

# Konstrukcje metalowe II

## Wykład IV

### Estakady podsuwnicowe

#### Belki

## Spis treści

Zalecane przekroje belek → #t / 3

Nośność – metody obliczeń → #t / 18

Metoda naprężeń zredukowanych (MNZ) → #t / 39

Metoda przekrojów efektywnych (MPE) → #t / 60

Inne rodzaje belek → #t / 61

Niestateczność → #t / 66

Zjawiska lokalne → #t / 73

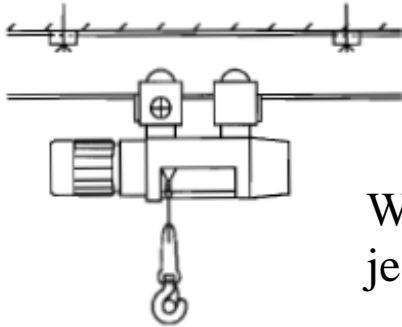
Żebra pionowe → #t / 92

Zderzaki → #t / 93

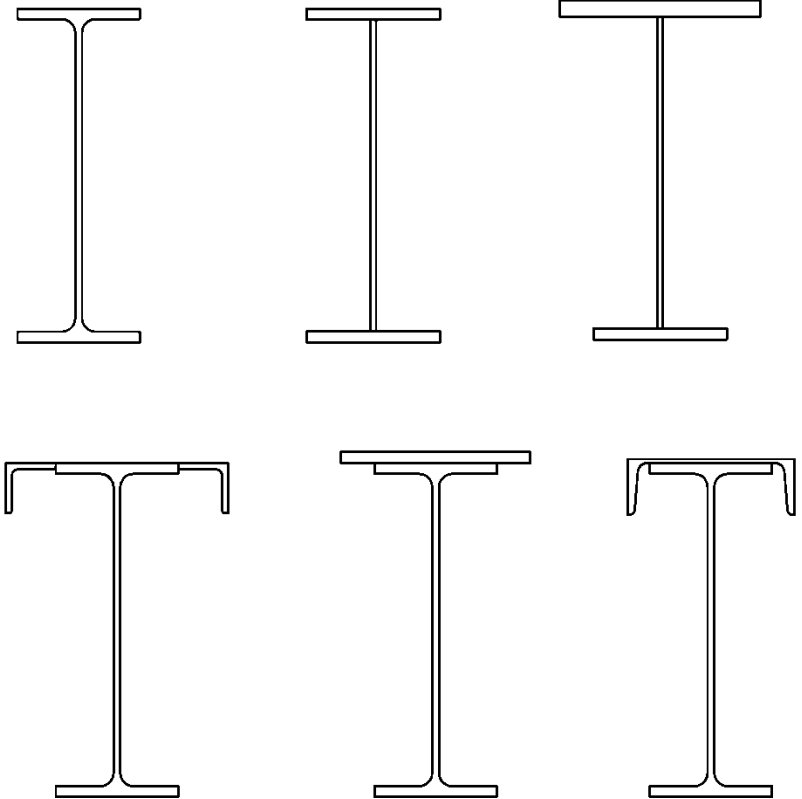
Zagadnienia egzaminacyjne → #t / 96

# Zalecane przekroje belek

Rys: EN 1991-3 fig.1.2



Wciągnik  
jednoszynowy

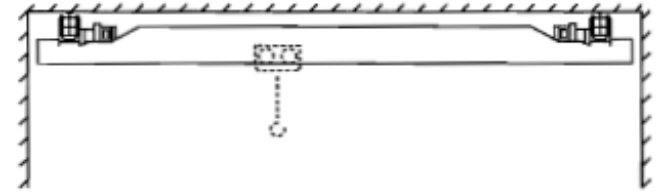


Dwuteownik, gorącowalcowany lub spawany;

Dwuteownik z rozbudowaną półką górną  
(ściskaną).

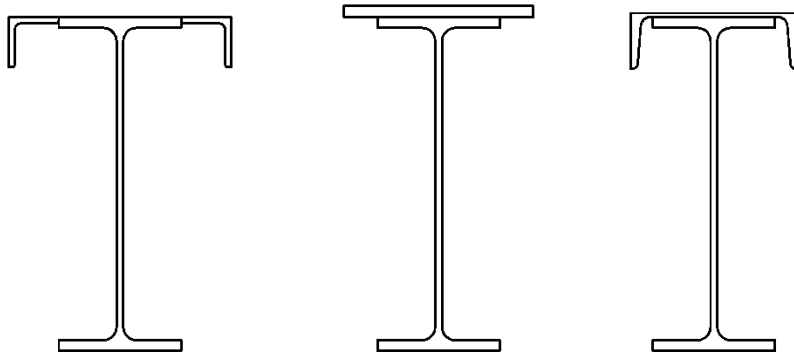
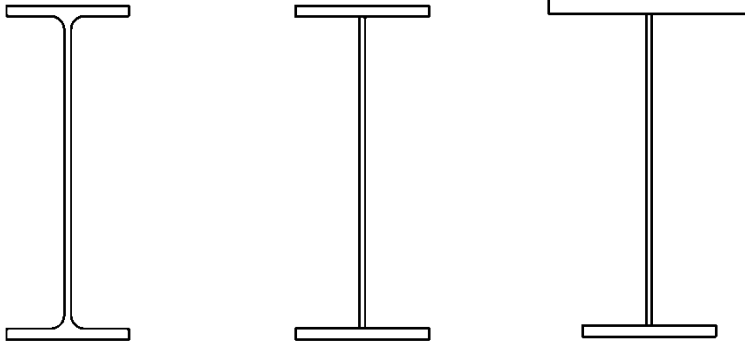
Rys: Autor

Rys: EN 1991-3 fig.1.3



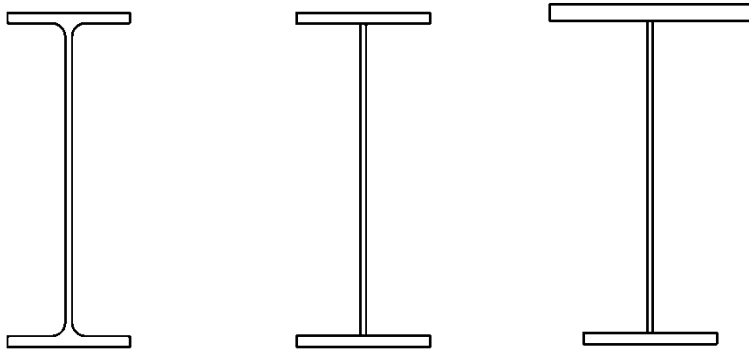
Rys: Autor

Suwnica pomostowa podwieszona

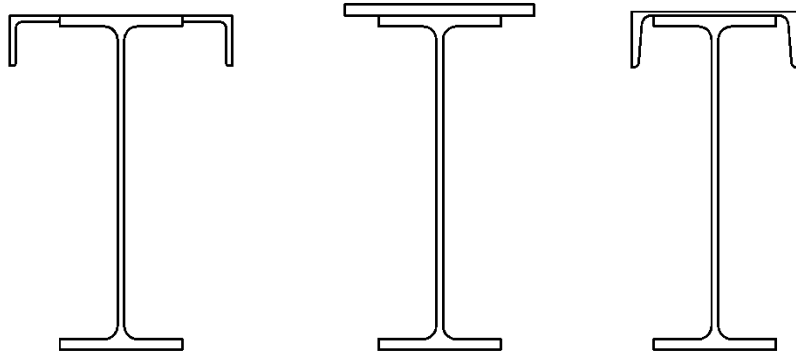


Dwuteownik, gorącowalcowany lub spawany;

Dwuteownik z rozbudowaną półką górną (ściskaną).



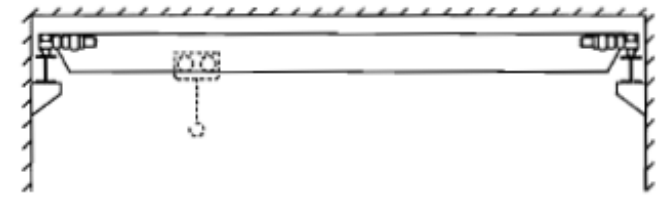
Rys: Autor



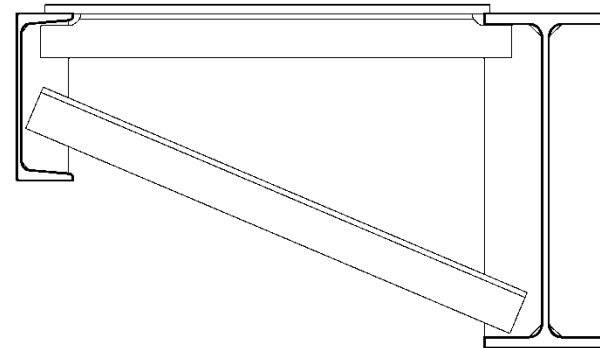
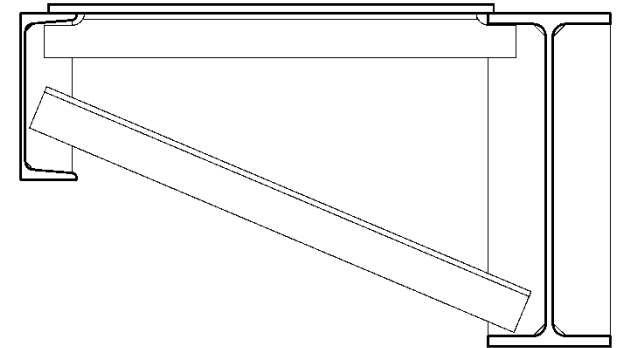
Dwuteownik, gorącowałcowany lub spawany;

Dwuteownik z rozbudowaną półką górną (ściskaną);

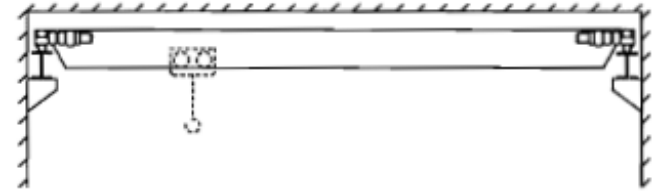
Dwuteownik z tężnikiem hamownym.



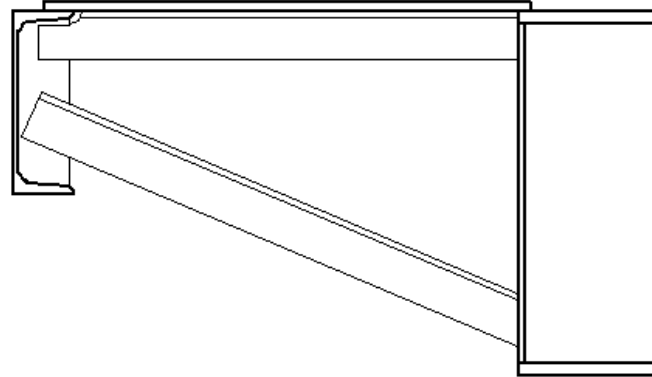
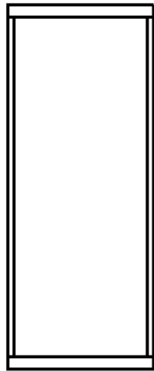
Suwnica pomostowa natorowa



Rys: Autor



Najcięższe istniejące suwnice pomostowe natorowe



Rys: Autor

Przekrój skrzynkowy;

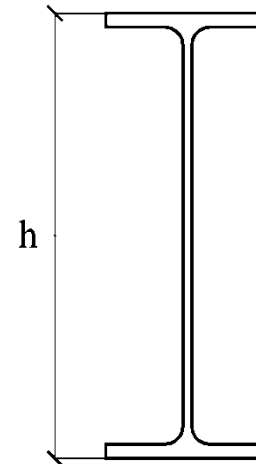
Przekrój skrzynkowy z tężnikiem hamownym.

