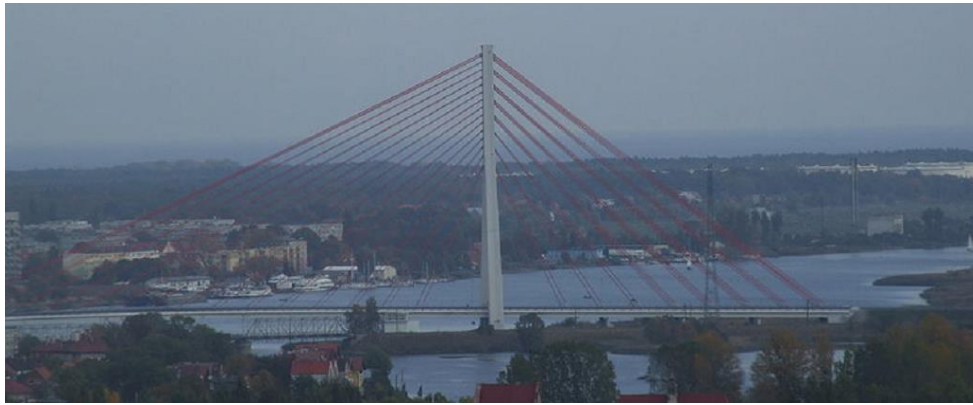
Zagadnienia egzaminacyjne → # t / 96

Wprowadzenie

Przedstawione poprzednio konstrukcje liczone są w oparciu o EN 1993-1-1 lub EN 1993-1-5. Dla konstrukcji ciągnowych opracowany jest odrębny Eurokod:

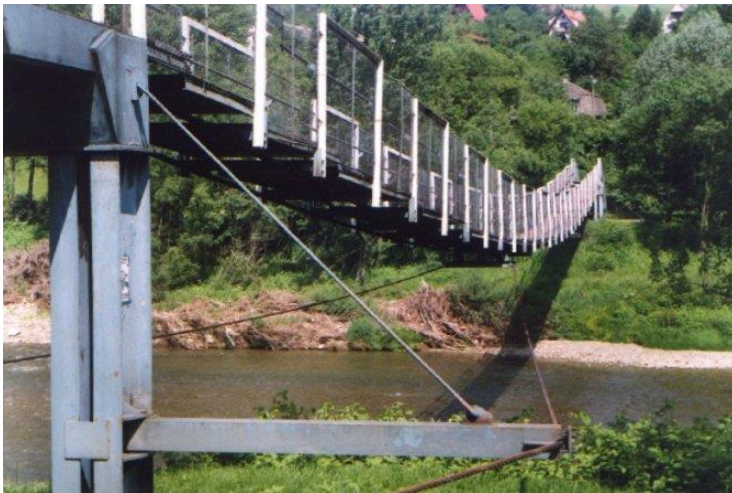
EN 1993-1-11 Projektowanie konstrukcji stalowych; konstrukcje ciągnowe

Rys: wikipedia



Mosty (podwieszane, wiszące, wstęgowe, łukowe)

Rys: wikipedia



Rys: footbridge.pl



Rys: wikipedia

Dachy podwieszane



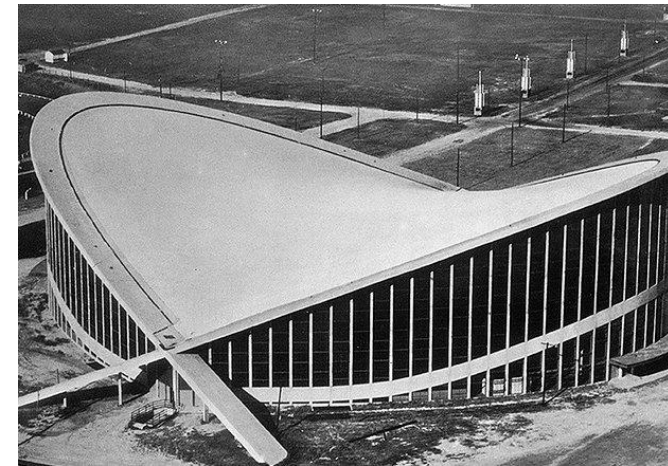
Rys: wikipedia



Rys: gwe24.pl



Rys: greatbritain.pinger.pl



Rys: bryla.pl



Rys: wikipedia



Przewody trakcyjne

Rys: wikipedia



Rys: wikipedia



Rys: wikipedia



Rys: honigmann.com



Rys: radiomap.eu



Rys: fompo.com

Odciaży



Rys: halfen.com

Cięgna w kratownicach

Rys: fachowydekarz.pl



Rys: wikipedia



Rys: winda-sc.pl



Rys: wikipedia



Rys: wikipedia

Liny nośne w transporcie

Bariery



Rys: krantech.pl



Rys: prowerk.pl

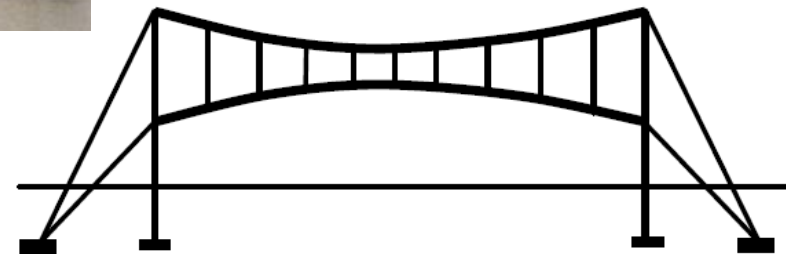
Konstrukcje cięgnowe 2D & 3D

Przykładem płaskiej konstrukcji cięgnowej (2D) jest kratownica Jawertha: specjalny typ kratownicy, w której pasy są wykonane z cięgien a wykratowanie ze sztywnych prętów kratowych

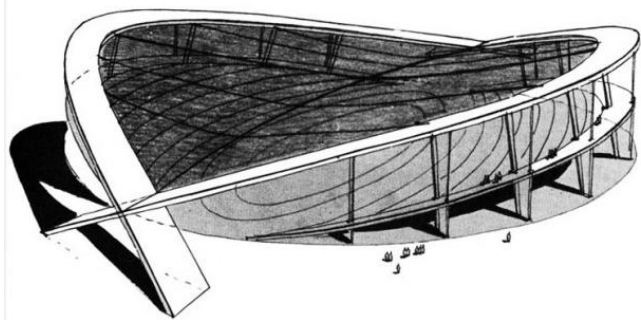


Rys: footbridge.pl

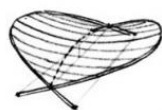
Rys: chodor-projekt.net



Przestrzenne konstrukcje cięgnowe (3D): powłoki dwukrzywiznowe (dachy podwieszane)



Rys: culture.pl



Rys: us.archello.com



Rys: archiexpo.com



Rys: contractdesign.com

Normy:

EN 1993-1-11 Projektowanie konstrukcji stalowych; konstrukcje ciągnowe

EN 10 138 Stal sprężająca

EN 10 264 Drut stalowy i wyroby z drutu; drut stalowy na liny

EN 12 385 Liny stalowe; bezpieczeństwo

EN 13 411 Zakończenie lin stalowych; bezpieczeństwo

EN 1993-1-11

Projektowanie konstrukcji stalowych; konstrukcje cięgnowe

Rodzaje cięgien → # t / 15-21

Budowa cięgien → # t / 22-29

Gatunki stali → # t / 30-32

Moduł Younga → # t / 33 - 34

SGN → # t / 35 - 39

SGU → # t / 40 - 46

Zabezpieczenie antykorozyjne → # t / 47

Zakotwienia → # t / 48 - 51

Rodzaje cięgien

Grupa	Główne elementy rozciągane	Konstrukcja cięgna
A	Pręt okrągły	System prętów rozciąganych, pręt do sprężania
B	Druty okrągłe	Lina splotkowa jednozwita
	Druty okrągłe i zetowe	Lina zamknięta
	Druty okrągłe i splotki	Lina splotkowa
C	Druty okrągłe	Splotka o liniowym styku drutów (PWS)
	Druty okrągłe	Wiązka równoległych drutów
	Splotka z siedmiu drutów (do sprężania)	Wiązka równoległych splotek



Rys: macalloy.com

A – pręt okrągły zakończony gwintem

EN 1993-1-11 tab. 1.1

B – drut, średnica 5 mm - 160 mm; tunele zaciskowe lub inne końcówki



Rys: gkw24.pl

C – wymagają indywidualnego lub zbiorowego zakotwienia i ochrony antykorozyjnej



Rys: linplast.pl

Grupa A:

- Stężenia dachów, ścian i dźwigarów;
- Odciaży konstrukcji dachów i pylonów;
- Systemyciągów do kratownic drewniano-stalowych oraz konstrukcji stalowych płaskich i przestrzennych;

EN 1993-1-11 1.1.(2)

Grupa B (część pierwsza):

Liny splotkowe jednozwite:

- Odciągi masztów antenowych, kominów przemysłowych, innych masztów i mostów;
- Ciężna nośne i brzegowe konstrukcji lekkich;
- Wieszaki lub ciężna główne w mostach podwieszonych;
- Ciężna stabilizujące w siatkach ciężnowych oraz kratownicach drewnianych i stalowych;
- Ciężna poręczowe na balkonach, mostach oraz jako bariery ochronne;

EN 1993-1-11 1.1.(2)

Grupa B (część druga):

Liny zamknięte (20 – 160 mm średnicy):

- Odciaży, ciągną główne i wieszaki w konstrukcjach mostowych;
- Ciągna główne i stabilizujące w kratownicach ciągnowych;
- Ciągna brzegowe w siatkach ciągnowych;
- Odciaży pylonów i masztów;

EN 1993-1-11 1.1.(2)

Grupa B (część trzecia):

Liny splotkowe:

- Odciągi masztów;
- Wieszaki w mostach podwieszonych;
- Cięgna tłumiące i stabilizujące pomiędzy odciągami;
- Cięgna brzegowe w membranach z tkanin;
- Cięgna poręczowe na balkonach i mostach oraz jako prowadnice;

EN 1993-1-11 1.1.(2)

Grupa C:

- **Wiązki drutów:** odciąg, cięgna główne w mostach podwieszonych oraz zewnętrzne cięgna sprężające;
- **Wiązki splotek:** odciąg w mostach stalowych i zespolonych;

EN 1993-1-11 1.1.(2)

Grupa A → EN 1991-1-1 i EN 1991-1-11

Grupy B i C → EN 1991-1-11

Grupa A – elementy sztywne

Grupy B i C – zazwyczaj elementy wiotkie

Grupa A: odległość pozioma między końcami elementu $\leq 6,00$ m → ciężar własny może zostać pominięty; w przeciwnym wypadku – zginanie z rozciąganiem.

Grupy B i C – mały lub duży zwis → #t / 71

Budowa cięgien

Splotka

Element liny, składa się z drutów o odpowiednim kształcie i wymiarach, splecionych helisoidalnie w tych samych lub przeciwnych kierunkach, w jednej lub kilku warstwach wokół środka.

Lina splotkowa (wielozwita)

Zespół splotek splecionych helisoidalnie w jednej (lina jednowarstwowa) lub kilku warstwach wokół rdzenia lub środka (lina nieodkrętna lub o równoległym ułożeniu splotek).

Lina spiralna jednozwita

Zespół co najmniej dwu warstw drutów splecionych helisoidalnie wokół drutu centralnego

Lina splotkowa jednozwita

EN 1993-1-11 1.3.1 - 1.3.5

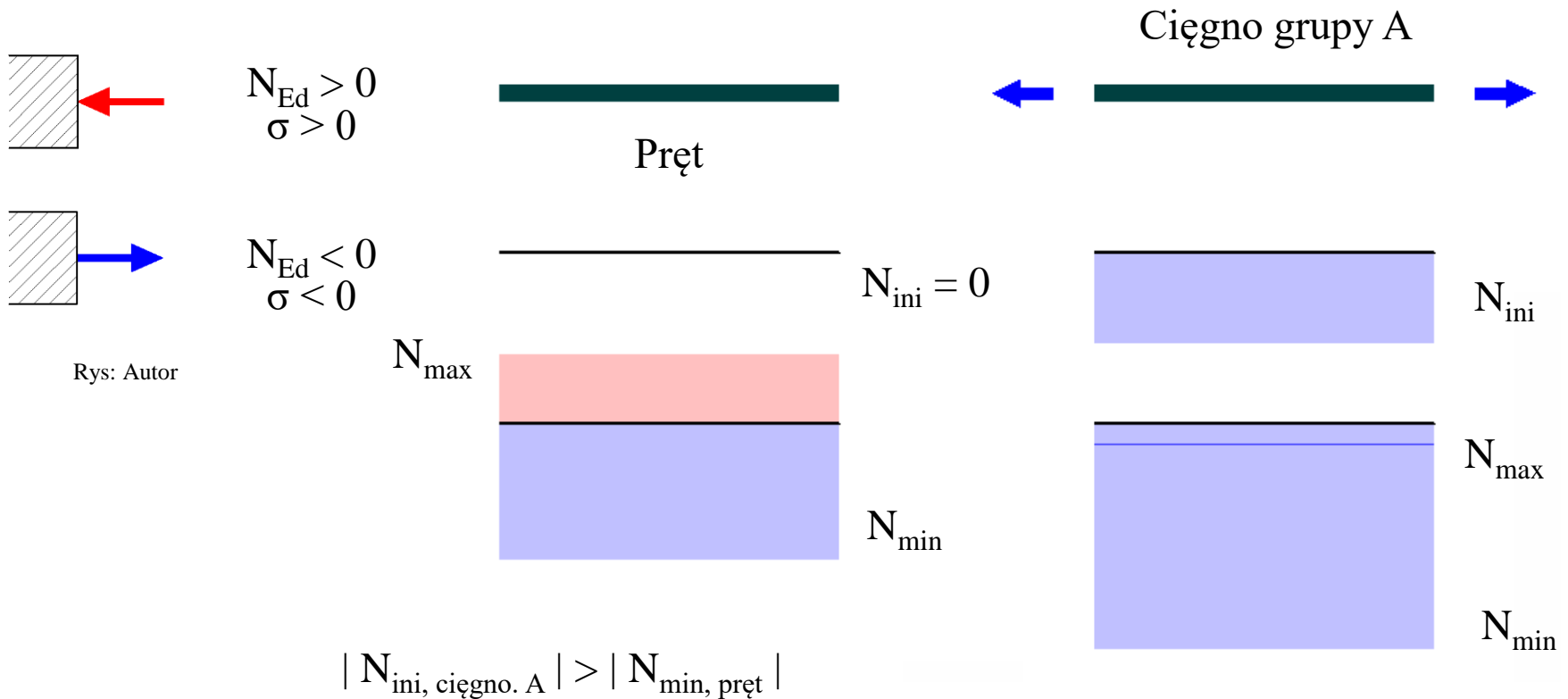
Lina jednozwita z drutów okrągłych.