## Wstępne przyjęcie wymiarów

HEB, HEA, IKS

$$h \approx \sqrt{[ 2 M_{V, \max} / (f_y t_0)]}$$

$$t_0 = 10 \text{ mm}$$



Rys: Autor

$M_{V, \max}$  – max moment zginający w płaszczyźnie pionowej zgodnie z #3 / 86

## Dwuteownik spawany

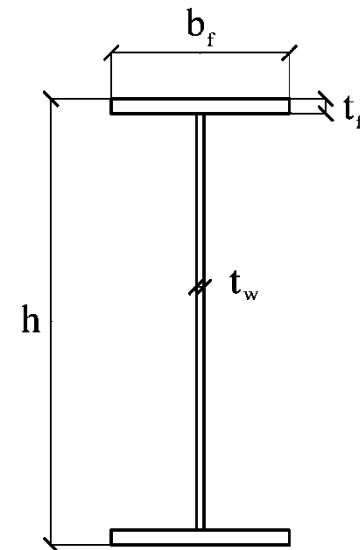
$$h \approx \sqrt{[ 2 M_{V, \max} / (f_y t_0)]}$$

$$t_0 = 10 \text{ mm}$$

$$t_w [\text{mm}] \approx 7 [\text{mm}] + 3 h [\text{m}]$$

$$t_f \approx 1,5 t_w \div 2,0 t_w$$

$$b_f \approx 0,2 h \div 0,3 h$$



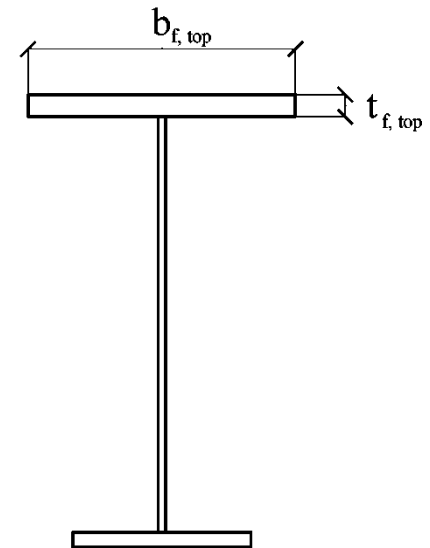
Rys: Autor

Dwuteownik spawany z rozbudowaną półką górną

$$t_f \approx 1,5 t_w \div 2,0 t_{f, \text{bottom}}$$

$$b_{f, \text{top}} \approx 0,3 h \div 0,4 h$$

Pozostałe wymiary jak poprzednio

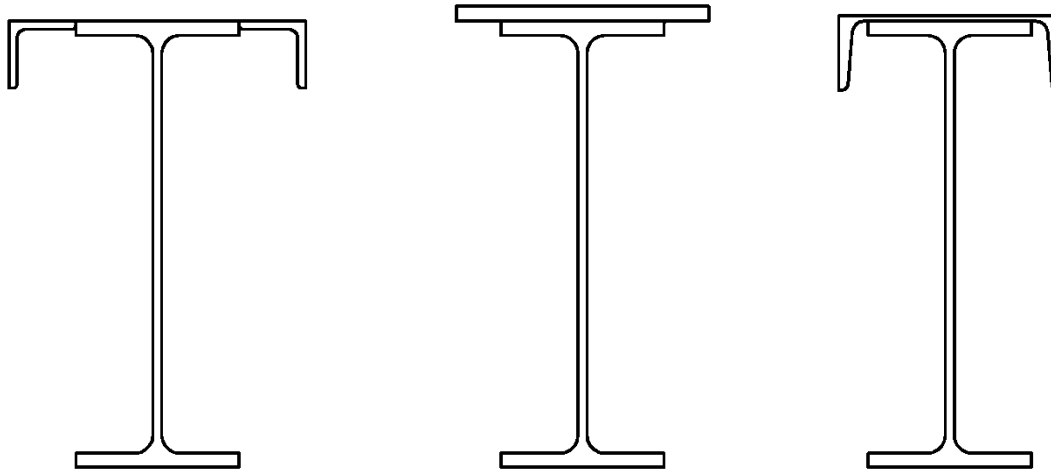


Rys: Autor

## HEB, HEA, IKS

$A$  (półka górna)  $\approx 2 A$  (półka dolna)

Pozostałe wymiary jak poprzednio

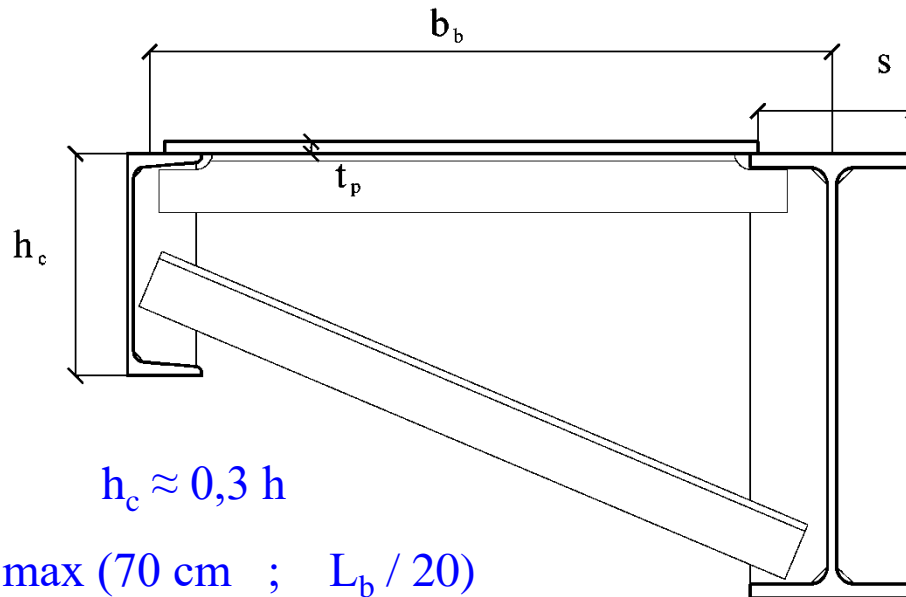


Rys: Autor

# HEB, HEA, IKS, inne dwuteowniki spawane

## tężnik hamowniczy z blachą pomostowa

Rys: Autor



$$h_c \approx 0,3 h$$

$$b_b \approx \max (70 \text{ cm} ; L_b / 20)$$

$s$  = miejsce na szynę i elementy łączące ją z belką

$$t_p \approx 0,5 (t_f + t_w)$$

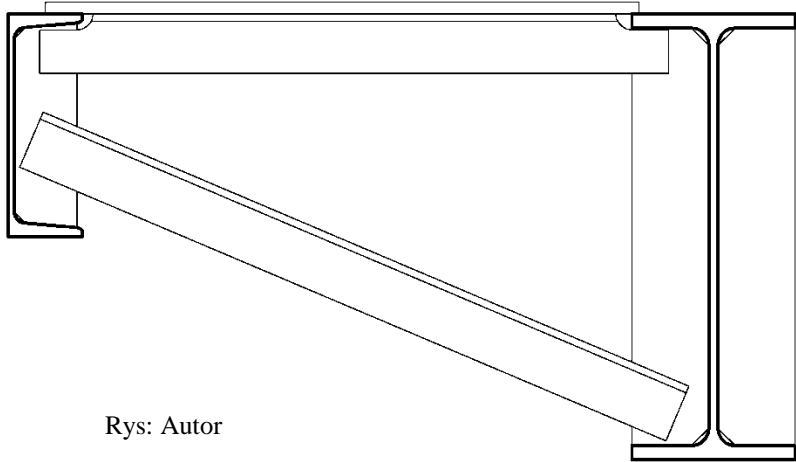
$b_b / t_p \rightarrow$  nie więcej niż III klasa przekroju

Pozostałe wymiary jak poprzednio



Rys: despaw.pl

# HEB, HEA, IKS, inne dwuteowniki spawane tężnik hamowny z kratką pomostową



Rys: Autor



Rys: zinkpower.com.pl

Wymiary jak poprzednio

## Przekrój skrzynkowy

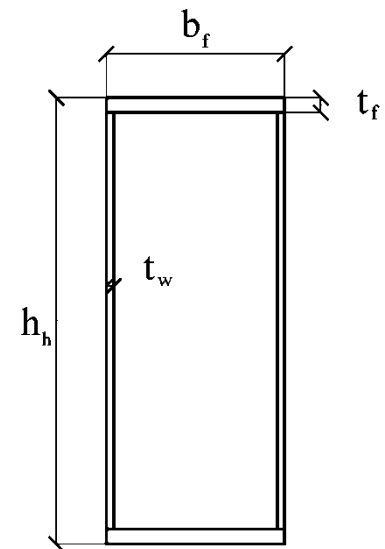
$$h \approx \sqrt{[ 1,5 M_{V, \max} / (f_y t_0)]}$$