Lina zamknięta

Lina jednozwita z zewnętrzną warstwą prętów zetowych.

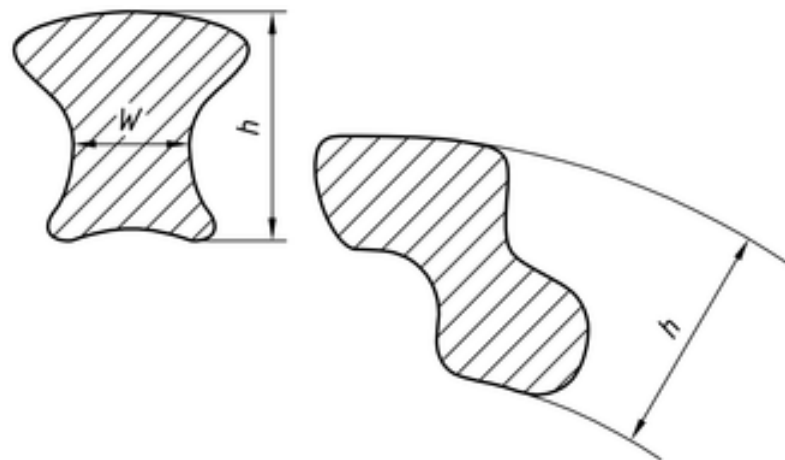
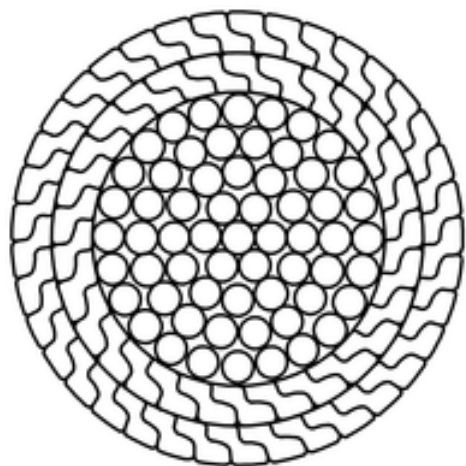
Pręt zwykły: siła osiowa (ściskająca lub rozciągająca) jest efektem obciążenia.

Cięgno z grupy A – rozciąganie jest efektem wstępnego naciągu i obciążeń. Tylko siły rozciągające są akceptowalne.

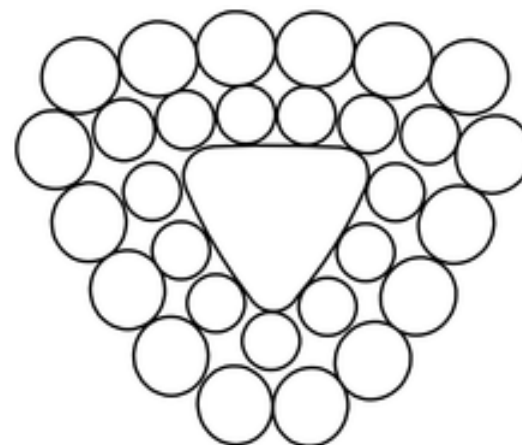
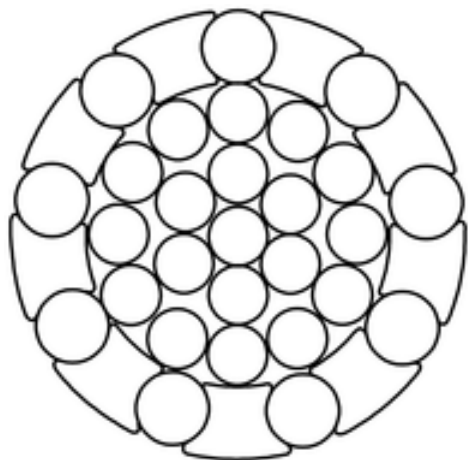


Rys: Autor

Drut – podstawowy element składowy, najczęściej o przekroju okrągłym lub zetowym.

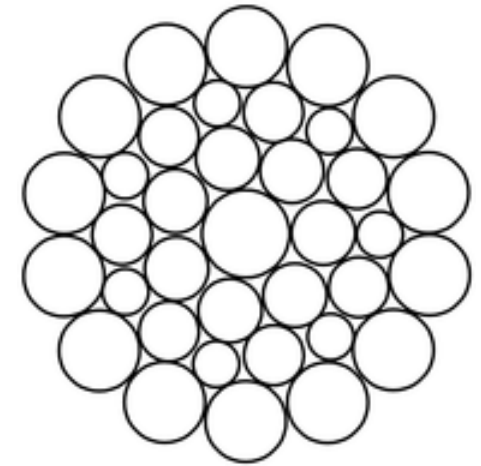


Rys: iso.org



Rys: iso.org

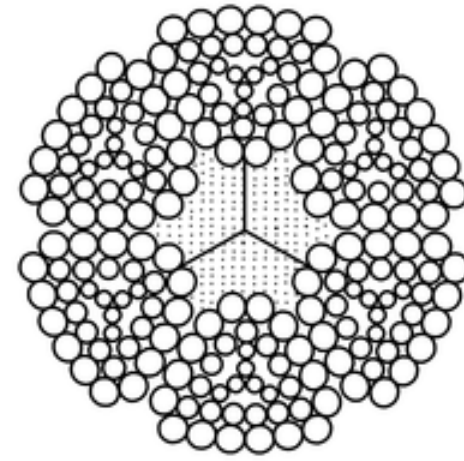
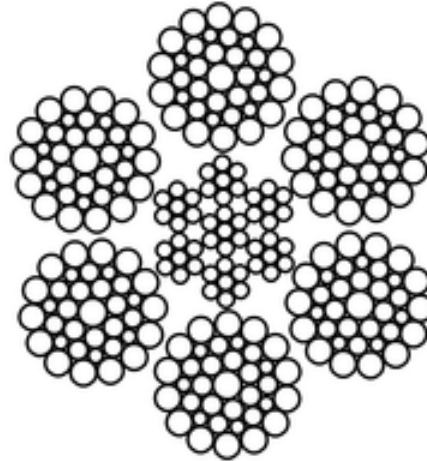
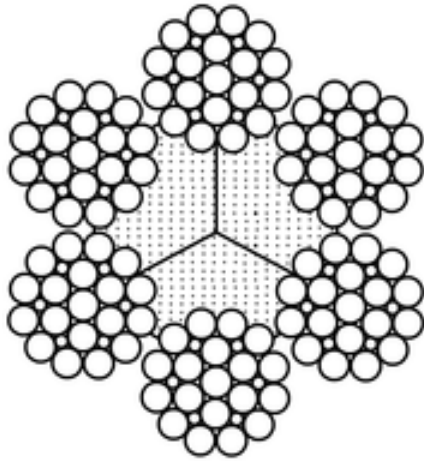
Splotka - część liny splotkowej, złożona z drutów



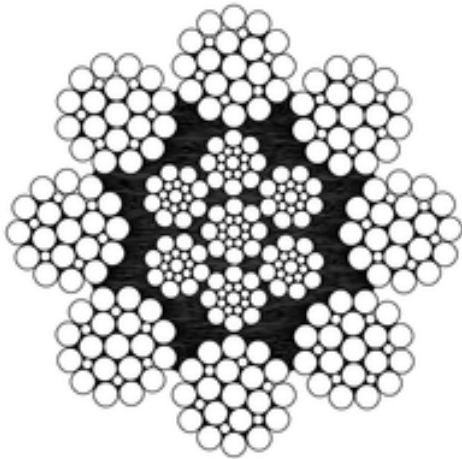
Rys: tmglobals.com

Lina splotkowa wielozwita – złożona ze splotek

Rys: iso.org



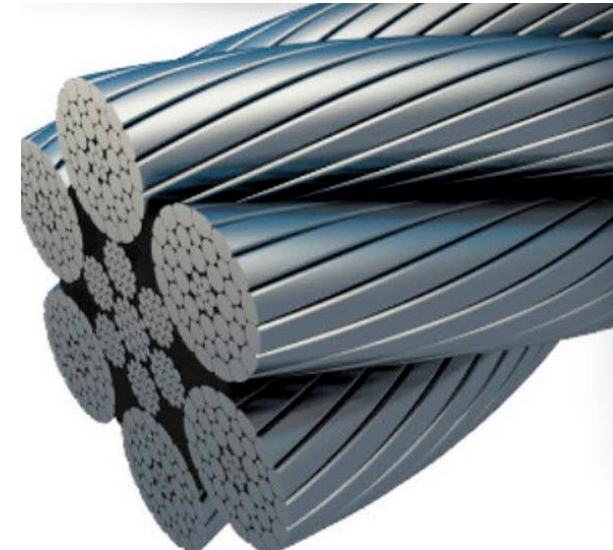
Rdzeń stalowy lub z fibry



Rys: iso.org



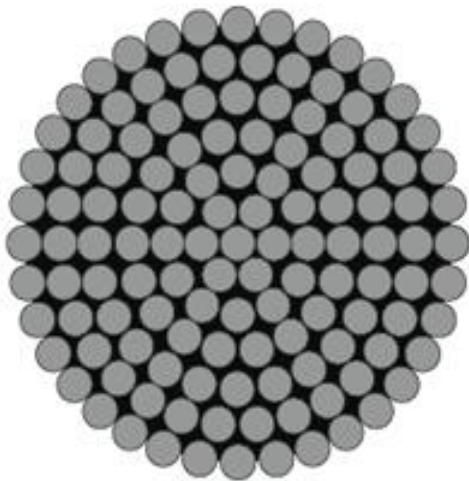
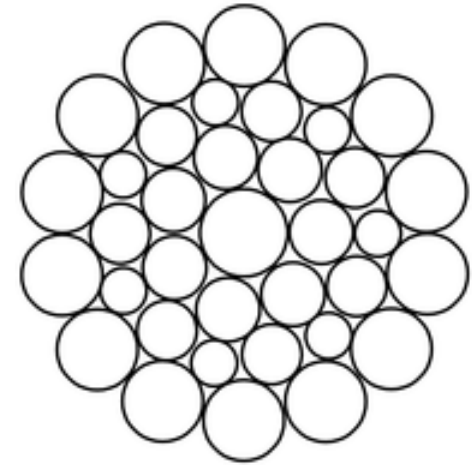
Rys: garagejournal.com



Rys: archiexpo.com

Rys: iso.org

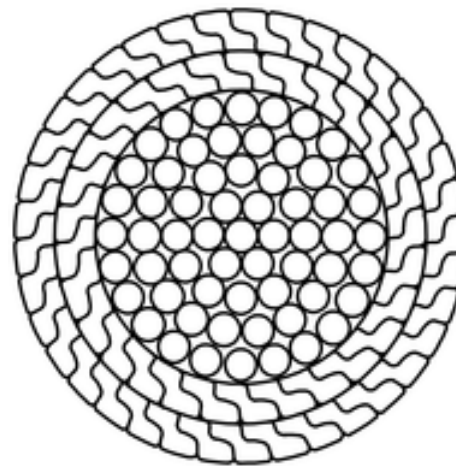
Lina splotkowa jednozwita (podrodzaj liny spiralnej jednozwitej)



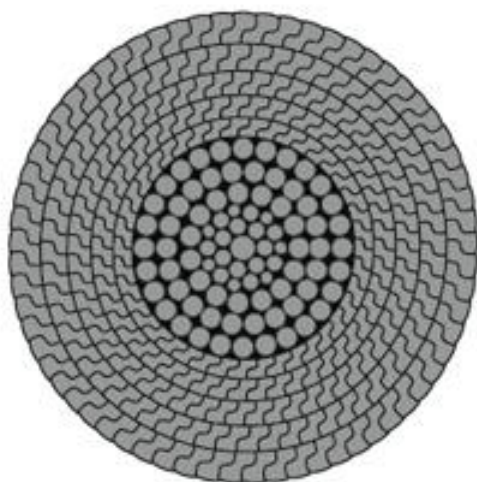
Rys: steelwirerope.com

Lina zamknięta

(podrodzaj liny spiralnej jednozwitej)

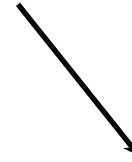


Rys: iso.org



Rys: steelwirerope.com

DRUT
(część)



SPLOTKA
(część)



**LINA SPLOTKOWA
WIELOZWITA**

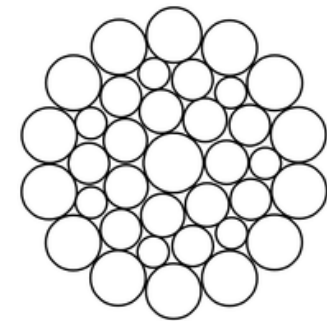
LINA SPIRALNA:

- ◆ **lina splotkowa jednozwita**
(podrodzaj)
- ◆ **lina zamknięta**
(podrodzaj)

Składnik

Element samonośny

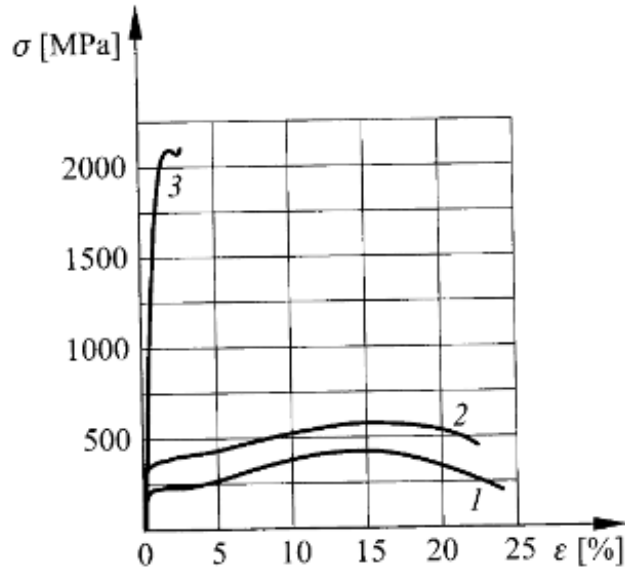
Przekroje **splotki** oraz **liny spiralnej** mogą wyglądać tak samo.