$$t_0 = 10 \text{ mm}$$

$$t_w [\text{mm}] \approx 7 [\text{mm}] + 3 h [\text{m}]$$

$$t_f \approx 1,5 t_w \div 2,0 t_w$$

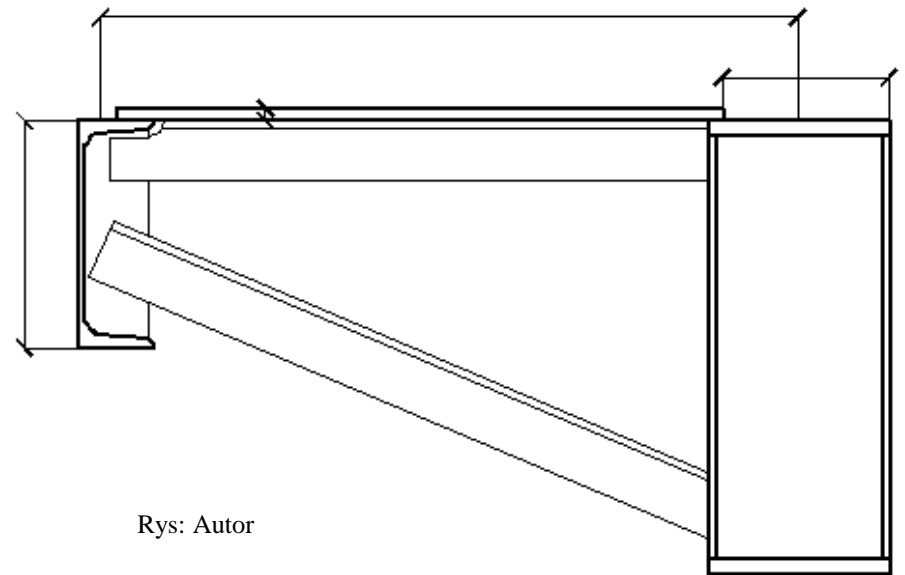
$$b_f \approx 0,2 h \div 0,3 h$$



Rys: Autor

# Przekrój skrzynkowy z tężnikiem hamownym

Wymiary jak poprzednio dla skrzynki i tężnika



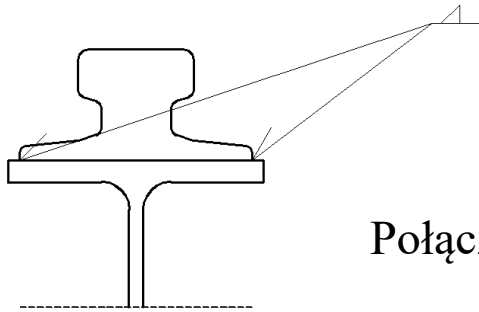
Rys: Autor

# Niskie temperatury działają na estakady podsuwnicowe

EN 1993-1-10

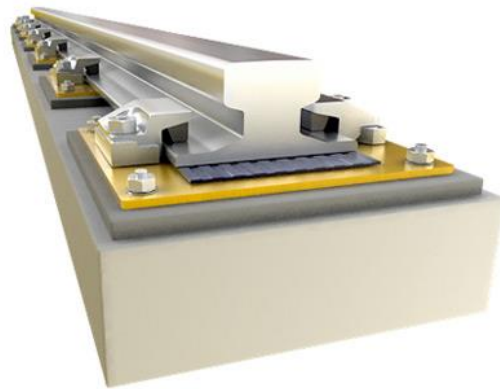
Gatunek stali	Grupa jakości	Praca łamania Charpy CVN		Temperatura obliczeniowa							Temperatura obliczeniowa			
		w T [°C]	J <sub>min</sub>	10	0	-10	-20	-30	-40	-50	10	0	-10	-20
				$\sigma_{Ed} = 0,75 f_y(t)$							$\sigma_{Ed} = 0,50$			
S235	JR	20	27	60	50	40	35	30	25	20	90	75	65	55
	J0	0	27	90	75	60	50	40	35	30	125	105	90	75
	J2	-20	27	125	105	90	75	60	50	40	170	145	125	105
S275	JR	20	27	55	45	35	30	25	20	15	80	70	55	50
	J0	0	27	75	65	55	45	35	30	25	115	95	80	70
	J2	-20	27	110	95	75	65	55	45	35	155	130	115	95
	M,N	-20	40	135	110	95	75	65	55	45	180	155	130	115
	ML,NL	-50	27	185	160	135	110	95	75	65	200	200	180	155
S355	JR	20	27	40	35	25	20	15	15	10	65	55	45	40

## Rodzaje połączeń między szyną i belką



Rys: Autor

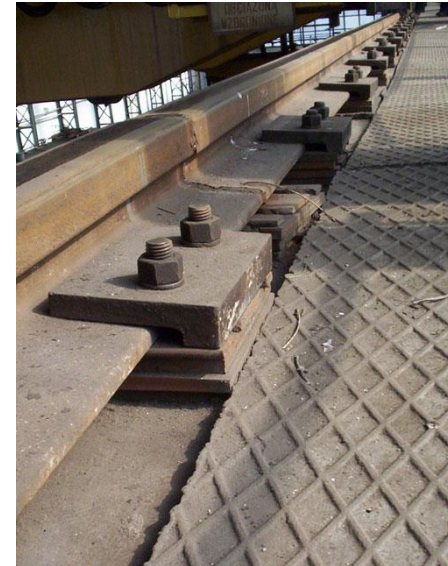
Połączenie spawane



Połączenie śrubowe z podkładką elastomerową

Rys: rialex.com.pl

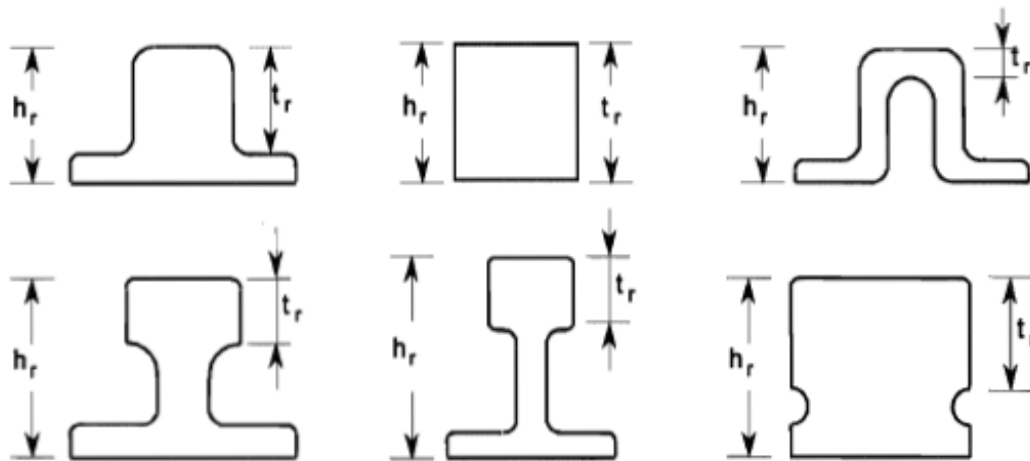
Rys: dzwigar.info.pl



Połączenie śrubowe bez podkładki

## Wciągnięcie szyny do współpracy z belką podsuwnicową

Rodzaj połączenia szyna – belka	Rozwiązanie	Przekrój efektywny	Redukcja belki, statyka i stateczność	Redukcja belki, zmęczenie
Sztywne	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ połączenie spawane</li> <li>◆ połączenie śrubowe kategorii C bez podkładki</li> </ul>	Belka + zredukowana część szyny	$h_r - 0,250 t_r$	$h_r - 0,125 t_r$
Wiotkie	◆ pozostałe	Belka	0	



EN 1993-6 5.6.2

## Nośność – metody obliczeń

W Eurokodzie EN 1993-6 pojawia się tylko kilka szczegółowych uregulowań w zakresie obliczania belek podsuwnicowych:

EN 1993-6 5.4 .1 (2) – zalecana jest globalna analiza sprężysta (a nie plastyczna)(#t / 20);

EN 1993-6 5.6.2 (4) – Metoda Naprężeń Zredukowanych (#t / 39-59);

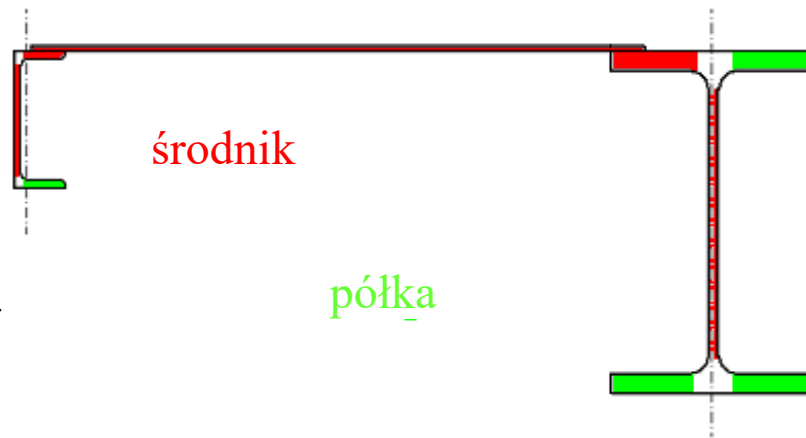
EN 1993-6 6.3 – alternatywne sprawdzenie stateczności (#t / 68-70);

EN 1993-6 7.5 – warunki stanów granicznych w zakresie sprężystym (#t / 87-88);

EN 1993-6 zał.A – alternatywne sprawdzenie stateczności (#t / 71-72);

Podstawą obliczeń jest EN 1993-1-1 6.2

## Klasa przekroju



Rys: Autor

W użyciu sa dwie metody obliczeń: Metoda Naprężeń Zredukowanych (MNZ) i Metoda Przekrojów Efektywnych (MPE)

Klasa przekroju	Obliczenia – kres nośności		Metoda obliczeń
	"Normalne" konstrukcje (jak na I stopniu studiów)	Estakady podsuwnicowe	
I	Nośność plastyczna + redystrybucja momentów zginających	Nośność sprężysta	MNZ
II	Nośność plastyczna		
II	Nośność sprężysta		
IV	Lokalna utrata stateczności	Lokalna utrata stateczności	MNZ, MPE

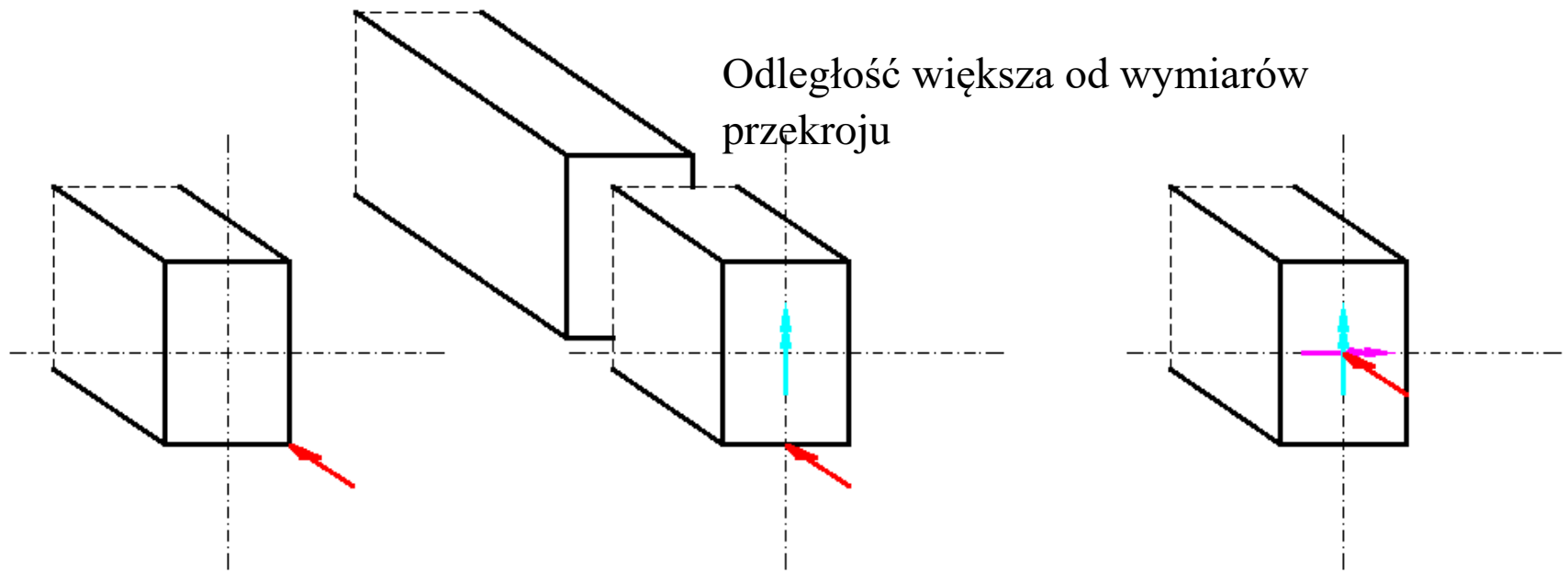
EN 1993-6 5.4.1 (2)

IV klasa przekroju nie jest zalecana dla estakad.