Rys: iso.org

Gatunek stali

Na ciągną używa się stali bardzo wysokiej wytrzymałości



Rys: chodor-projekt.net

1. S235
2. S355
3. Stal dla ciągien

Rodzaj	f_u [MPa]
„Zwykła stal, druty okrągłe	1 770
„Zwykła” stal, druty zetowe	1 570
Stal nierdzewna, druty okrągłe	1 450

EN 1993-1-11 3.1

Oprócz wartości f_u podawanych w EN 1993-1-11 3.1, wytrzymałość stali na ciągną może być jeszcze wyższa:

1 960 MPa

2 160 MPa

2 300 MPa

Z tego powodu najczęściej stosowane wytrzymałości lin (zdefiniowane przez producentów) R_r są następujące:

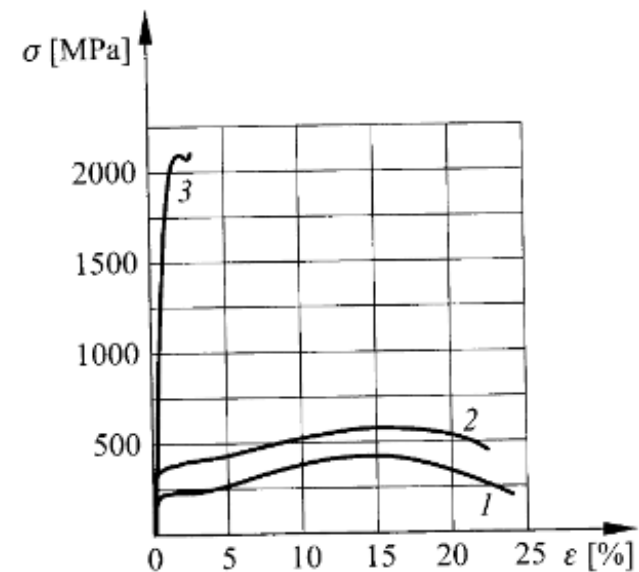
1 570 MPa

1 770 MPa

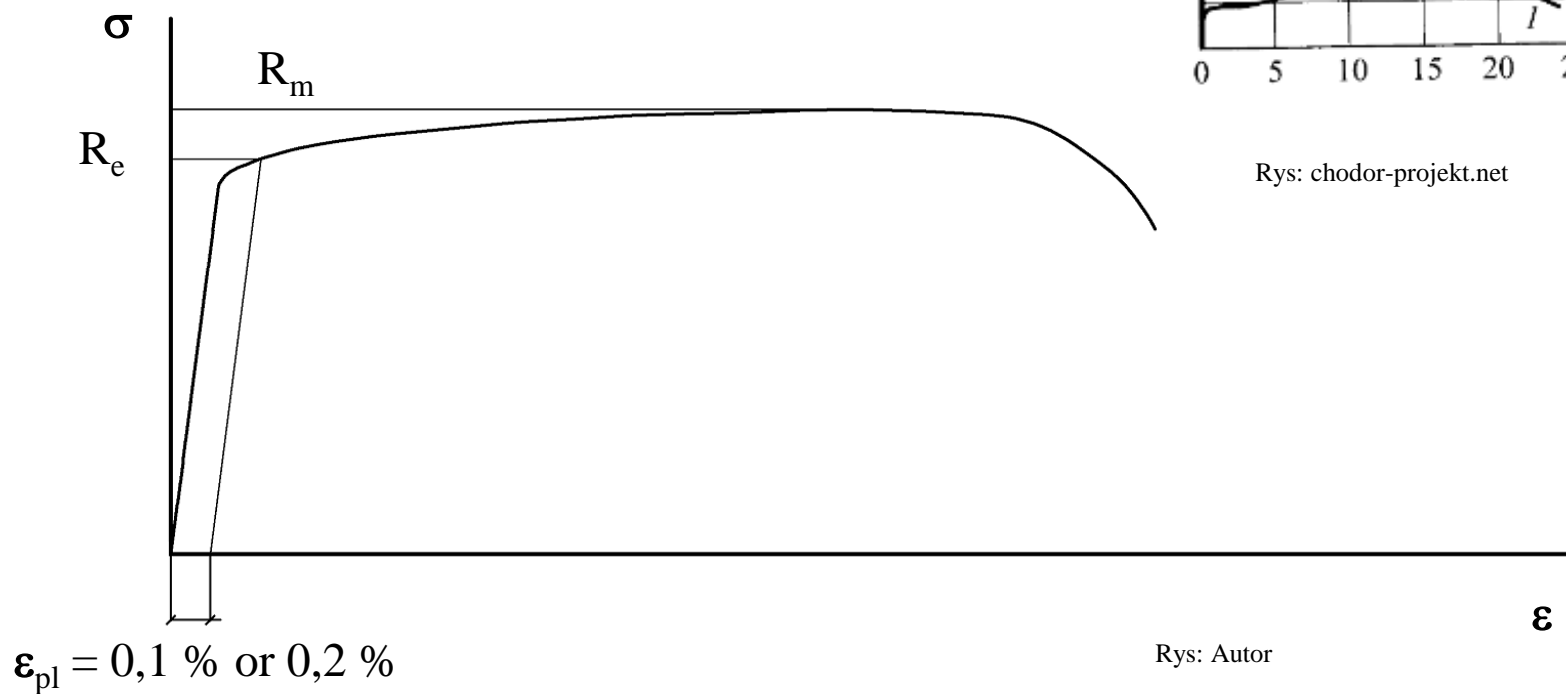
1 960 MPa

2 160 MPa

W przeciwieństwie do „zwykłej” stali, dla stali na ciągną brak jest półki plastycznej. Z tego powodu wartości $f_{0,1}$ lub $f_{0,2}$ są wynikami analizy statystycznej wartości R_e określonej, odpowiednio, dla $\epsilon_{pl} = 0,1 \%$ or $0,2 \%$.



Rys: chodor-projekt.net



Rys: Autor

Moduł Younga

EN 1993-1-11 3.2

Grupa A → $E = 210 \text{ Gpa}$

Grupa B, C → EN 1993-1-11 tab. 3.1

	Typy cięgien	E_Q [kN / mm ²]	
		Druty ze stali „zwykłej”	Druty ze stali nierdzewnej
1	Liny splotkowe jednozwite	150 +/- 10	130 +/- 10
2	Liny zamknięte	160 +/- 10	
3	Liny splotkowe CWR	100 +/- 10	90 +/- 10
4	Liny splotkowe CF	80 +/- 10	
5	Wiązki równoległych drutów	205 +/- 5	
6	Wiązki równoległych splotek	195 +/- 5	

CWR / CWS – rdzeń stalowy (lina / splotka) → #t / 26

CF – rdzeń z fibry → #t / 26

Efekt zwisu (Przeliczenie moduły Younga uwzględniające zwis ciągną)

$$E_t = E / [1 + w^2 l^2 E / (12 \sigma^3)]$$

EN 1993-1-11 (5.1)

w – ciężar \rightarrow #t / 38

l – rozpiętość pozioma

σ – naprężenie w czasie eksploatacji



Rys: personal.strath.ac.uk

Stany Graniczne Nośności

$$F_{Ed} / F_{Rd} \leq 1,0$$

EN 1993-1-11 (6.1), (6.2)

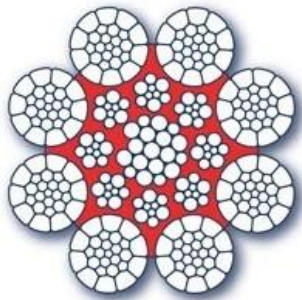
$$F_{Rd} = \min \{ F_{uk} / (1,5 \gamma_R) ; F_k / \gamma_R \}$$

$$F_{uk} \rightarrow \# t / 36$$

$$F_k \rightarrow \# t / 39$$

Zakotwienie minimalizujące zginanie od skręcania ($\rightarrow \# t / 70$)	γ_R
Tak	0,90
Nie	1,00

EN 1993-1-11 tab. 6.2



A = Powierzchnia części metalowej (biała)

A_m = Całkowita powierzchnia przekroju (biała + czerwona))

Rys: Autor

Grupa	F_{uk}
A	$A f_u$
B	$F_{min} k_e$
C	$A_m f_{uk}$

EN 1993-1-11 6.2.(3), (4)

EN 1993-1-1 6.2.3

$$F_{min} \rightarrow \# t / 37$$

$$f_u \rightarrow \# t / 30$$

$f_{uk} \rightarrow$ wartość charakterystyczna f_u

$$A \rightarrow \# t / 35$$

$$A_m \rightarrow \# t / 35 ; A_m = \pi d^2 f / 4$$

$$f \rightarrow \# t / 37$$

Sposób zakończenia liny($\rightarrow \# t / 48-49$)	Współczynnik straty k_e
Tuleja zalewana metalem	1,0
Tuleja zalewana żywicą	1,0
Pierścień ochronny (kausza) z nasadką zaciskaną	0,9
Końcówka zaciskana	0,9
Zacisk linowy kabłąkowy	0,8 *)
*) W przypadku zacisków kabłąkowych możliwy jest spadek wstępnego naciągu	

EN 1993-1-11 tab. 6.3

Minimalna siła zrywająca

$$F_{\min} = d^2 R_r K$$

EN 1993-1-11 1.3.8, 1.3.9 Wytrzymałość liny $R_r \rightarrow \#t / 31$

Współczynnik siły zrywającej:

$$K = \pi f k / 4$$

or

$$K \rightarrow \text{EN 12 385}$$

$f = (\text{pole części metalowej}) / (\text{pole całkowite liny}) = (\text{białe}) / (\text{białe} + \text{czerwone})$

$$f \rightarrow \#t / 38$$

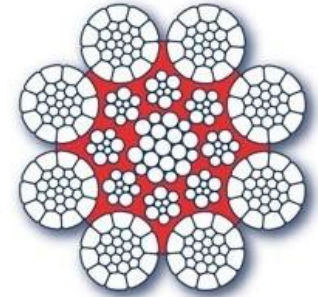
Współczynnik straty na zwiciu liny k:

0,75 - 0,80 – lina splotkowa wielozwita

0,88 - 0,90 lina spiralna otwarta

0,92 – lina zamknięta

Rys: iso.org



Współczynnik wypełnienia f

EN 1993-1-11 tab. 2.2

		Współczynnik wypełnienia f						Ciężar w [kN / m ³]	
		1 warstwa drutów Z	2 warstwy drutów Z	> 2 warstwy drutów Z	Liczba warstw wokół drutu centralnego				
					1	2	3 - 6		> 6
1	Lina splotkowa jednozwita (→ # t / 27)				0,77	0,76	0,75	0,73	83
2	Lina zamknięta (→ # t / 28)	0,81	0,84	0,88					83
3	Lina splotkowa z drutów okrągłych (→ # t / 26)				0,56				93

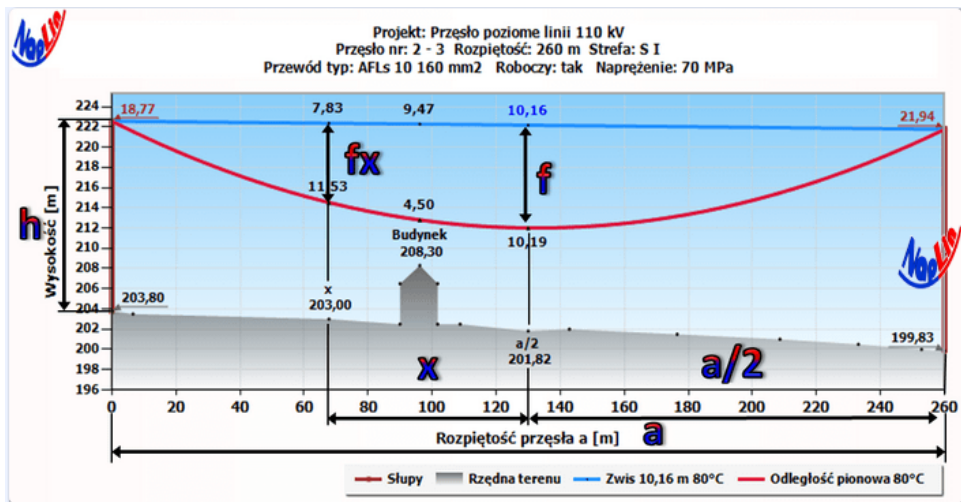
Grupa	Norma odniesienia	F_k
A *)	EN 10 138-1	$F_{0,1k} = A_m f_{0,1}$
B	EN 10 264	$F_{0,2k} = A_m f_{0,2}$
C	EN 10 138-1	$F_{0,1k} = A_m f_{0,1}$
*) W przypadku prętów sprężających: EN 1993-1-1 i EN 1993-1-4		

$$f_{0,1}, f_{0,2} \rightarrow \# t / 32$$

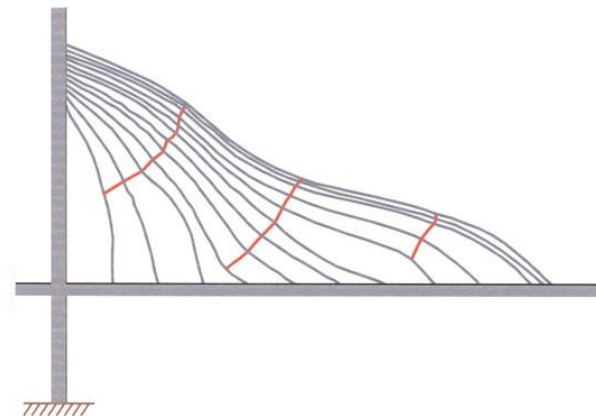
$$A_m \rightarrow \# t / 35 \quad ; \quad A_m = \pi d^2 f / 4$$

$$f \rightarrow \# t / 38$$

Trzy problemy do analizy:



Rys: informs.pl



Rys: R.W. Poston, *Evaluation And Mitigation Of Rain Vibration Of Stay Cables*

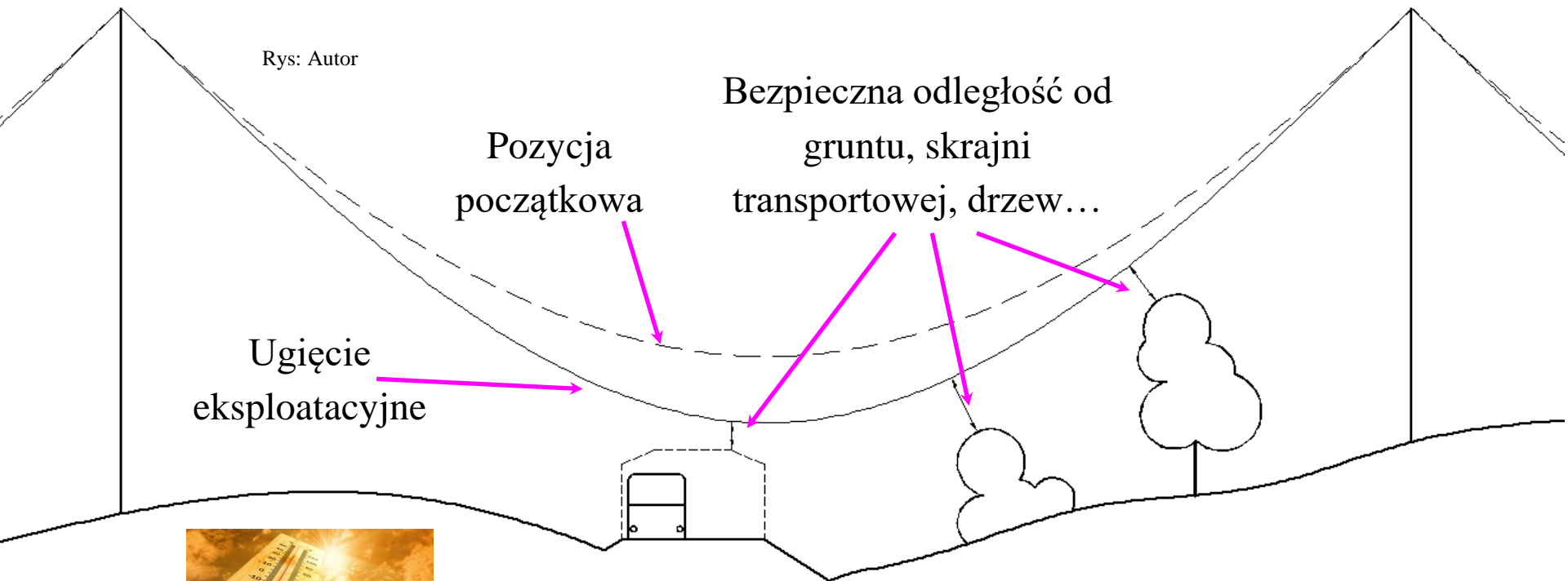
Ugięcia, deformacje (np. linie elektroenergetyczne; → #t / 41)

Drgania (np. liny nośne w mostach; → #t / 42);

Naprężenia (→ #t / 43 – 46).

Ugiewcia: linia elektroenergetyczna

Rys: Autor



Rys: kobieta.onet.pl

Lato:

wysoka temperatura →
wydłużenie termiczne lin →
większy zwis liny

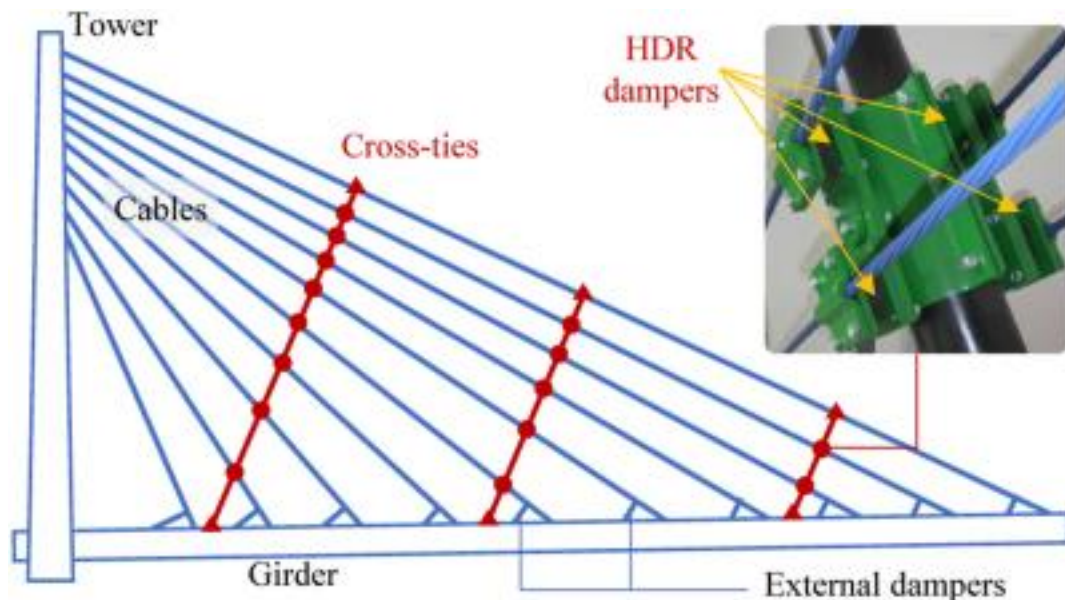


Rys: ise.pl

Zima:

Oblodzenie (→ #t / 53) →
większe obciążenia → większe
ugiewcie

Drgania: liny w mostach



Rys: Stay cable vibration mitigation: A review. L. Sun, L. Chen, H. Huang, Advances in Structural Engineering, Volume 25 Issue 16, December 2022

Drgania ścięgien mogą być spowodowane różnego rodzaju oddziaływaniami dynamicznymi wiatru (\rightarrow #t / 55 – 68). Wibracje powodują niekorzystne pulsacje sił rozciągających w linach. Jako środki zaradcze, zmieniające częstotliwość drgań (podatność na wzbudzenie) lub amplitudy drgań, można zastosować różnego rodzaju tłumiki (\rightarrow #t / 70) lub dodatkowe liny spinające ciężna.

Naprężenia

$$\sigma_{cf/sc} / \sigma_{SLS} \leq 1,0 \quad \text{EN 1993-1-11 (7.1)}$$

$$\sigma_{SLS} = \sigma_{SLS}(\sigma_{uk})$$

$$\sigma_{uk} = F_{uk} / A_m$$

$$A_m \rightarrow \#t / 35$$

$$F_{uk} \rightarrow \#t / 36$$

Wzór musi być sprawdzony dla fazy montażu ($\sigma_{SLS} \rightarrow \#t / 44 - 45$) oraz eksploatacji ($\sigma_{SLS} \rightarrow \#t / 46$).

Faza montażu:

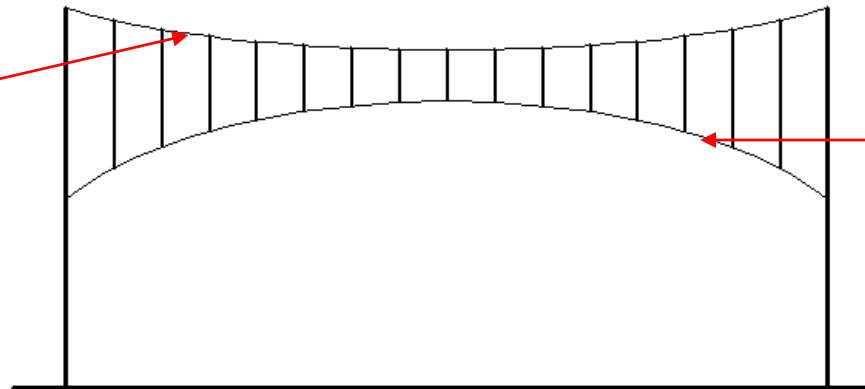
$$\sigma_{SLS} = f_{const} = \sigma_{uk} / (1,5 \gamma_R \gamma_F) \quad \text{EN 1993-1-11 tab 7.1}$$

Stan montażu	f_{const}	γ_R	γ_F
Kilka godzin po zainstalowaniu pierwszych cięgien	$0,60 \sigma_{uk}$	1,0	1,1
Po zainstalowaniu pozostałych cięgien	$0,55 \sigma_{uk}$	1,0	1,2

EN 1993-1-11 tab 7.1

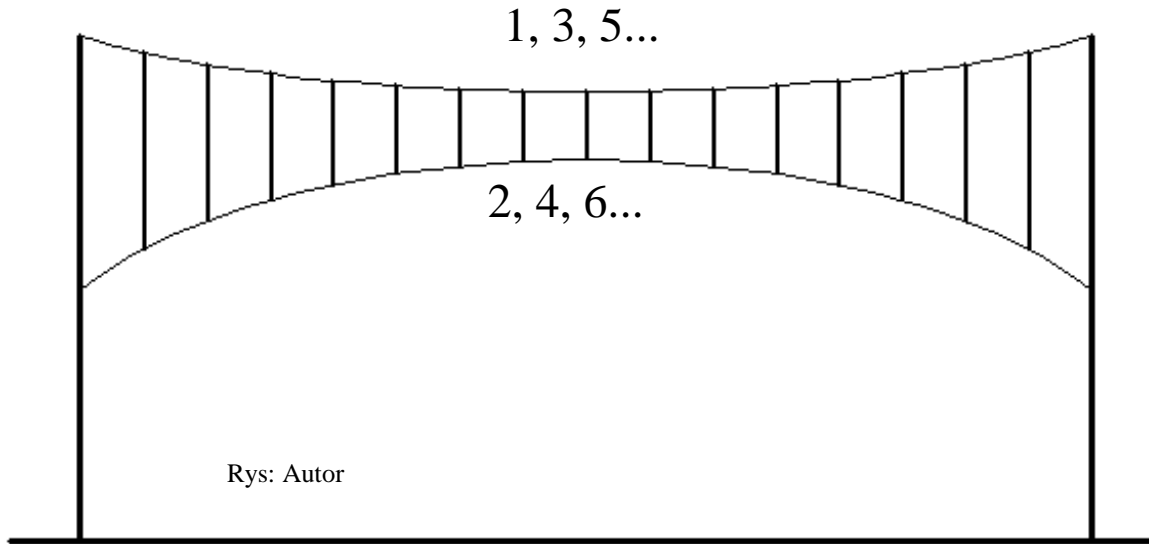
Rozróżnienie („zainstalowanie pierwszego cięgna – zainstalowanie pozostałych cięgien”) w fazie montażu cięgien na dwie sytuacje wynika ze zmian, jakie wprowadzają kolejne cięgna do konstrukcji..

Liny główne – pracują na ciężar własny, śnieg i parcie wiatru



Liny napinające – pracują na ssanie wiatru

Rys: Autor



1. Napięcie lin głównych
2. Napięcie lin napinających – zmieniają się napięcia lin głównych
3. Poprawki napięcia dla lin głównych – zmieniają się napięcia lin napinających
4. Poprawki napięcia dla lin napinających – zmieniają się napięcia lin głównych
- ...

Wniosek – wartości naprężeń w linach w fazie montażu zmieniają się kilka(naście) razy i są odmienne, niż w fazie eksploatacji.

Faza eksploatacji:

$$f_{SLS} = \sigma_{uk} / (1,5 \gamma_R \gamma_F) \quad \text{EN 1993-1-11 tab 7.1}$$

Warunki obciążenia	f_{SLS}	γ_R	γ_F
Oddziaływania zmęczeniowe z uwzględnieniem zginania *)	$0,50 \sigma_{uk}$	0,9	1,5
Oddziaływania zmęczeniowe bez uwzględniania zginania	$0,45 \sigma_{uk}$	1,0	1,5
*) Naprężenia od zginania można ograniczać, patrz 7.1.(2) ($\rightarrow \# t / 70$)			

EN 1993-1-11 tab 7.2

Zabezpieczenie antykorozyjne:

Klasy ekspozycji

Oddziaływania zmęczeniowe	Środowisko korozyjne	
	Wewnętrzne	Zewnętrzne
Nieznaczące	Klasa 1	Klasa 2
Głównie osiowe	Klasa 3	Klasa 4
Osiowe i poprzeczne (wiatr i deszcz)	Nie jest możliwe środowisko wewnętrzne z wiatrem i deszczem	Klasa 5

EN 1993-1-11 tab. 2.1

Klasa 2, 4, 5 → konieczne specjalistyczne zabezpieczenia antykorozyjne

Klasa 3, 4, 5 → konieczne obliczenia zmęczeniowe od działania wiatru

Zakotwienia

Rodzaje zakotwień:

Metalowe tuleje, zalewane metalem lub żywicą



Rys: sdj.sagepub.com



Rys: strider-resource.com

Pierścienie ochronne (kausze)



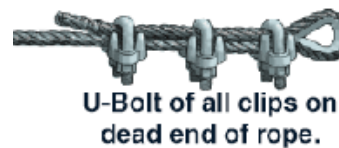
Rys: franklin.com.sg

Końcówka zaciskowa



Rys: indiamart.com

Zaciski kabłakowe



U-Bolt of all clips on
dead end of rope.

Poprawnie



Staggered Clips

Niepoprawnie



U-Bolt of all clips on
live end of rope.

Niepoprawnie

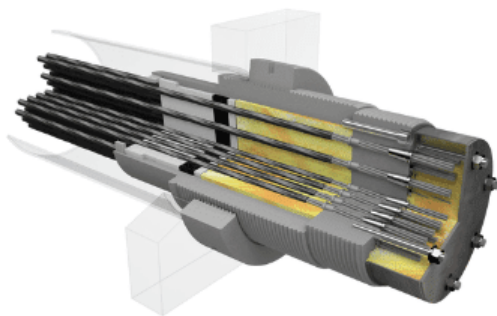
Rys: e-rigging.com



Rys: msdirect.com

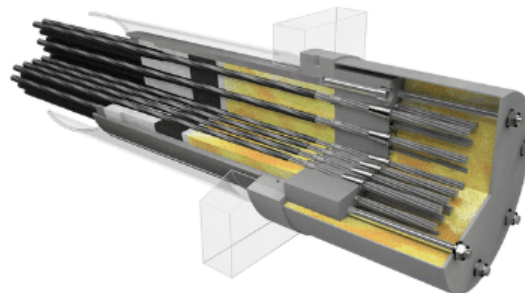
Generalnie rozróżnia się dwa przypadki: zakotwienie z możliwością regulacji siły rozciągającej (zakotwienie aktywne, zakotwienie regulowane) i bez możliwości regulacji siły rozciągającej (zakotwienie pasywne, zakotwienie stałe).

ADJUSTABLE
standard anchorage



Rys: freyssinet.com

FIXED
standard anchorage



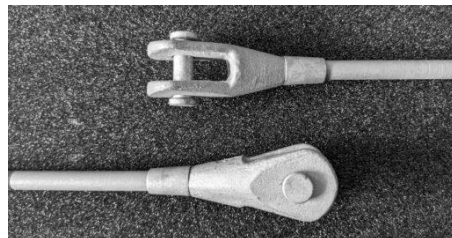
Rys: inzynierbudownictwa.pl



Rys: izbudujemy.pl



Rys: sdj.sagepub.com



Rys: jordah-pfeifer.pl



Rys: franklin.com.sg



Rys: indiamart.com

Dwa najczęściej stosowane rozwiązania zakotwienia aktywnego:

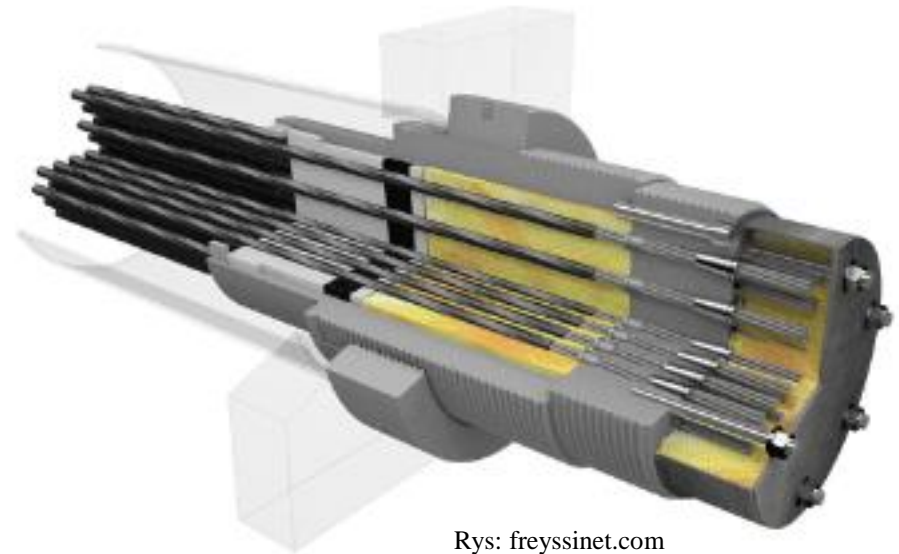
- naciąg siłownikiem hydraulicznym;
- napinanie przez dokręcenie śrub;



Rys: prestressed-concrete.paul.eu



Rys: macalloy.com



Rys: freyssinet.com

Obciążenia

Ciężar własny $w \rightarrow \#t / 38$

Statyczne obciążenie wiatrem \rightarrow EN 1991-1-4

Oblodzenie \rightarrow PN B 02013

Obciążenia termiczne \rightarrow EN 1991-1-5

Wstępny naciąg \rightarrow EN 1991-1-11

Dynamiczne obciążenie wiatrem (drgania, niestateczność) \rightarrow EN 1991-1-4, literatura

Oblodzenie w przypadku pewnych typów konstrukcji jest podstawowym rodzajem obciążenia. Eurokod w przygotowaniu (EN 1991-1-9); na razie odwołujemy się do norm krajowych (np. starej Polskiej Normy PN B 02013).

Według informacji pracowników technicznych masztu na Chorągwicy, sopele mogą osiągać 15 m długości i 1 m średnicy (~ 3,5 T)



Rys: iwas.org



Rys: imgur.com



Rys: hin.no

Oblodzenie zmienia sposób obciążenia na trzy sposoby:

Ciężar (dodatkowa masa);

Statyczne obciążenie wiatrem (zmiana kształtu i średnicy przekroju → zmiana wartości obciążenia parciem wiatru);

Dynamiczne obciążenie wiatrem (zmiana kształtu przekroju → pojawia się możliwość niestabilności aerodynamicznej → #t / 58)

Drgania, niestateczność aerodynamiczna

Bufeting → # t / 56

Wiry Bénarda – von Kármána → # t / 57

Galopowanie → # t / 58 - 62

Interferencja między cięgnami → # t / 63

Drgania wiatrowo-deszczowe → # t / 64

Dywergencja aerodynamiczna → # t / 65

Flutter skrętno-giętny → # t / 66

Flutter membranowy → # t / 67

Zjawiska niebezpieczne dla cięgien

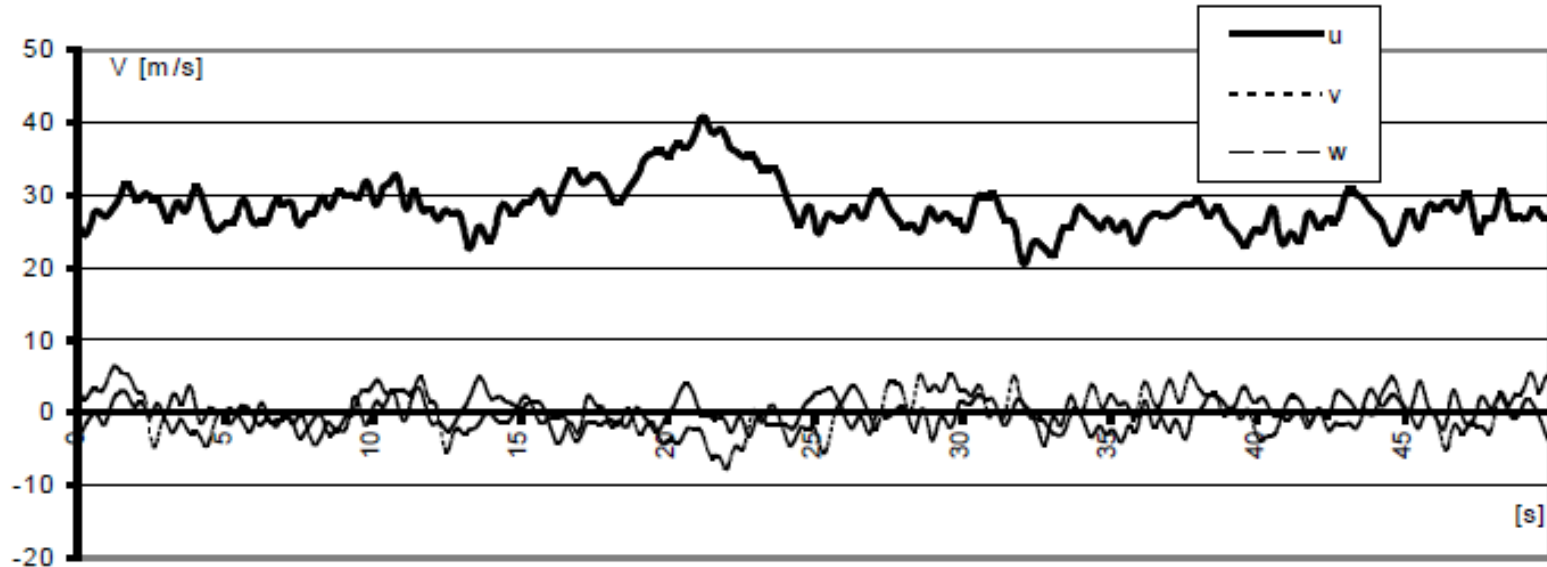
Zjawiska niebezpieczne dla konstrukcji cięgowych, ale nie dla samych cięgien

Zjawiska niebezpieczne w obu wypadkach

Bufeting

Prędkość wiatru można rozłożyć na 3 składowe

Rys: Autor



Niecykliczne pulsacje prędkości wiatru wywołują drgania konstrukcji. Zjawisko to opisuje współczynnik $c_s c_d$ w EN 1991-1-4.

Zjawisko pokazane na wykładzie #1 podczas analizy obciążenia wiatrem budynków wysokich.

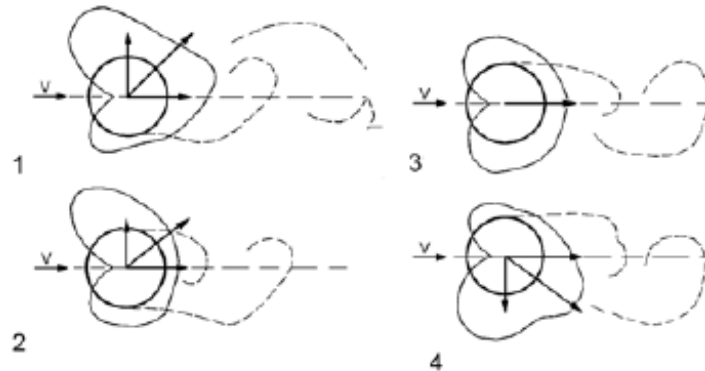


Wiry Bénarda – von Kármána

(Henri Bénard, Theodore von Kármán)

Naprzemienne zmiany opływu elementu przez wiatr → zmiany rozkładu parcia i ssania → cykliczna siła prostopadła do kierunku wiatru → rezonans z drganiami własnymi

$$V_{cr} = 5 f d$$

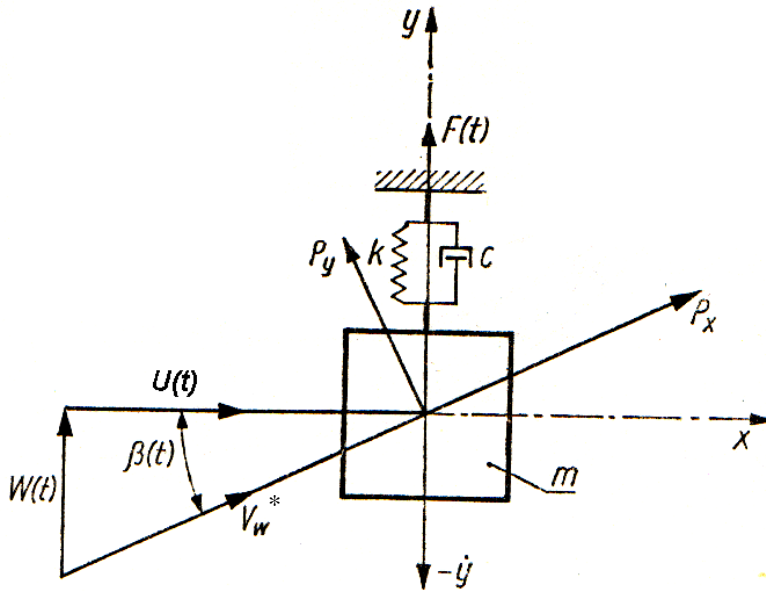
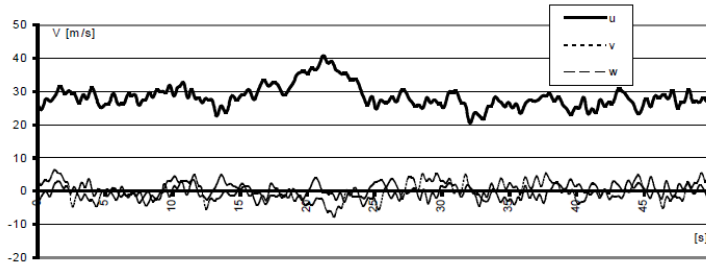


Rys: odkrywcy.pl

Rys: J. Żurański, "Obciążenie wiatrem budowli i konstrukcji", Arkady Warszawa 1978

Galopowanie

Rys: Autor



Dominująca składowa prędkości wiatru $U(t)$ jest zgodna ze średnim kierunkiem wiatru. Należy jednak wziąć pod uwagę także dwie dodatkowe składowe wiatru ($V(t)$, $W(t)$). Ich efektem będzie oddziaływanie w kierunku prostopadłym do głównego kierunku wiatru.

Wspólnym efektem $U(t)$ i $W(t)$ jest V_w^* . Wywołuje dwie siły przyłożone do liny: P_x (równoległą do chwilowego kierunku wiatru) i P_y (prostopadłą do chwilowego kierunku wiatru). Obie siły zmieniają się w czasie ze względu na zmiany $U(t)$ i $W(t)$.

Zmiany wartości $W(t)$ w czasie powodują zmianę kąta natarcia $\beta(t)$.