## Zasada Saint-Venanta:

*Jeżeli dany układ sił - działających na niewielki obszar ciała sprężystego będącego w równowadze - zastąpimy innym układem sił statycznie równoważnym i działającym bezpośrednio na ten obszar, to w odległości przewyższającej jego wymiary, powstają jednakowe, uśrednione stany: naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia.*

Te same efekty (naprężenia, siły przekrojowe, odkształcenia)



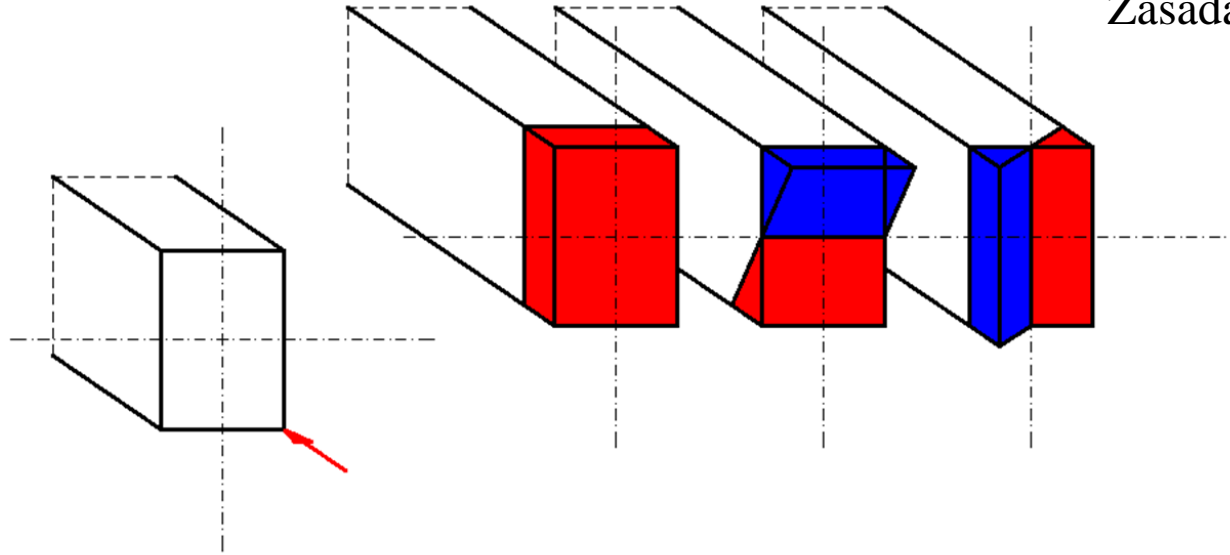
Równoważne statycznie układy sił

Rys: Autor

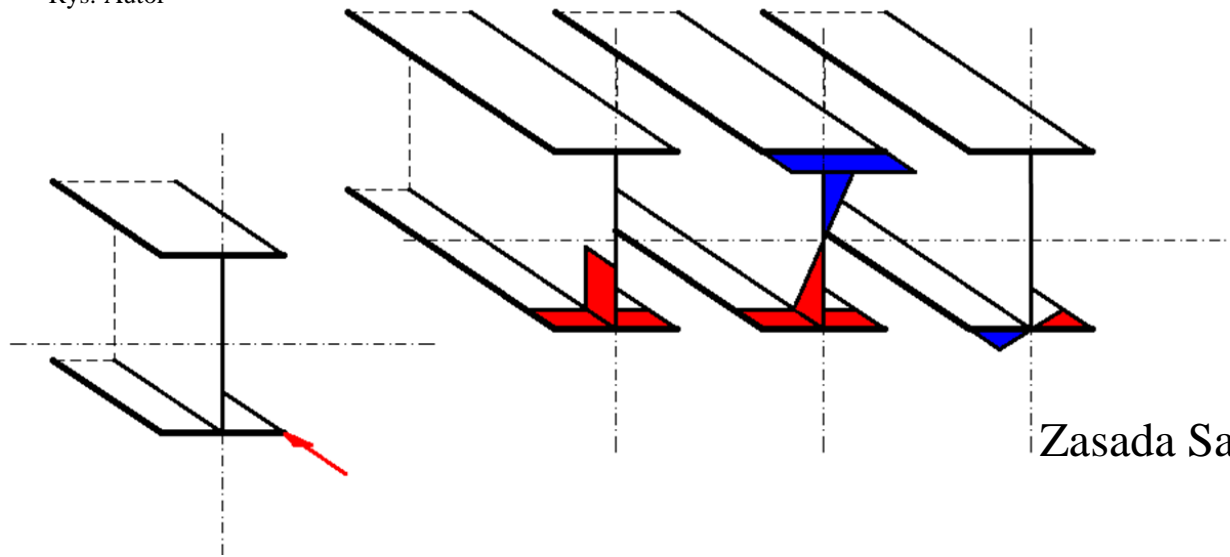
- W przypadku belek podsuwnicowych mamy do czynienia z zaledwie kilkoma siłami ( $<10$ ), przyłożonymi w punktach.
- Proporcje przekroju są zbliżone do przekroju cienkościennego.
- Stosunek długości do największego wymiaru przekroju jest mniejszy niż 10, co podważa sens stosowania modelu prętowego.

Sytuacja	Obliczenia
"Normalne" konstrukcje prętowe (jak na I stopniu studiów)	Zasada Saint-Venanta jest słuszna; analizujemy siły przekrojowe w środku ciężkości
Belki podsuwnicowe	Zasada Saint-Venanta nie jest słuszna; równoważne statycznie układy obciążeń dadzą różne siły przekrojowe, trzeba uwzględnić miejsca przyłożenia sił do przekroju

Zasada Saint-Venanta jest słuszna



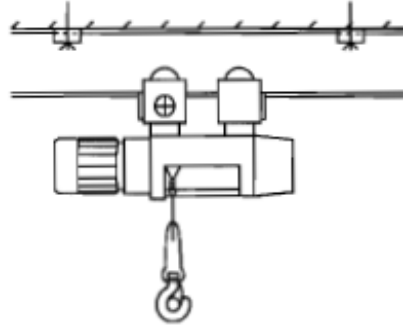
Rys: Autor



Zasada Saint-Venanta nie jest słuszna

Przekrój belki podsuwnicowej	Klasa przekroju belki podsuwnicowej	Typ dźwigni		
		Wciągnik jednoszynowy	Suwnica pomostowa podwieszona	Suwnica pomostowa natorowa
Dwuteownik	I - III	MNZ		
	IV	MPE, MNZ		
Dwuteownik z pełnościennym teźnikiem hamownym	I - III	Przekroje nie mające zastosowania dla powyższego rodzaju dźwignic	MNZ	
	IV		MPE, MNZ	
Skrzynka Skrzynka z dowolnym teźnikiem hamownym	I - III		<p style="color: blue; text-align: center;">Procedury w Eurokodzie nie są przeznaczone dla tego typu przekrojów belek</p>	
	IV			
Dwuteownik z kratowym teźnikiem hamownym	I - III			
	IV			

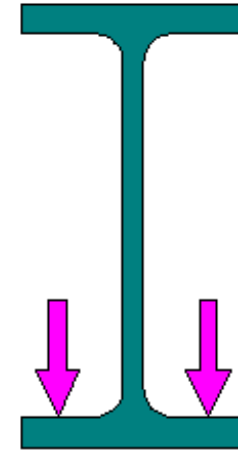
Rys: EN 1991-3 fig.1.2



## Wciągnik jednoszynowy

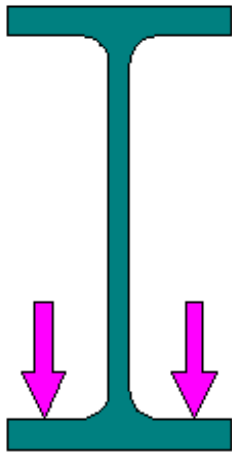
Obciążenia przyłożone są do dolnej półki:

- Siła pionowa  $V_{z, Ed}$  ;
- Siła pozioma osiowa  $N_{Ed}$  ;



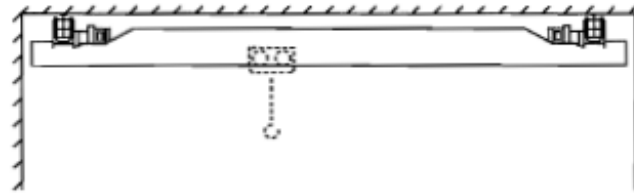
Rys: Autor

Brak obciążeń poprzecznych; brak momentów skręcających.



Rys: Autor

Rys: EN 1991-3 fig.1.3

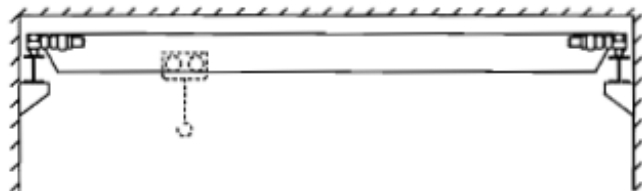


### Suwnica pomostowa podwieszona

Obciążenia przyłożone są do dolnej półki:

- Siła pionowa  $V_{z, Ed}$  ;
- Siła pozioma osiowa  $N_{Ed}$  ;
- Siła pozioma poprzeczna  $V_{y, Ed}$  ;

Rys: EN 1991-3 fig.1.4



## Suwnica pomostowa natorowa

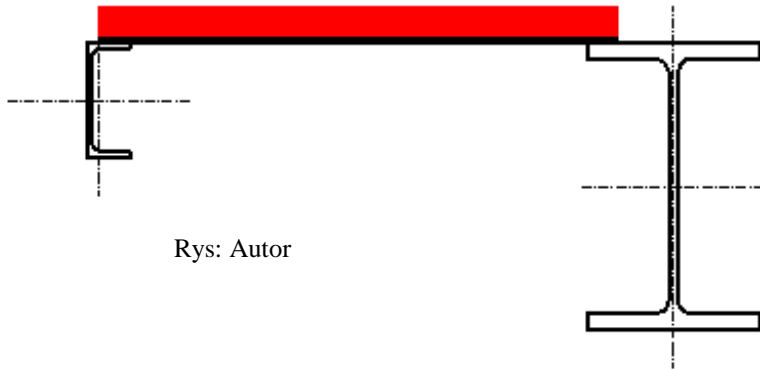


Obciążenia przyłożone są do górnej półki:

- Siła pionowa  $V_{z, Ed}$  ;
- Siła pozioma osiowa  $N_{Ed}$  ;
- Siła pozioma poprzeczna  $V_{y, Ed}$  ;
- dodatkowo może się pojawić siła pionowa wywołana obecnością pracowników  $V_{y1, Ed}$  ;

Rys: Autor

## Obciążenie wywołane obecnością pracowników.



Rys: Autor

Rys: rapmet.pl

Przyłożone jest do pomostu roboczego na tężniku hamownym. Pomost może być wykonany z blachy lub kratki pomostowej.



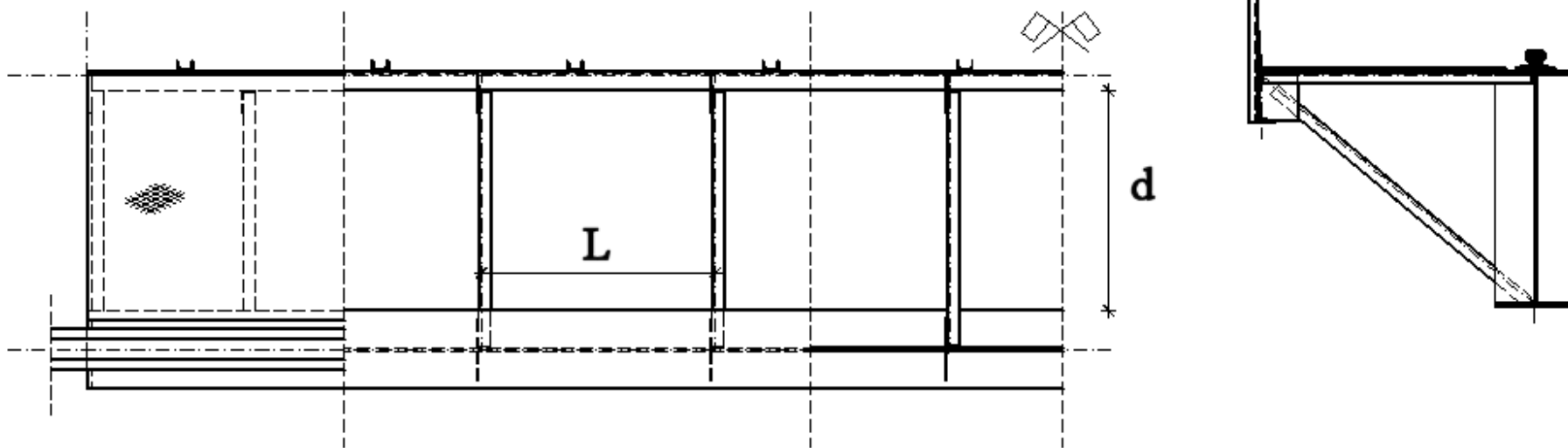
Pomost roboczy, zarówno z blachy jak kratki, musi być podparty dodatkowymi belkami pomiędzy belką główną a ceownikiem pomocniczym. Wygodnie jest, gdy pola utworzone przez te belki są zbliżone kształtem do kwadratu:

$$L \approx d$$

lub

$$L < d$$

Belki podpierające pomost roboczy łączą się ukośnymi zastrzałami z dolną półką belki głównej.



Rys: Autor



Rys: Autor



Belka główna podparta jest przez **słupy**.

Rys: Autor

Ceownik jest podparty przez **zastrzały** i **słupy**.

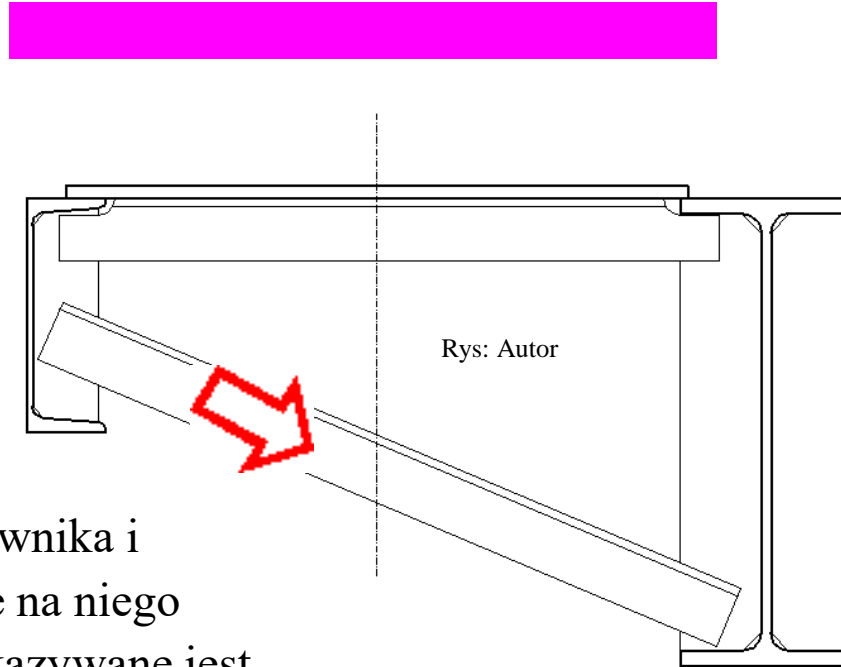


Obciążenie pracownikami +  
+ ciężar własny tężnika  
hamownego:  
 $q$

Połowę obciążenia  
pracowniczego i ciężaru  
tężnika hamownego przejmuje  
bezpośrednio belka główna.

$$V (q / 2)$$
$$M (q / 2)$$

Drugą połowę przejmuje  
ceownik.  
 $V (q / 2)$   
 $M (q / 2)$



Ciężar ceownika i  
przypadające na niego  
obciążenie przekazywane jest  
przez zastrzały.

Ostatecznie, całe obciążenie i tak  
przejmuje belka główna.

$$V = V (q / 2) + V (q / 2) = V (q)$$
$$M = M (q / 2) + M (q / 2) = M (q)$$

Na zastrzały działa siła osiowa; zazwyczaj stosuje się tu kątowniki:

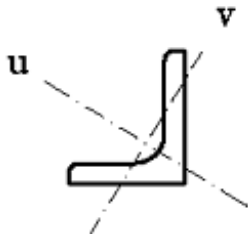
Nośność na ściskanie

Wyboczenie względem u-u

Wyboczenie względem v-v

Wyboczenie skrętne

Wyboczenie giętno-skrętne



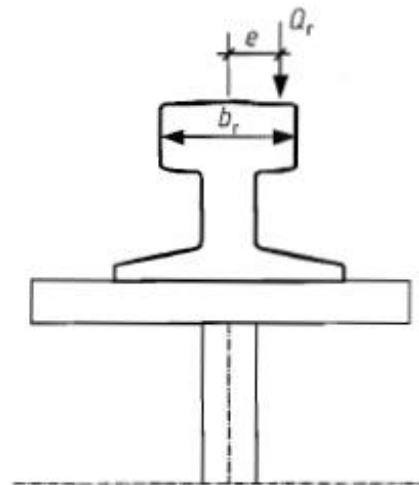
Rys: Autor

Przekrój belek podpierających pomost można przyjąć taki sam, jak zastrzałów.

Siły poziome poprzeczne w przypadku obu rodzajów suwnic przyłożone są w dużej odległości od środka ciężkości belki głównej. Wywołuje to skręcanie przekroju. Stosuje się, alternatywnie, dwie metody obliczania skręcania → #t / 34 - 38

W przypadku suwnicy natorowej, wartość momentu skręcającego od siły poziomej jest dodatkowo powiększona przez wpływ niecentrycznego przyłożenia siły pionowej.

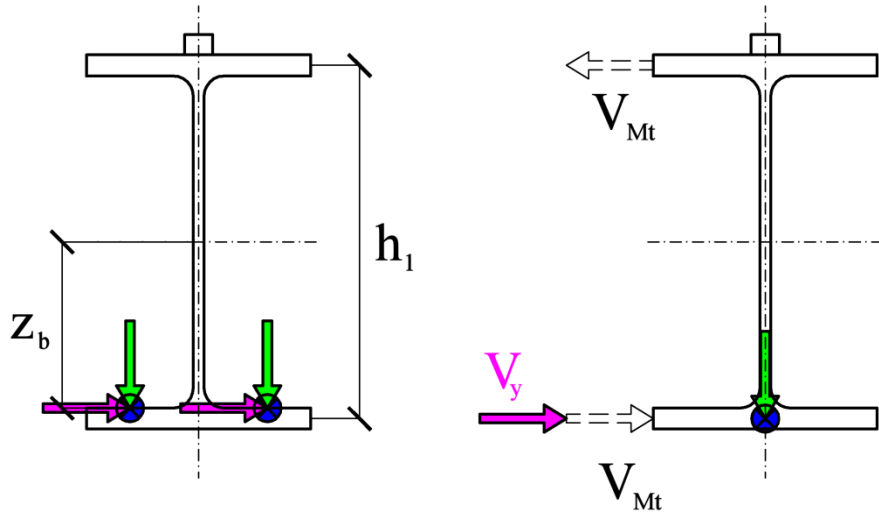
Rys: EN 1991-3 fig. 2.2



$$e_y = \max (0,25 b_r \ ; \ 0,5 t_w)$$

Pierwsza metoda policzenia skręcania (EN 1993-6 5.6.2 (4) ) – moment skręcający jest zamieniany na parę sił przyłożoną do półek belki:

### Suwnica podwieszona

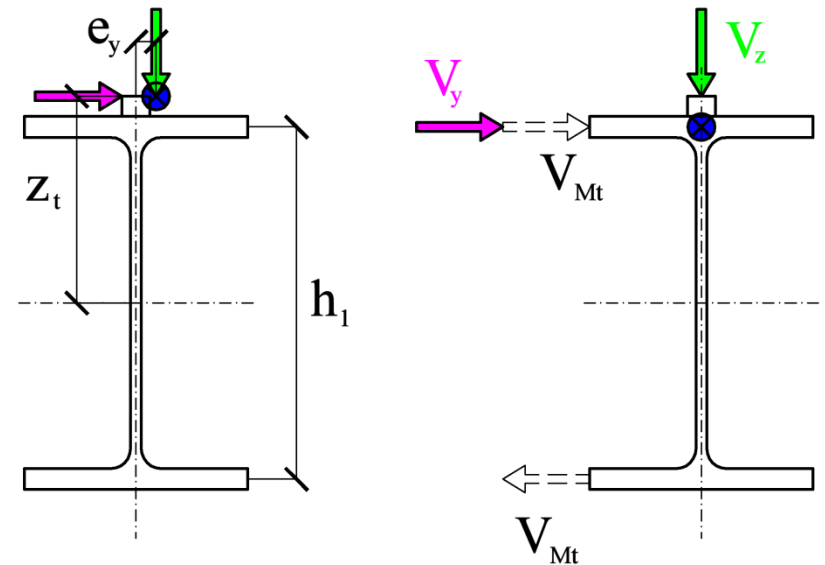


$$T = V_y z_b$$

$$V_T = (V_y z_b) / h_1$$

Rys: Autor

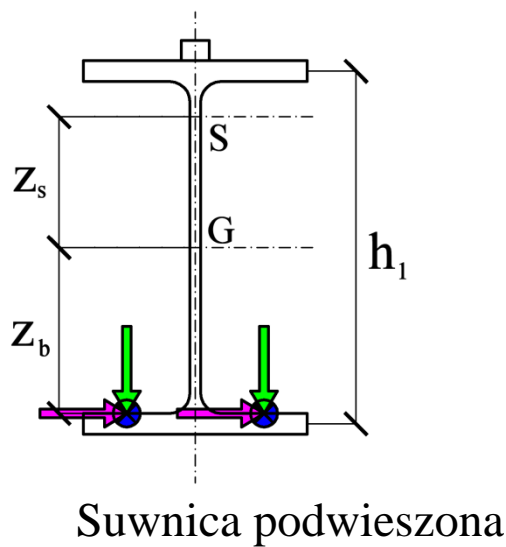
### Suwnica natorowa



$$T = V_y z_t + V_z e_y$$

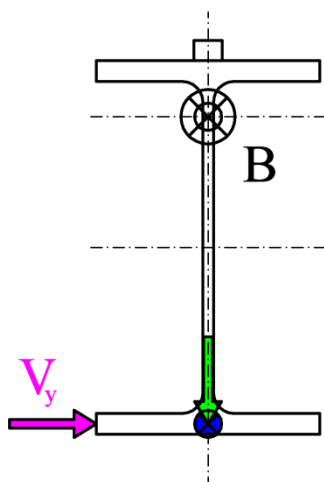
$$V_T = (V_y z_t + V_z e_y) / h_1$$

Metoda druga (Zgodnie ze starą Polską Normą i doświadczeniem) – moment skręcający jest przeliczany na bimoment w środku ścinania:

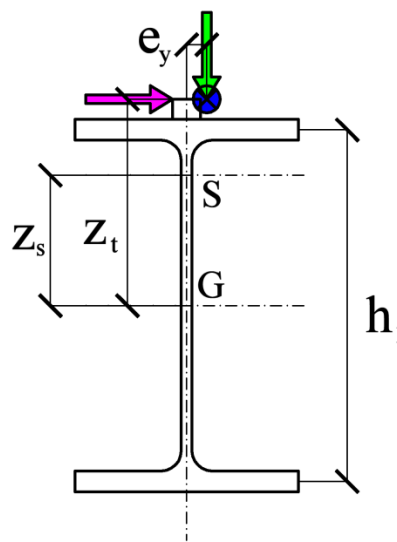


$$T = V_y (z_b + z_b)$$

$$B = B (T)$$

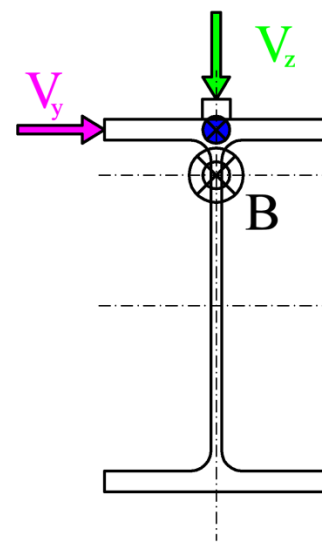


Suwnica natorowa



$$T = V_y (z_t - z_s) + V_z e_y$$

$$B = B (T)$$



Rys: Autor

Zgodnie z teorią pręta cienkościennego:

$$k = \sqrt{[(G J_T) / (E J_w)]} \approx 0,62 \sqrt{(J_T / J_w)}$$

$J_T$  – moment bezwładności przy skręcaniu

$J_w$  – wycinkowy moment bezwładności

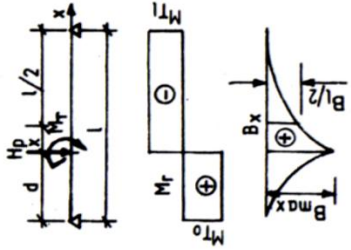
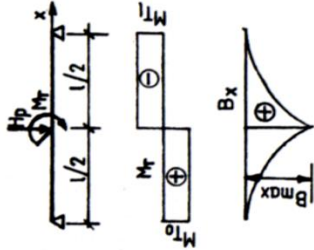
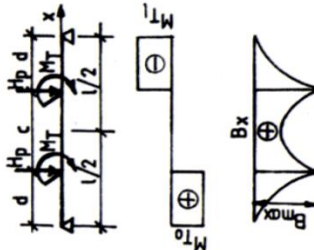
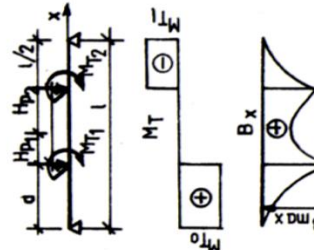
$$B = -E J_w \Theta''$$

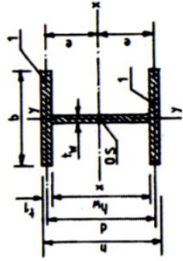
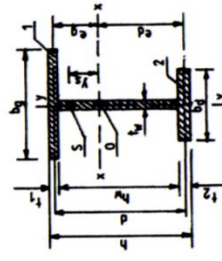
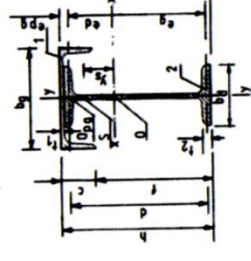
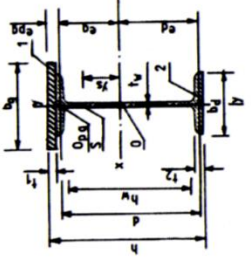
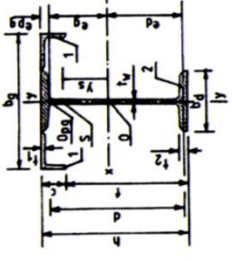
$$T = -E J_w \Theta''' + G J_T \Theta'$$

$$\Theta = A \operatorname{sh}(kx) + B \operatorname{ch}(kx) + Cx + D + \Theta_s(x)$$

Tak wyglądają zależności między  $T$  (momentem skręcającym) i  $B$  (bimomentem) oraz  $\Theta$  (kątem skręcenia).

Tablica 3.1

Lp	współrz.	Moment
1		<p>około jednej suwnicy usytuowane w odległości x od środka belki</p> $M_{Tx} = M_{T0} = M \frac{l-d}{l}$ $M_{Tx} = M_{Tl} = M_T \cdot \frac{d}{l}$ $B_x = B_{max} = \frac{M_T \cdot sh(kd) \cdot sh[k(l-d)]}{k \cdot sh(kt)}$ $B_x = B_{0l} = M_T \frac{sh(kd)}{2k \cdot ch(\frac{1}{2}kl)}$ $B_x = M_T \frac{sh(kd)}{ksh(kt)} \cdot sh(kx)$
2		<p>około suwnicy w środku rozpiętości belki</p> $M_{Tx} = M_{T0} = \frac{1}{2} M_T$ $M_{Tx} = M_{Tl} = \frac{1}{2} M_T$ $B_x = B_{max} = \frac{M_T}{2k} \cdot sh(\frac{1}{2}kl)$ $B_x = M_T \frac{sh(2 - \frac{1}{2}l)}{2k \cdot ch(\frac{1}{2}kl)}$
3		<p>około dwu suwnic o jednakowych naciskach usytuowane w jednakowych odległościach od środka belki</p> $M_{Tx} = M_{T0} = M_T$ $M_{Tx} = M_{Tl} = M_T$ $B_x = B_{max} = \frac{M_T \cdot ch(kl/2 - d) \cdot sh(kd)}{k \cdot ch^2(l/2)}$ $B_x = \frac{M_T \cdot ch(k(\frac{1}{2}l - d)) \cdot sh(kx)}{ch^2(l/2)}$
4		<p>około dwu suwnic o różnych naciskach usytuowane najmniekorzystnie</p> $M_{Tx} = M_{T0} = M_{T1} \frac{l-d}{l} + M_{T2} \frac{l-d-c}{l}$ $M_{Tx} = M_{Tl} = M_{T1} \frac{d}{l} + M_{T2} \frac{d+c}{l}$ $B_x = B_{max} = M_{T1} \frac{shk(l-d)}{ksh(l-d)} \cdot shkd + \frac{M_{T2} \cdot shkd}{ksh(kt)} \cdot shk(l-d)$ $B_x = \frac{M_{T1} \cdot sh[k(l-d)] \cdot sh(kx)}{ksh(kt)} + \frac{M_{T2} \cdot sh(kx)}{ksh(kt)} \cdot shk(l-x)$

Schemat obciążenia	
1p.	
1	 $y_s = 0$ $I_{\omega} = (I_y \cdot d^2)/4$ $\omega_{\xi} = \omega_{\eta} = \frac{b \cdot d}{4}$ $I_T = 1/3 (2b \cdot I^3 = h_{\xi} \cdot t_{\xi}^3)$ $r_{\xi} = 0$
2	 $y_s = \epsilon_{\xi} - \frac{I_{\xi 2} \cdot d}{I_y}$ $I_{\omega} = \frac{I_{y1} \cdot I_{\xi 2} \cdot d^2}{I_y}$ $\omega_{\xi} = b_{\xi} (\epsilon_{\xi} - y_s)/2, \quad \omega_{\eta} = d_{\eta} (\epsilon_{\eta} + y_s)/2$ $I_T = 1/3 (b_{\xi} \cdot t_{\xi}^3 + h_{\xi} \cdot t_{\xi}^3 + b_{\eta} \cdot t_{\eta}^3)$ $r_{\xi} = 1/I_{\xi} (y_s \cdot I_y + b_{\xi} \cdot t_{\xi} \cdot \epsilon_{\xi}^2 - b_{\eta} \cdot t_{\eta} \cdot \epsilon_{\eta}^2 + 0,25 t_{\xi} (\epsilon_{\xi}^3 - \epsilon_{\eta}^3))$
3	 $y_s = \epsilon_{\xi} - \frac{I_{\xi 2} \cdot d}{2 I_y}$ $I_{\omega} = \frac{2 I_{y1} \cdot I_{\xi 2} \cdot d^2}{4 I_y}$ $\omega_{\xi} = b_{\xi} \cdot c/2, \quad \omega_{\eta} = b_{\eta} \cdot f/2$ $I_T = I_{T1} + I_{T2}$ $r_{\xi} = 1/I_{\xi} (y_s \cdot I_y + (b_{\eta 1} \cdot t_{\eta 1} + b_{\eta 2} \cdot t_{\eta 2}) \cdot \epsilon_{\xi}^2 + b_{\eta 2} \cdot t_{\eta 2} \cdot \epsilon_{\eta}^2 + 0,25 t_{\xi} (\epsilon_{\xi}^3 - \epsilon_{\eta}^3))$
4	 $y_s = \epsilon_{\xi} - I_{\xi 2} \cdot d/2 I_y$ $I_{\omega} = \frac{(4 I_{y1} + I_{\xi 2}) \cdot I_{\xi 2} \cdot d^2}{8 I_y}$ $\omega_{\xi} = b_{\xi} \cdot c/2, \quad \omega_{\eta} = b_{\eta} \cdot f/2$ $I_T = I_{T1} + I_{T2}$ $r_{\xi} = 1/I_{\xi} (y_s \cdot I_y + ((b_{\eta 1} - b_{\eta 2}) \cdot t_{\eta 1} + b_{\eta 2} \cdot t_{\eta 2}) \cdot \epsilon_{\xi}^2 + b_{\eta 2} \cdot t_{\eta 2} \cdot \epsilon_{\eta}^2 + 0,25 t_{\xi} (\epsilon_{\xi}^3 - \epsilon_{\eta}^3))$
5	 $y_s = \epsilon_{\xi} - \frac{I_{\xi 2} \cdot d}{2 I_y}$ $I_{\omega} = (2 I_{y1} + I_{\xi 2}) I_{\xi 2} / 4 I_y$ $\omega_{\xi} = b_{\xi} (\epsilon_{\xi} - y_s)/2, \quad \omega_{\eta} = b_{\eta} (\epsilon_{\eta} + y_s)/2$ $I_T = I_{T1} + I_{T2}$ $r_{\xi} = 1/I_{\xi} (y_s \cdot I_y + (b_{\eta 1} \cdot t_{\eta 1} + b_{\eta 2} \cdot t_{\eta 2}) \cdot \epsilon_{\xi}^2 - b_{\eta 2} \cdot t_{\eta 2} \cdot \epsilon_{\eta}^2 + 0,25 t_{\xi} (\epsilon_{\xi}^3 - \epsilon_{\eta}^3))$