Rys: J. Żurański, "Obciążenie wiatrem budowli i konstrukcji", Arkady Warszawa 1978

$$\beta(t) = \arctg [W(t) / U(t)]$$

$$\beta(t) \text{ small} \rightarrow \beta(t) \approx W(t) / U(t)$$

Podstawowe równanie dla drgań (\rightarrow # 1 / 25):

$$m y'' + c y' + k y = F(t)$$

$$F(t) = P_y \cos \beta(t) + P_x \sin \beta(t) = F[\beta(t)]$$

Pierwszy wyraz rozwinięcia w szereg Taylora:

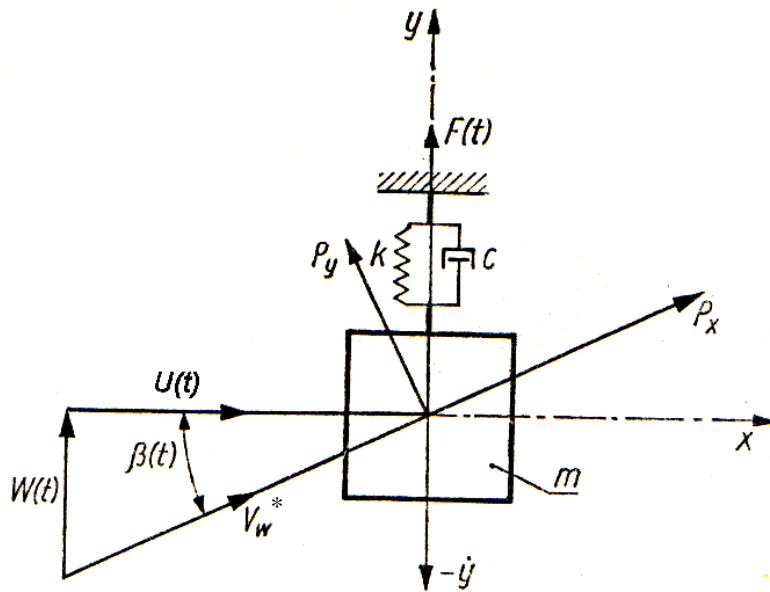
$$F[\beta(t)] \approx [\partial F / \partial \beta]_{\beta=0} \beta(t) = [\partial F / \partial \beta] [W(t) / U(t)]$$

Prędkość wiatru względem konstrukcji jest taka sama jak prędkość konstrukcji względem wiatru:

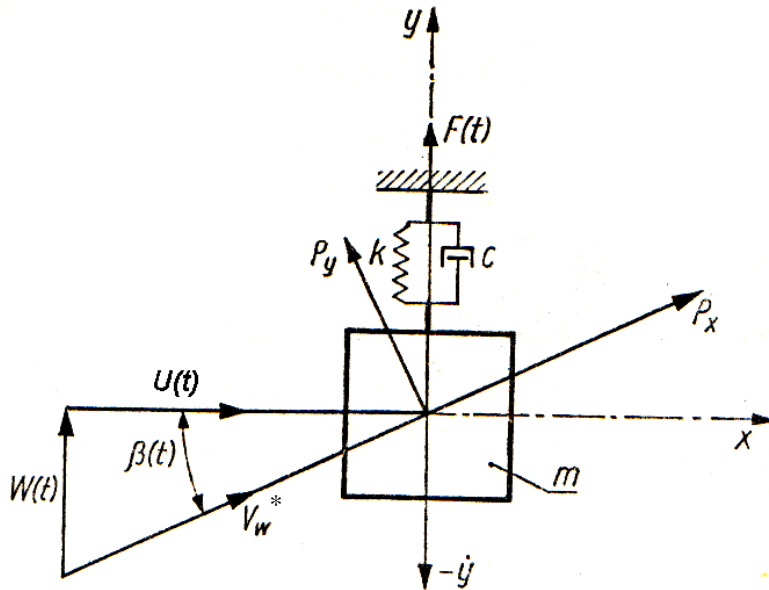
$$W(t) \approx -y'$$

Składowa podłużna wiatru nie ma wpływu na drgania poprzeczne

$$U(t) \approx U = \text{const}$$



Rys: J. Żurański, "Obciążenie wiatrem budowli i konstrukcji", Arkady Warszawa 1978



$$\begin{aligned}
 F(t) &= [\partial F / \partial \beta] [W(t) / U(t)] = \\
 &= - [\partial F / \partial \beta] [y' / U] = \\
 &= - y' [\partial F / \partial \beta] [1 / U]
 \end{aligned}$$

$$m y'' + c y' + k y = - y' [\partial F / \partial \beta] [1 / U]$$

$$m y'' + \{c + [\partial F / \partial \beta] [1 / U]\} y' + k y = 0$$

$$m y'' + c_1 y' + k y = 0$$

Nowa postać podstawowego wzoru: współczynnik tłumienia c_1 zawiera nie tylko charakterystykę materiału, ale dodatkowo wpływ poprzecznego przepływu wiatru wokół przekroju

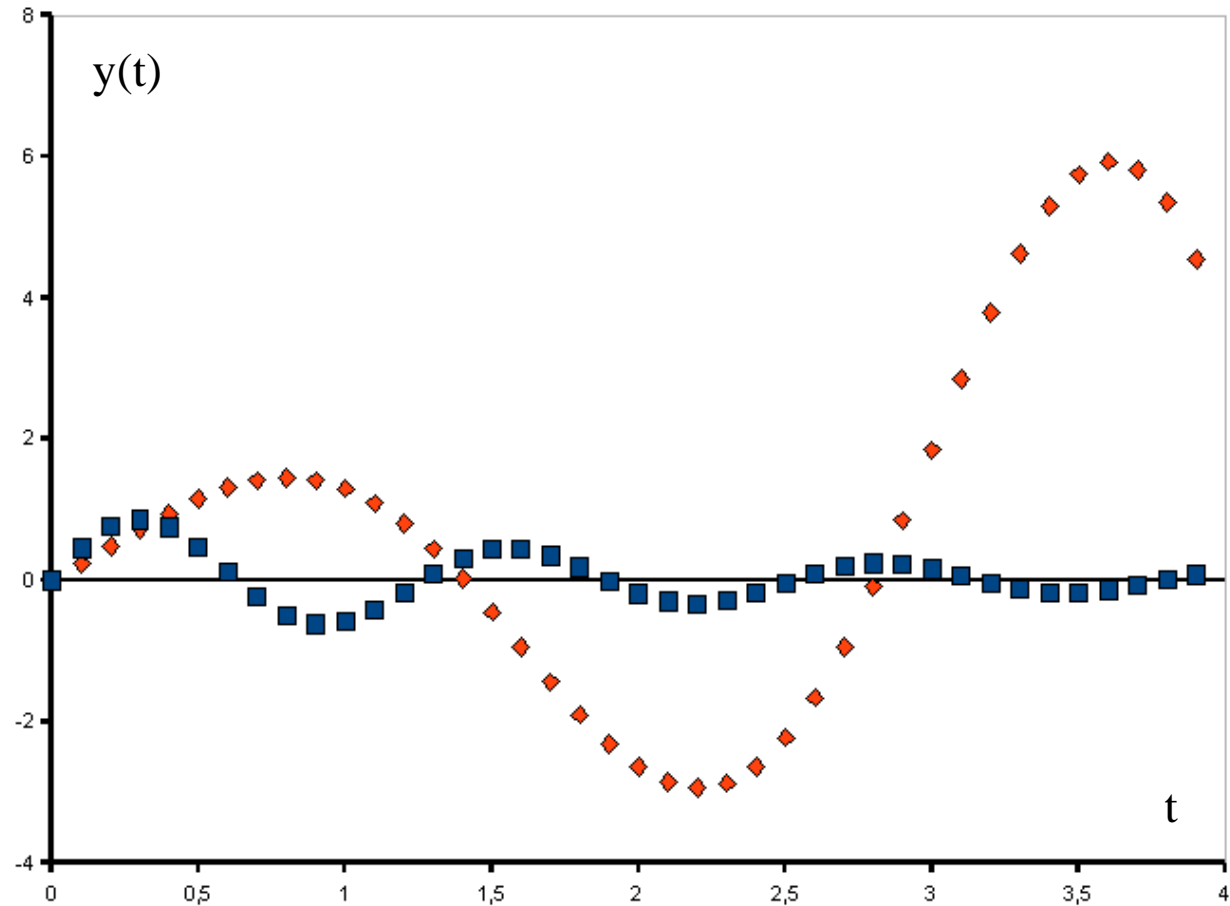
Rys: J. Żurański, "Obciążenie wiatrem budowli i konstrukcji", Arkady
Warszawa 1978

Rys: Autor

$$\omega = \sqrt{k / m}$$

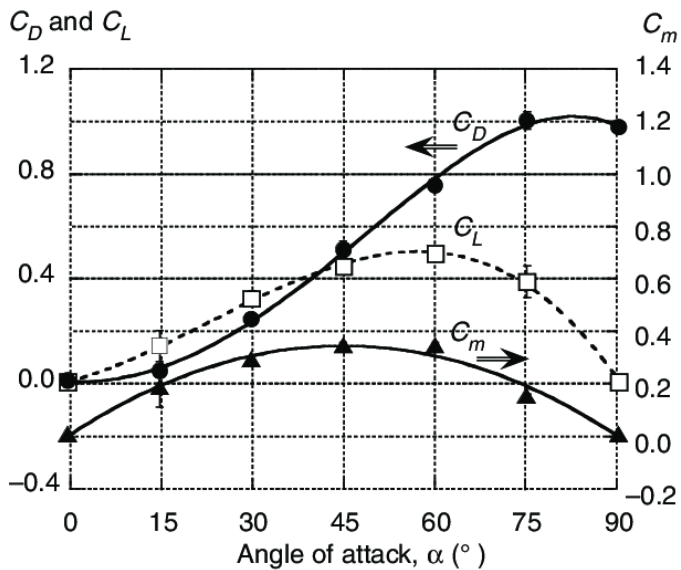
$$r = c_1 / (2 m)$$

$$y(t) = A e^{-r t} \sin [\sqrt{(\omega^2 - r^2)} t + \varphi]$$



$$c_1 = \{c + [\partial F / \partial \beta] [1 / U]\} > 0 \text{ (drgania tłumione)}$$

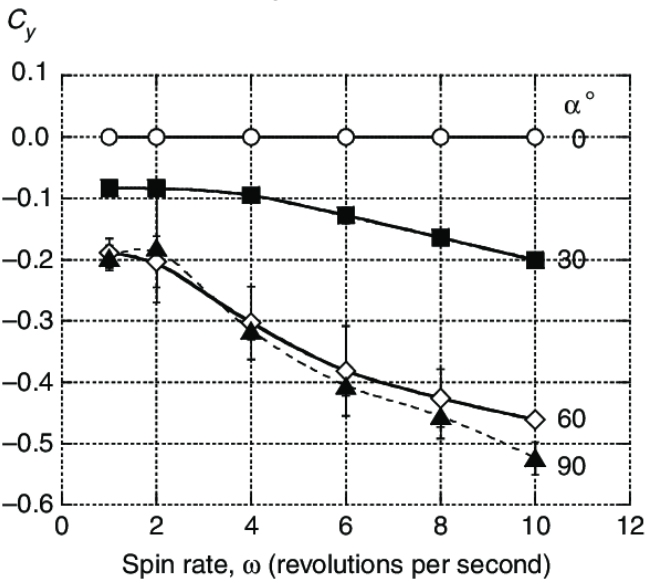
$$c_1 = \{c + [\partial F / \partial \beta] [1 / U]\} < 0 \text{ (galopowanie)}$$



Dla przekroju okrągłego,
 $\partial F / \partial \beta = 0$; $c_1 = c$
 Ale dla innych kształtów przekroju jest możliwe, że
 $[\partial F / \partial \beta] [1 / U] \ll 0$

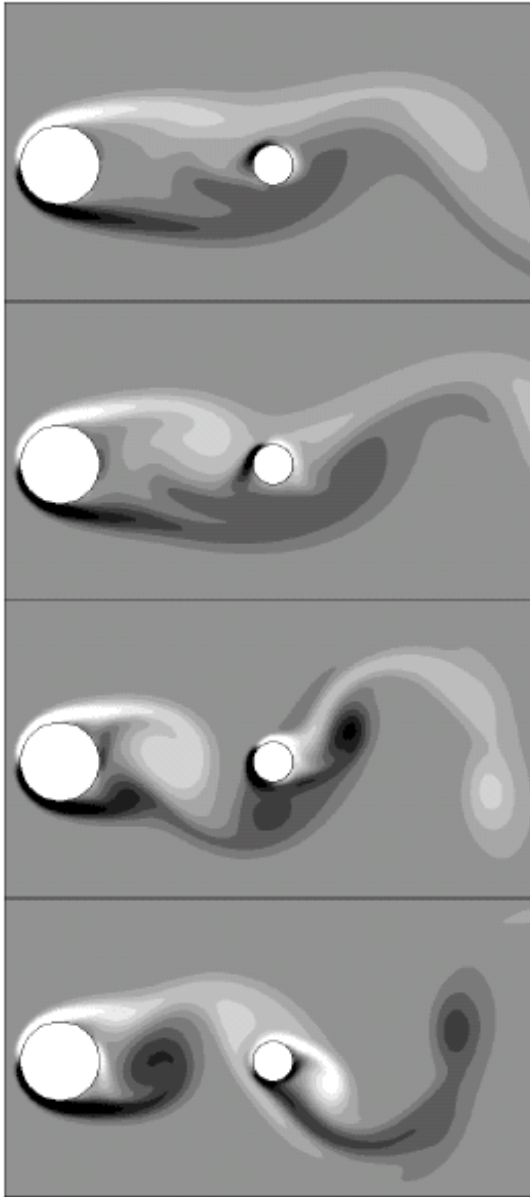


Rys: hin.no



W przypadku oblodzenia, wartość
 $[\partial F / \partial \beta] [1 / U]$
 Jest trudna do przewidzenia

Rys: Flight dynamics of the screw kick in rugby,
 K. Seo, O. Kobayashim, M. Murakami

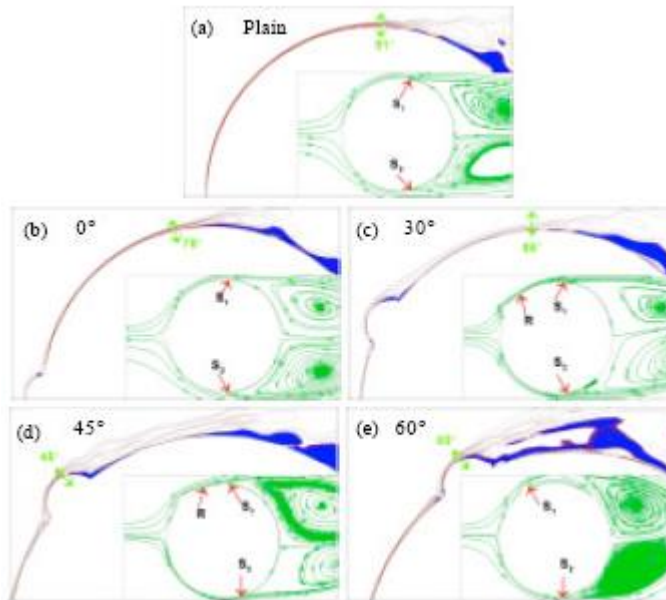


Interferencja

Zawietrzne ciężno znajduje się w obszarze przepływu zaburzonego i jego drgania zaczynają się synchronizować z drganiami kabla nawietrznego. Przy bardzo małych odległościach możliwy jest wpływ kabla zawietrznego na zachowanie nawietrznego.

Drgania wiatrowo-deszczowe

Podczas deszczu strumyczki wody ściskające po kablach zmieniają ich charakterystyki aerodynamiczne. Efektem jest pojawienie się specyficznych drgań i sprzężeń między postaciami drgań a położeniem strumyczeków.



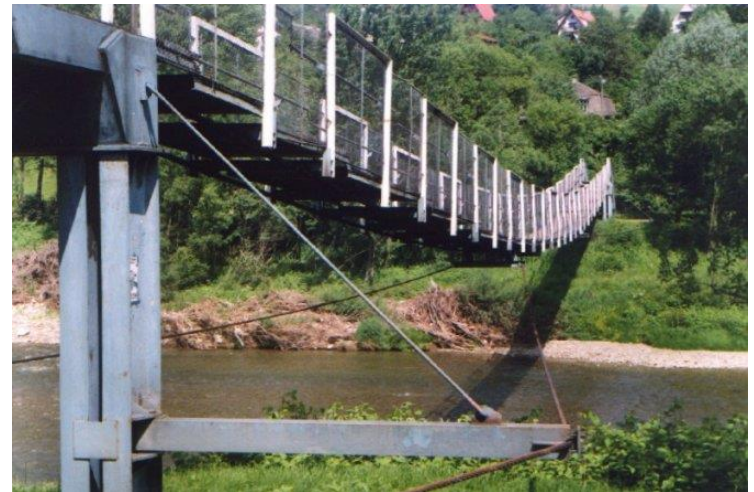
Rys: scialert.net

Dywergencja aerodynamiczna

Niestateczność aerodynamiczna. Dla niektórych przekrojów poprzecznych pojawia się dodatnie sprzężenie zwrotne między skręceniem a aerodynamicznym momentem skręcającym (im większy kąt tym silniejsze skręcanie, co za tym idzie tym większy kąt). Zjawisko niebezpieczne dla mostów (np kładka w Myślenicach).



Rys: Autor



Rys: footbridge.pl

Flutter giętno-skrętny

Zjawisko podobne do galopowania. Dla niektórych kształtów przekroju pojawia się sprzężenie zwrotne między aerodynamiczną siłą unoszącą i aerodynamicznym momentem skręcającym. Im większa siła tym większy moment, a im większy moment tym większa siła. Powoduje to narastającą amplitudę drgań giętno-skrętnych aż do zniszczenia konstrukcji. Zjawisko jest niebezpieczne dla mostów (np: Tacoma Narrow Bridge).



University of Washington Libraries, Special Collections, FAR016



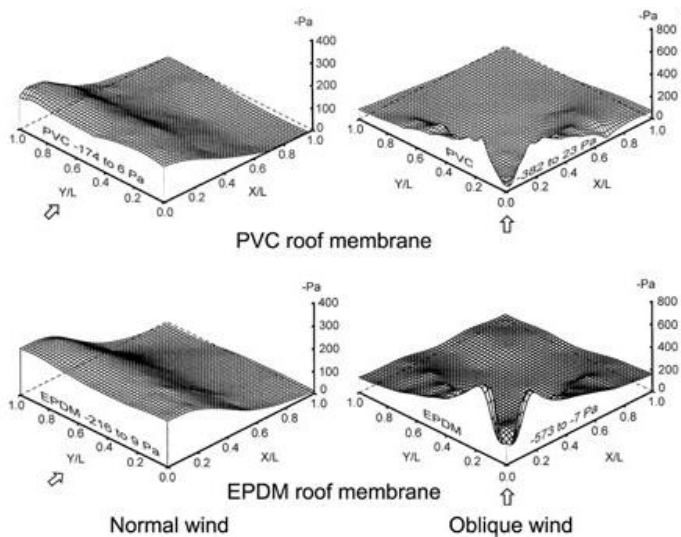
University of Washington Libraries, Special Collections, FAR017

Rys: lib.washington.edu

Rys: lib.washington.edu

Flutter membranowy

Drgania (w rezonansie lub bliskie rezonansowym) dachów podwieszonych o powłokę ścięgowych na wietrze. Powszechnie znanym przykładem jest zachowanie się flagi na wietrze.



Rys: nrc-cnrc.gc.ca



Rys: wikipedia

Zjawisko	Przebieg
Buffeting	Chaotycznie drgania zgodne z kierunkiem wiatru, brak rezonansu
Wiry Bénarda – von Kármána	Drgania cykliczne w kierunku prostopadłym do wiatru, możliwy rezonans
Galopowanie	Nieograniczony wzrost amplitudy drgań aż do zniszczenia konstrukcji
Interferencja	Zaburzenie przepływu wiatru przez pobliskie obiekty, zmiana sposobu oddziaływania wiatru i rodzaju wymuszenia drgań
Drgania wiatrowo-deszczowe	Strumyczek wody na powierzchni zmienia charakterystyki aerodynamiczne
Dywergencja aerodynamiczna	Dodatnie sprzężenie zwrotne między kątem skęcenia przekroju a skęcającym momentem aerodynamicznym
Flutter giętno-skrętny	Dodatnie sprzężenie zwrotne między amplitudą drgań giętnych i skrętnych
Flatrtter membranowy	Dodatnie sprzężenie zwrotne między amplitudą drgań membrany a siłami wywołującymi deformacje

Zapobieganie

Zmiana charakterystyk dynamicznych przez dodatkowe masy lub drugorzędne ciągnia łączące główne kable nośne;

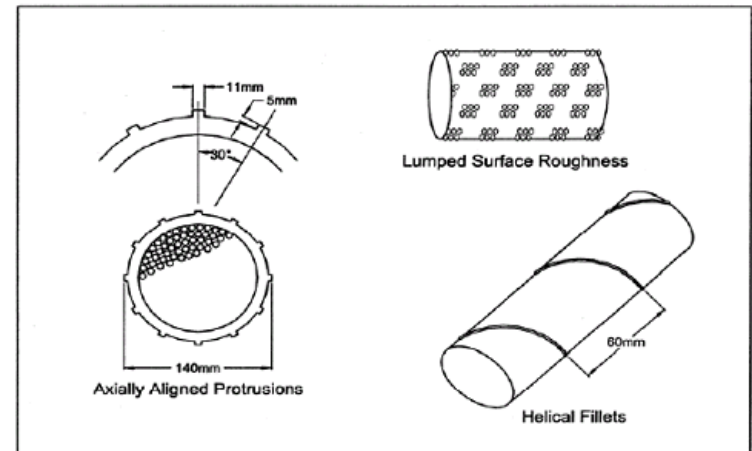
Specjalny kształt powierzchni osłon zewnętrznych ciągien (zmiana opływu wiatru, redukcja galopowania ciągien i drgań wiatrowo-deszczowych).



Rys: wikipedia



Rys: fhwa.dot.gov



Rys: fhwa.dot.gov

Tłumienie



Rys: ravenelbridge.nett



Zakotwienie i
tłumik drgań
podłużnych

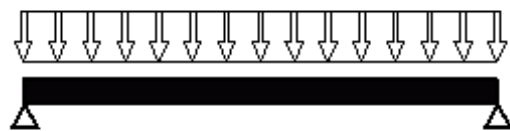
Tłumik drgań
poprzecznych

Rys: ravenelbridge.nett

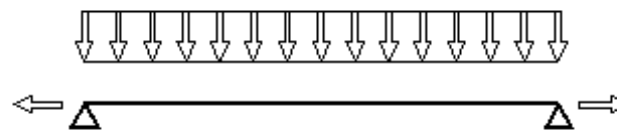
Tłumienie drgań poprzecznych jest ważne dla redukcji naprężeń zginających (\rightarrow # t / 35, 46)

Obliczenia statyczne i dynamiczne konstrukcji ciągowych

Obliczenia statyczne i dynamiczne cięgien znacząco różnią się od analogicznych obliczeń dla belek. Różnice pokazane zostaną na przykładzie ugięcia Δ i pierwszej częstotliwości drgań własnych f .

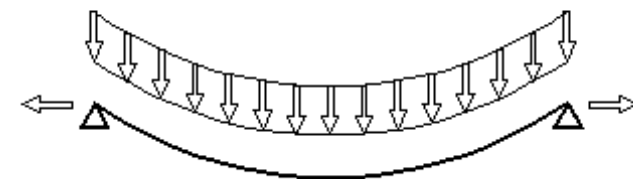


Belka



Cięgno

(grupa A lub B / C +
małe ugięcie)

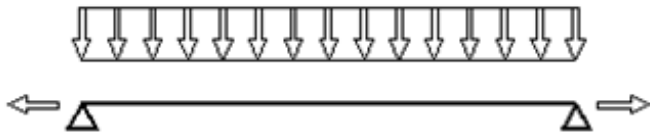


Cięgno

(grupa B / C + duże
ugięcie)

Rys: Autor

Rys: Autor



Cięgna, małe
deformacje

Rys: wikipedia



Rys: halfen.com

Ściąg w kratownicach (ciągna grupy A)

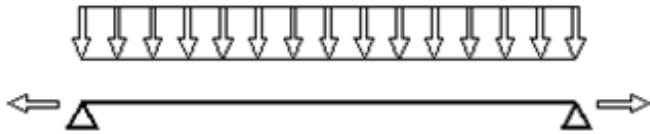
Mosty podwieszane (ciągna grup B i C)

Odciągi (ciągna grup B i C)



Rys: radiomap.eu

Rys: Autor

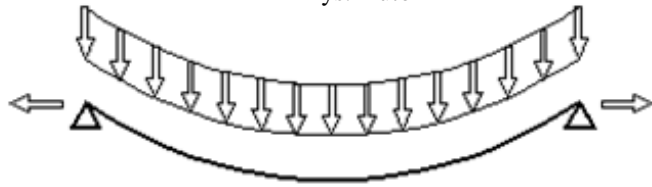


Rys: wikipedia

W grę wchodzi elementy krótkie lub o dużej sile naciągu.

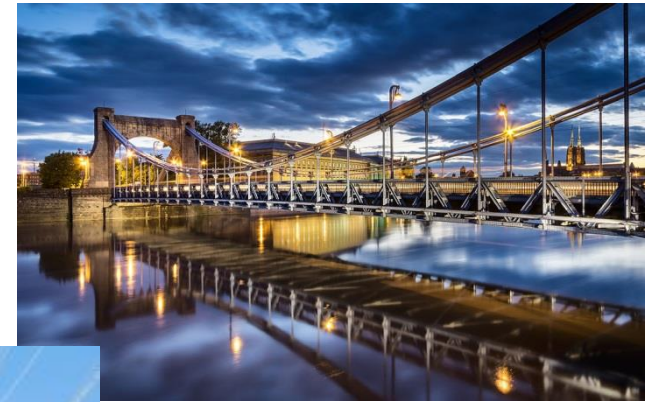
Często stosowanym rozwiązaniem są urządzenia napinające, m.in. Obciążniki utrzymujące mniej więcej stałą siłę naciągu. Dzięki temu oś ściągnięta pozostaje prawie prosta nawet przy dużych obciążeniach prostopadłych.

Rys: Autor



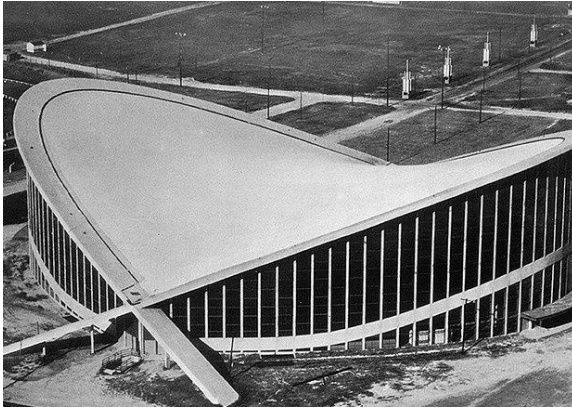
Cięgna, duże ugięcia
(grupy B i C)

Rys: wikipedia



Rys: bryla.pl

Dachy wiszące



Rys: wired.com

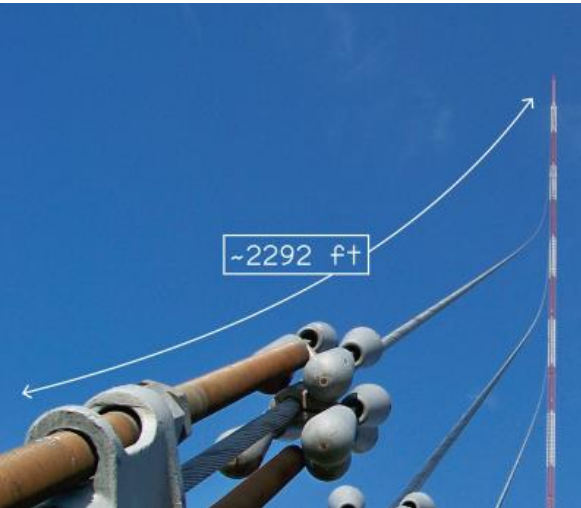


Mosty wiszące



Linie elektro-
energetyczne

Odciągi



Rys: dgreen.beauty

Rys: wikipedia

Ropeways

Obliczenia statyczne

W Ogólnym przypadku można wykazać istnienie związku między deformacją, obciążeniem i sztywnością (statyczną):

$$\text{deformacja} = \text{obciążenie} / \text{sztywność statyczna}$$

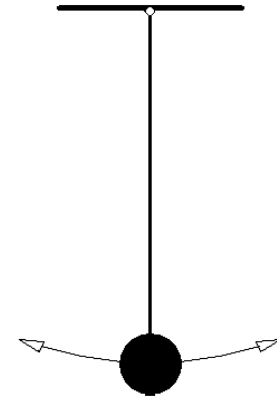
Związek ten wywodzi się z prawa Hooke'a:

$$\varepsilon = \sigma / E$$

ε – odkształcenie, σ – efekt obciążenia, E – sztywność (moduł Younga)

Obliczenia dynamiczne

Rys: Autor



Obliczenia dynamiczne ustroju o jednym stopniu swobody zostały przypomniane na wykładzie #1 / 23 - 38

W ogólności, istnieje związek między częstością, masą i sztywnością (dynamiczną):

$$\omega_0 = \sqrt{k / m}$$

W obu przypadkach pojawia się odpowiednio zdefiniowana sztywność ustroju:

- statyczna
- dynamiczna

które mogą być wyliczone ze wzorów:

$$\text{deformacja} = \text{obciążenie} / \text{sztywność statyczna}$$

$$\text{częstotliwość} = \sqrt{(\text{sztywność dynamiczna}) / \sqrt{(\text{masa})}}$$

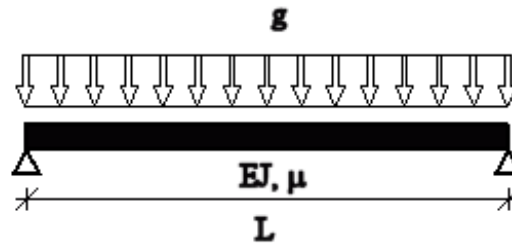
Belka

Obciążenie: g [N / m]

EJ [N m²]

Masa: μ [kg / m]

L [m]



Rys: Autor

Parametr	Wartość		Sztywność (statyczna lub dynamiczna)
Δ [m]	$5 g L^4 / (384 EJ)$	g / k_{stat}	$384 EJ / (5 L^4)$
f [Hz]	$\pi \sqrt{(EJ) / (2L^2 \mu)}$	$\sqrt{(k_{\text{dyn}}) / \mu}$	$\pi^2 EJ / (4 L^4)$

Obie sztywności są całkowicie niezależne od obciążenia i mają stałe wartości.