## Metoda naprężeń zredukowanych (MNZ)

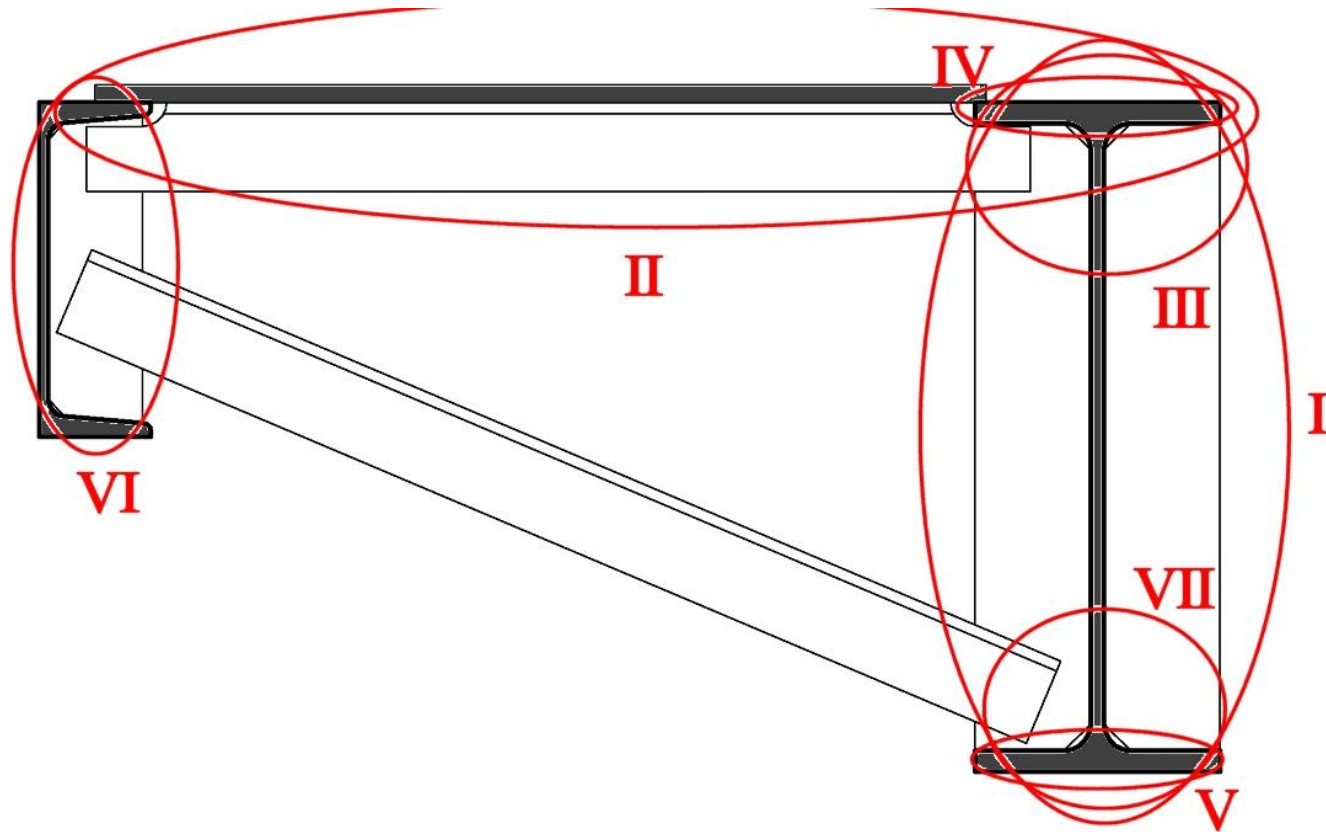
Wszystkie cztery klasy przekroju, EN 1993-1-1 (6.1):

$$\begin{aligned} & [\sigma_{x, Ed} / (f_y / \gamma_{M0})]^2 + [\sigma_{z, Ed} / (f_y / \gamma_{M0})]^2 - [\sigma_{x, Ed} / (f_y / \gamma_{M0})][\sigma_{z, Ed} / (f_y / \gamma_{M0})] + \\ & + 3 [\tau_{Ed} / (f_y / \gamma_{M0})]^2 \leq 1,0 \end{aligned}$$

Dodatkowo, w przypadku IV klasy, spełnione musi być też EN 1993-1-1 (6.44):

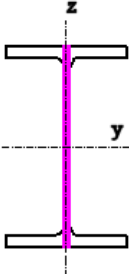
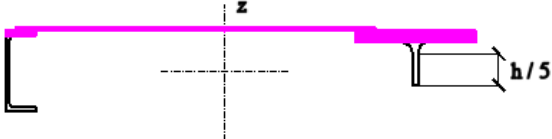
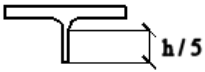
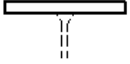

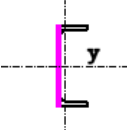
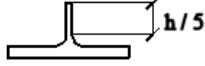
$$\begin{aligned} & N_{Ed} / (A_{eff} f_y / \gamma_{M0}) + (M_{y, Ed} + N_{Ed} e_{Ny}) / (W_{y, eff} f_y / \gamma_{M0}) + \\ & + (M_{z, Ed} + N_{Ed} e_{Nz}) / (W_{z, eff} f_y / \gamma_{M0}) \leq 1,0 \end{aligned}$$

Metoda naprężeń zredukowanych: przekrój dzielimy na elementy składowe, wyliczamy dla wyciętych części naprężenia od sił, do tych części przyłożonych, naprężenia sumujemy.



Rys: Autor

Dla wydzielonych części liczymy ich charakterystyki geometryczne. **Pole powierzchni przy ścinaniu** jest inne, niż całkowite pole przekroju części.

Rys: Autor		Część składowa:				
I	II	III	IV	V	VI	VII
						
$W_y^I$ $W_z^I$ $J_w^I$ $\omega_{max}^I$ $A^I$	$W_z^{II}$ $A^{II}$	$A^{III}$	$A^{IV}$	$A^V$	$W_y^{VI}$ $A^{VI}$	$A^{VII}$

Jeśli belka ma IV klasę przekroju, dla wydzielonego dwuteownika (część I) wyznaczamy geometrię efektywną.

Zgodnie z EN 1993-6 5.6.2 (4), do każdego fragmentu przykładamy działające nań obciążenia i wyliczamy naprężenia.

Siły przekrojowe / obciążenia:

Siła ścinająca pionowa  $V_z$

Siła ścinająca pozioma  $V_y$

Para sił od skręcania  $V_T$

lub

Skręcanie jako bimoment  $B$

Siłą osiowa  $N$

Moment zginający w płaszczyźnie pionowej  $M_y = M_y (V_z)$

Moment zginający w płaszczyźnie poziomej  $M_z = M_z (V_y)$

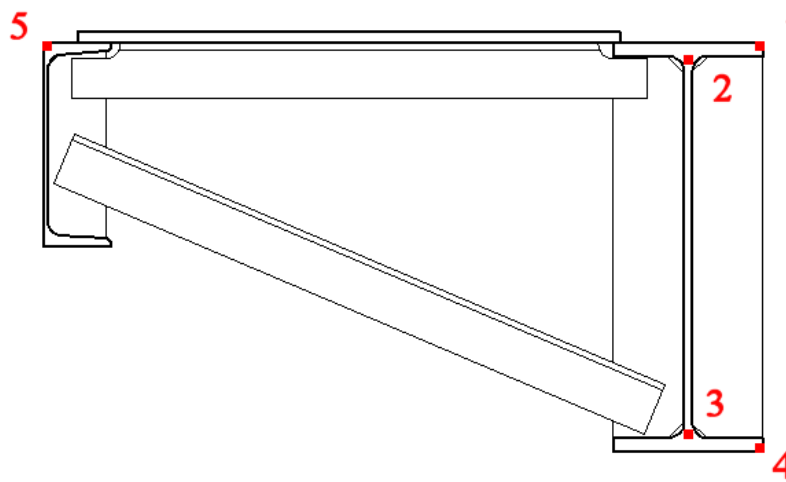
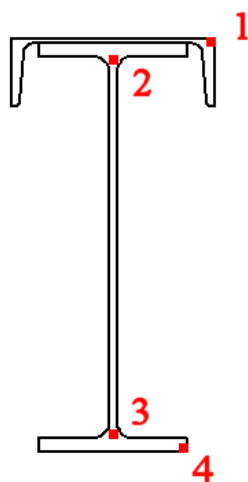
Pionowa siła ścinająca (pracownicy)  $V_{w,z}$

Pionowa siła ścinająca (pracownicy)  $V_{w,z} / 2$

Moment zginający w płaszczyźnie pionowej (pracownicy)  $M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z})$

Moment zginający w płaszczyźnie pionowej (pracownicy)  $M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z} / 2)$

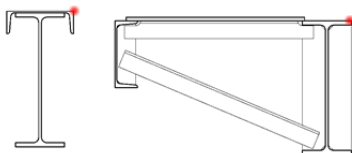
Najważniejsze punkty przekroju:



Rys: Autor

Punkt #1:

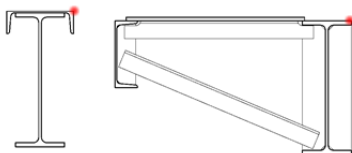
Rodzaj dźwignicy	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
WciągNIK jednoszynowy	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,1}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,1}$
Suwnica podwieszona	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^{IV}$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^{IV}$
	$B$ (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega_{max}^I$	$\sigma_x (B) = B \omega_{max}^I / J_w^I$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,1}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,1}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,1}$	$\sigma_x (M_z) = M_z / W_z^{I,1}$



Rys: Autor

Punkt #1:

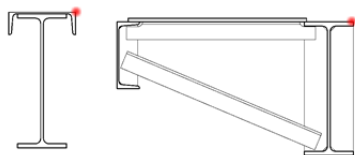
Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa bez tężnika hamownego	$V_y$	$A^{IV}$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^{IV}$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^{IV}$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^{IV}$
	$B$ (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega_{max}^I$	$\sigma_x (B) = B \omega_{max}^I / J_w^I$
	$N$	$A^{III}$	$\sigma_x (N) = N / A^{III}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,1}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,1}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,1}$	$\sigma_x (M_y) = M_z / W_z^{I,1}$



Rys: Autor

Punkt #1:

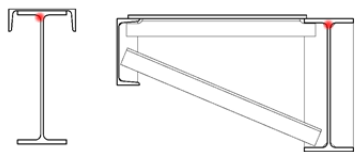
Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa z tężnikiem hamownym	$V_y$	$A^{II}$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^{II}$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^{IV}$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^{IV}$
	$N$	$A^{III}$	$\sigma_x (N) = N / A^{III}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,1}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,1}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{II,1}$	$\sigma_x (M_y) = M_z / W_z^{II,1}$
	$M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z})$	$W_y^{I,1}$	$\sigma_x (M_{w,y}) = M_{w,y} / W_y^{I,1}$



Rys: Autor

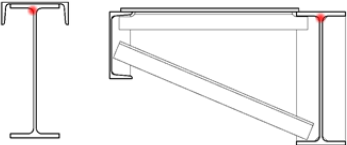
Punkt #2:

Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Napężenie
Wciągnik jednoszynowy	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,2}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,2}$
Suwnica podwieszona	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^{IV}$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^{IV}$
	$B$ (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega^{I,2} = 0$	$\sigma_x (B) = 0$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,2}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,2}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,2}$	$\sigma_x (M_z) = M_z / W_z^{I,2}$



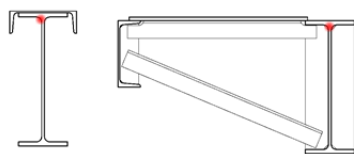
Rys: Autor

Punkt #2:

Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
<p>Suwnica natorowa bez tężnika hamownego</p>  <p>Rys: Autor</p>	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$V_y$	$A^{IV}$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^{IV}$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^{IV}$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^{IV}$
	$B$ (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega^{1,2} = 0$	$\sigma_x (B) = 0$
	$N$	$A^{III}$	$\sigma_x (N) = N / A^{III}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{1,2}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{1,2}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{1,2}$	$\sigma_x (M_y) = M_z / W_z^{1,2}$