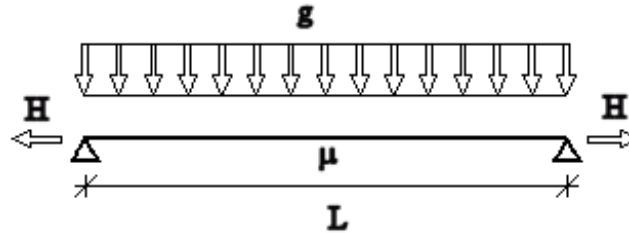
Cięgno, małe ugięcie

Obciążenie: g [N / m]

H [N]

Masa: μ [kg / m]

L [m]



Rys: Autor

Parametr	Wartość		Sztywność (statyczna lub dynamiczna)
Δ [m]	$g L^2 / (8 H)$	g / k_{stat}	$8 H / L^2$
f [Hz]	$0,5 \sqrt{(H) / (L \mu)}$	$\sqrt{(k_{\text{dyn}}) / (\mu)}$	$0,25 H / L^2$

Sytuacja jest znacznie bardziej skomplikowana, niż dla belki. H to początkowa pozioma siła napinająca cięgno dla początkowej wartości obciążenia g . Siła ta może się zmienić wraz ze zmiianą obciążenia o Δg (oblodzenie, prostopadłe parcie wiatru). Pojawia się zatem kwestia zmiany obu rodzajów sztywności wraz ze zmianą obciążenia Δg .

- duże H lub małe $\Delta g \rightarrow \Delta H$ jest zaniedbywalne \rightarrow obliczenia liniowe \rightarrow możliwe jest zdefiniowanie obu rodzajów sztywności, które będą miały stałe wartości (przypadek małego ugięcia;)
- małe H lub duże $\Delta g \rightarrow \Delta H$ ma istotną wartość i nie może być pomijane \rightarrow obliczenia nieliniowe \rightarrow obie sztywności zmieniają się wraz ze zmianą obciążenia i nie mają stałych wartości (przypadek dużego ugięcia);

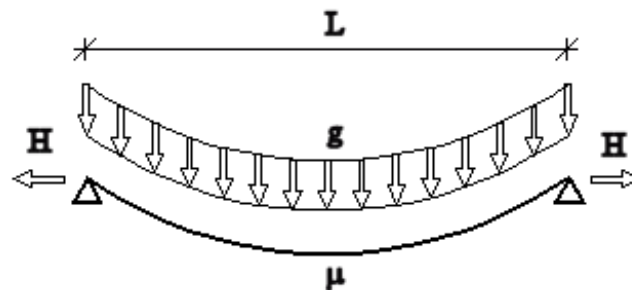
Obciążenia: g [N / m]

H [N]

Masa: μ [kg / m]

L [m]

Cięgno, duże ugięcia



Rys: Autor

$$k = H / g$$

Parametr	Wartość	Sztywność (statyczna lub dynamiczna)
Δ [m]	$k [\cosh (L / 2k) - 1]$	Nie jest możliwe przekształcenie wzoru do postaci g / k_{stat}
f [Hz]	$\rightarrow \#t / 82$	Nie jest możliwe przekształcenie wzoru do postaci $\sqrt{(k_{\text{dyn}})} / \sqrt{(\mu)}$

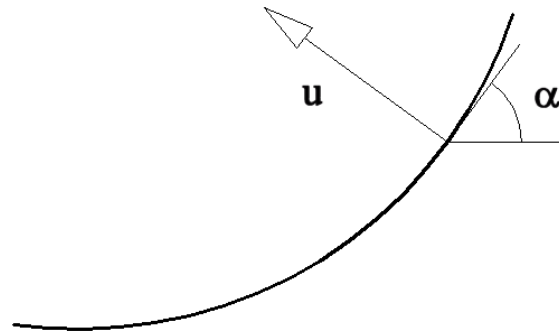
Sztywność zależy od obciążenia g : zmiana obciążenia zmienia siłę naciągu $H \rightarrow$ zmiana sztywności \rightarrow obliczenia nieliniowe.

W przypadku dużego zwisu nie można założyć braku wpływu g na $H \rightarrow$ zawsze obliczenia nieliniowe.

$$f = (1 / 2\pi) \sqrt{\{[2(u' + u'') \sin \alpha \cos^2 \alpha - (u''' + u'''') \cos^3 \alpha] / [\lambda (2u' \operatorname{tg} \alpha + u'' - u)]\}}$$

$u = u(\alpha)$ – drgania prostopadłe w danym miejscu do cięgna ; $\lambda = H / g^2$

Rozwiązanie problemu zależy nieliniowo od L, H, g, μ . Potrzebne jest też dodatkowe równanie na $u = u(L, H, g, \mu)$



Rys: Autor

W dodatku, H zależy od g w bardzo nieliniowy sposób. Można wręcz mówić o dwu stopniach nieliniowości:

- nieliniowa zależność między Δ i g (przez \cosh) oraz między f i μ (przez rozwiązanie równania różniczkowego trzeciego stopnia);
- nieliniowa zależność między Δg and ΔH dla obliczeń statycznych i nieliniowa zależność między λ oraz g dla dynamiki.

Nie istnieje możliwość zdefiniowania sztywności (statycznej i dynamicznej) dla przypadku dużych ugięć. Stała sztywność istnieje tylko dla belek. Dla ciągów w każdej sekundzie mamy inną wartość obciążenia (dynamiczne działanie wiatru), zatem w każdej sekundzie mamy inną sztywność.

Wnioski

Element	Sztywność statyczna	Sztywność dynamiczna	Uwagi
Belka	$\sim EJ / L^4$	$\sim EJ / L^4$	sz.s. \approx sz.d.
Cięgno, mały zwis	<ul style="list-style-type: none"> ♦ obliczenia liniowe: $\sim H / L^2$ lub ♦ obliczenia nieliniowe, sztywność niezdefiniowana 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ obliczenia liniowe: $\sim H / L^2$ lub ♦ obliczenia nieliniowe, sztywność niezdefiniowana 	<ul style="list-style-type: none"> ♦ obliczenia liniowe: sz.s. \approx sz.d. lub ♦ obliczenia nieliniowe, sztywność niezdefiniowana
Cięgno, duży zwis	obliczenia nieliniowe, sztywność niezdefiniowana	obliczenia nieliniowe, sztywność niezdefiniowana	obliczenia nieliniowe, sztywność niezdefiniowana

Przykłady

- Hale wystawowe
- Hale sportowe
- Centra rozrywkowe
- Dworce kolejowe i lotnicze
- Specjalne obiekty przemysłowe
- Specjalne obiekty transportowe
- Punkty orientacyjne
- Mosty

Porównanie rozmiarów:

Rynek Starego Miasta: 200x200 m;

Hejnalica: 82 m;

Odległość Politechnika – Wawel: 2 000 m;

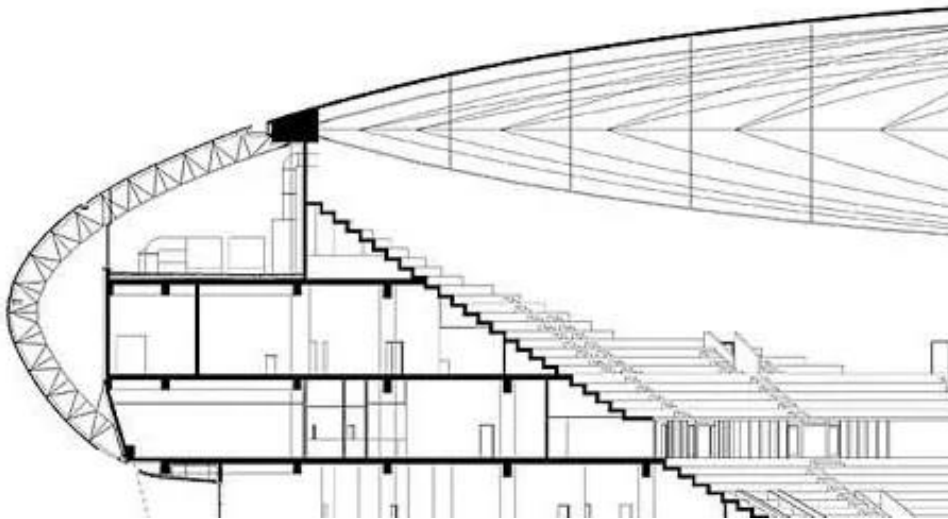
Tauron Arena, Kraków

Centrum rozrywkowo-sportowe

Średnica 166 m

Wysokość 27 m

Kopuła z łuków kratowych, w centrum dźwigary cięgnowe



Rys: architekturabiznes.pl

Rynek Starego Miasta: 200x200 m;



Stadnion Narodowy,
Warszawa

Długość 270 m
Szerokość 240 m
Wysokość 100 m

Dach podwieszony

Rys: muratorplus.pl

Rys: wikipedia

Rynek Starego Miasta: 200x200 m;
Hejnalica: 82 m;





Dorton Arena (Paraboleum),
Raleigh

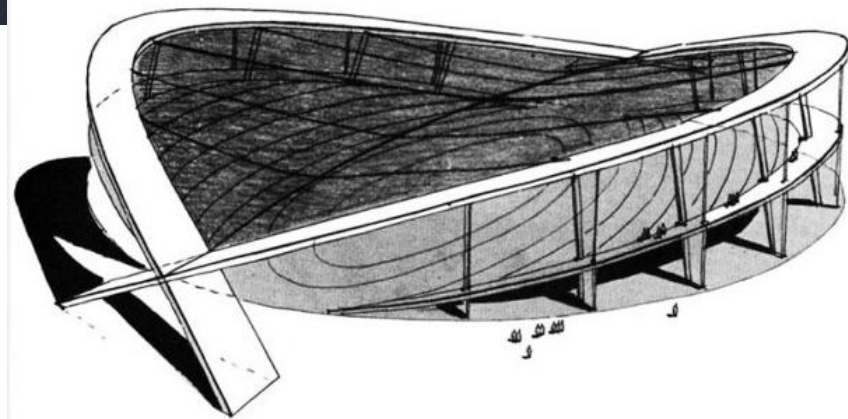
Hala sportowa

Długość 97 m
Szerokość 92 m
Wysokość 27 m

Dach podwieszony

Rys: culture.pl

Rys: wikipedia



Rynek Starego Miasta: 200x200 m;



Rys: us.archello.com

Rynek Starego Miasta: 200x200 m;
Hejnalica: 82 m;

Khan Shatyr, Astana

Centrum rozrywkowe

Długość 200 m

Szerokość 160 m

Wysokość 150 m

Dach podwieszony



Rys: en.tengrinews.kz

Millenium Dome (O2
Arena), Londyn

Wielofunkcyjne centrum
rozrywkowe

Średnica 365 m
Wysokość 52 m

Dach podwieszony



Rys: wikipedia

Rynek Starego Miasta: 200x200 m;
Hejnalica: 82 m;

Wieża chłodnicza,
Schmehausen

Średnica 91 - 84 - 146 m
Wysokość 180 m

Sieć cięgien



Rys: eng.archinform.net

Rynek Starego Miasta: 200x200 m;
Hejnalica: 82 m;

Kolejka linowa Eibsee, Zugspitze

Rozpiętość 3 213 m

Najdłuższe przęsło kolejki linowej
na świecie



Rys: tripadvisor.com

Odległość Politechnika – Kopiec Kraka: 3 850 m;

Rys: tripadvisor.com



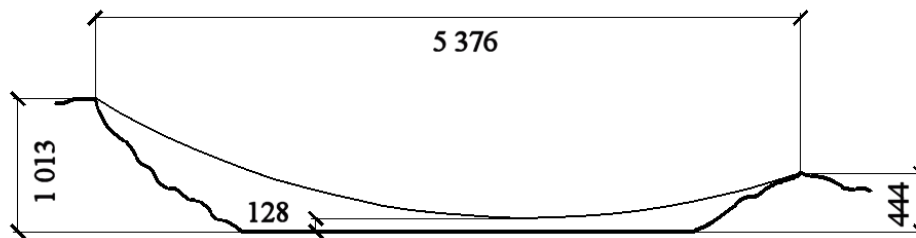
Ameralik Fiord, Grenlandia

Linia energetyczna

Rozpiętość 5 376 m

Najdłuższa konstrukcja wisząca na świecie

Rys: Autor



Odległość Politechnika – dzwonnica w Łagiewnikach: 5 700 m;

Most Changtai Yangtze River

Przęsło główne 1 176 m

Najdłuższy most podwieszony na świecie

Odległość Politechnika – Kościół Mariacki: 1 150 m;



Rys: siberiantimes.com



Most 1915 Çanakkale, Sztambuł

Przęsło główne 2 023 m

Najdłuższy na świecie most wiszący

Odległość Politechnika – Katedra Wawelska: 2 000 m;

Zagadnienia egzaminacyjne

Rodzaje cięgien

Obciążenia statyczne i dynamiczne konstrukcji cięgowych

Statyka i dynamika belki i cięgna, podobieństwa i różnice

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż Tomasz Michałowski

tmichal@pk.edu.pl