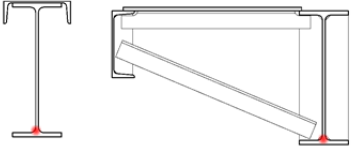
Punkt #2:

Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Napężenie
Suwnica natorowa z tężnikiem hamownym	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$V_y$	$A^{II}$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^{II}$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^{IV}$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^{IV}$
	$N$	$A^{III}$	$\sigma_x (N) = N / A^{III}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,2}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,2}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{II,2}$	$\sigma_x (M_y) = M_z / W_z^{II,2}$
	$V_{w,z}$	$A^I$	$\tau (V_{w,z}) = V_{w,z} / A^I$
	$M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z})$	$W_y^{I,2}$	$\sigma_x (M_{w,y}) = M_{w,y} / W_y^{I,2}$



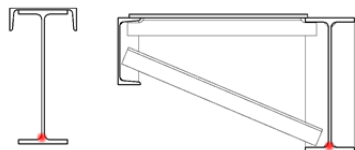
Rys: Autor

Punkt #3:

Rodzaj dźwignicy	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Wciągnik jednoszynowy	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	N	$A^{VII}$	$\sigma_x (N) = N / A^{VII}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,3}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,3}$
Suwnica podwieszona    Rys: Autor	$V_y$	$A^V$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^V$
	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^V$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^V$
	B (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega^{I,3} = 0$	$\sigma_x (B) = 0$
	N	$A^{VII}$	$\sigma_x (N) = N / A^{VII}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,3}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,3}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,3}$	$\sigma_x (M_z) = M_z / W_z^{I,3}$

Punkt #3:

Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa bez tężnika hamownego	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^V$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^V$
	$B$ (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega^{I,3} = 0$	$\sigma_x (B) = 0$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,3}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,3}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,3}$	$\sigma_x (M_z) = M_z / W_z^{I,3}$

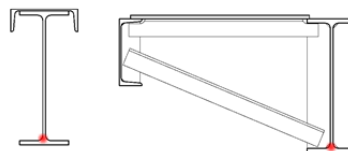


Rys: Autor

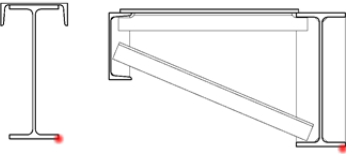
Punkt #3:

Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju ( $\rightarrow$ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa z tężnikiem hamownym	$V_z$	$A^I$	$\tau_z (V_z) = V_z / A^I$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^V$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^V$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,3}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,3}$
	$V_{w,z}$	$A^I$	$\tau (V_{w,z}) = V_{w,z} / A^I$
	$M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z})$	$W_y^{I,3}$	$\sigma_x (M_{w,y}) = M_{w,y} / W_y^{I,3}$

Rys: Autor

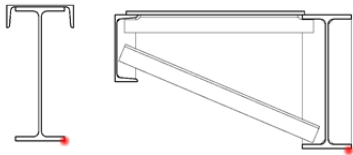


Punkt #4:

Rodzaj dźwignicy	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Napężenie
Wciągnik jednoszynowy	N	$A^{VII}$	$\sigma_x (N) = N / A^{VII}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,4}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,4}$
Suwnica podwieszona   Rys: Autor	$V_y$	$A^V$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^V$
	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^V$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^V$
	B (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega_{max}^I$	$\sigma_x (B) = B \omega_{max}^I / J_w^I$
	N	$A^{VII}$	$\sigma_x (N) = N / A^{VII}$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,4}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,4}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,4}$	$\sigma_x (M_z) = M_z / W_z^{I,4}$

Punkt #4:

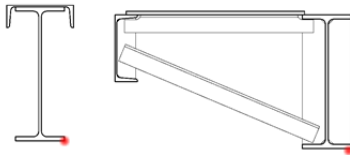
Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa bez tężnika hamownego	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^V$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^V$
	$B$ (moment skręcający jako bimoment)	$J_w^I \quad \omega_{max}^I$	$\sigma_x (B) = B \omega_{max}^I / J_w^I$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,4}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,4}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{I,4}$	$\sigma_x (M_z) = M_z / W_z^{I,4}$



Rys: Autor

Punkt #4:

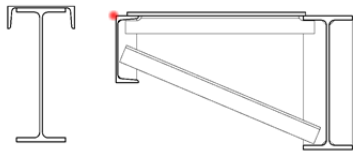
Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa z tężnikiem hamownym	$V_T$ (moment skręcający jako para sił)	$A^V$	$\tau_y (V_T) = V_T / A^V$
	$M_y = M_y (V_z)$	$W_y^{I,4}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_y^{I,4}$
	$M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z})$	$W_y^{I,4}$	$\sigma_x (M_y) = M_{w,y} / W_y^{I,4}$



Rys: Autor

Punkt #5:

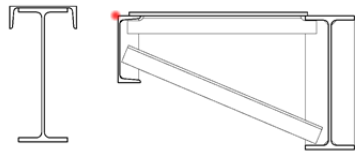
Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Wciągnik jednoszynowy	Punkt #5 nie istnieje		
Suwnica podwieszona			
Suwnica natorowa bez tężnika hamownego			



Rys: Autor

Punkt #5:

Rodzaj dźwigni	Siła / obciążenie	Część przekroju (→ #t / 41)	Naprężenie
Suwnica natorowa z tężnikiem hamownym	$V_y$	$A^{II}$	$\tau_y (V_y) = V_y / A^{II}$
	$M_z = M_z (V_y)$	$W_z^{II,5}$	$\sigma_x (M_y) = M_y / W_z^{II,5}$
	$V_{w,z} / 2$	$A^{VI}$	$\tau (V_{w,z}) = V_{w,z} / 2A^{VI}$
	$M_{w,y} = M_{w,y} (V_{w,z} / 2)$	$W_y^{VI,5}$	$\sigma_x (M_y) = M_{w,y} / W_y^{VI,5}$



Rys: Autor

Dla każdego punktu  $i$  należy posumować naprężenia. Dla przykładu, dla punktu  $i = 1$ :

$$\sigma_{x,Ed,1} = \sigma_{x,1}(N) + \sigma_{x,i}(M_y) + \sigma_{x,i}(M_z) + \sigma_{x,i}(B) + \sigma_{x,i}(B) + \Sigma \sigma_{x,i}(\text{efekty lokalne})$$

$$\sigma_{y,Ed,1} = \Sigma \sigma_{y,1}(\text{efekty lokalne})$$

$$\sigma_{z,Ed,1} = \Sigma \sigma_{z,1}(\text{efekty lokalne})$$

$$\tau_{y,1} = \tau_{y,1}(V_y) + \tau_{y,1}(V_T) + \tau_{y,1}(\text{efekty lokalne})$$

$$\tau_{z,1} = \tau_{z,1}(V_z) + \tau_{z,1}(\text{efekty lokalne})$$

$$[\tau_{Ed,i}]^2 = [\tau_{y,i}]^2 + [\tau_{z,i}]^2$$

Efekty lokalne  $\rightarrow$  #t / 73-86

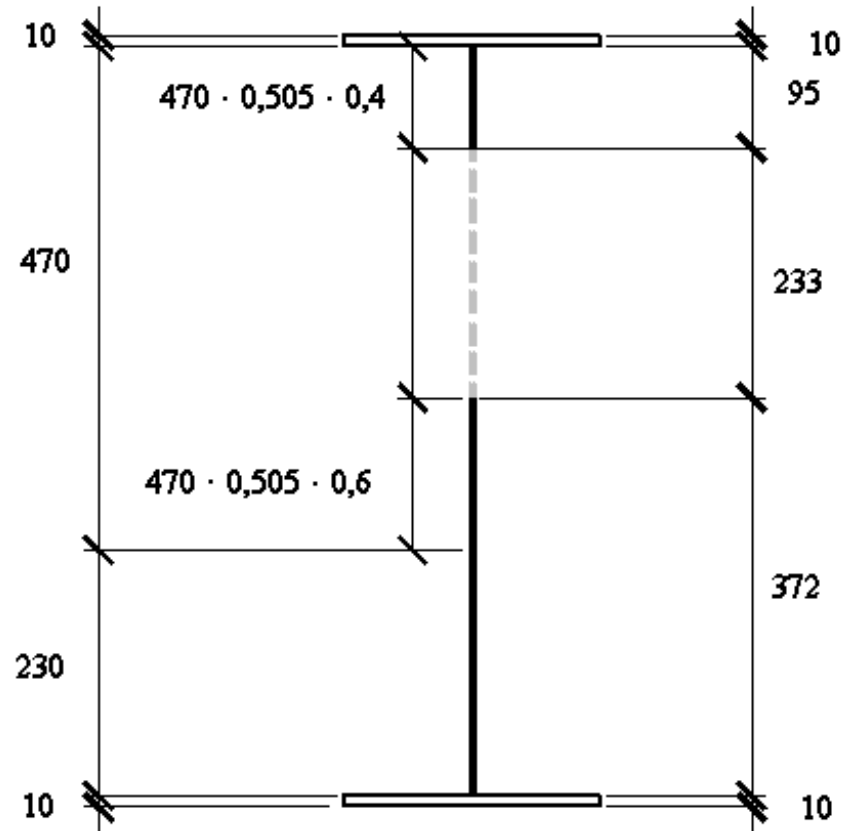
Sprawdzenie nośności  $\rightarrow$  #t / 87-88

# VI klasa przekroju: naprężenia liczone są dla geometrii efektywnej, wykładanej na I stopniu studiów

Część ściskana

$A_{\text{eff}}$ ,  $W_{y, \text{top}, \text{eff}}$ ,  $W_{y, \text{bottom}, \text{eff}}$ ,  $W_{z, \text{eff}}$

Część rozciągana



Rys: Autor

## Metoda przekrojów efektywnych (MPE)

Procedury obliczeniowe przedstawiane były na I stopniu studiów:

$$\eta_1 = N_{Ed} / (f_y A_{eff} / \gamma_{M0}) + (M_{y, Ed} + N_{Ed} e_{y,N}) / (f_y W_{y, eff} / \gamma_{M0}) + \\ + (M_{y, Ed} + N_{Ed} e_{z,N}) / (f_y W_{z, eff} / \gamma_{M0}) \leq 1,0 \\ \text{EN 1993-1-5 (4.15)}$$

$$\eta_2 = F_s / (f_{yw} L_{eff} t_w / \gamma_{M0}) \leq 1,0 \\ \text{EN 1993-1-5 (6.14)}$$

$$\eta_3 = V_{Ed} / V_{b, Rd} \leq 1,0 \\ \text{EN 1993-1-5 (5.10)}$$

...

## Inne rodzaje belek

Belki kratowe: nazwa zbiorcza dla czterech przypadków:

- Belka główna pełnościenna, tężnik hamowny kratowy;
  - Belka główna kratowa, brak tężnika;
- Belka główna kratowa, tężnik pełnościenny;
  - Belka główna i tężnik kratowe.

Odrębnym rozwiązaniem są dźwigary skrzynkowe

Kratowe belki główne są rzadko stosowane z powodu problemów ze zmęczeniem. Zazwyczaj stosuje się je tylko w konstrukcjach tymczasowych (mała liczba cykli).



Rys: everychina.com

Kratowy tężnik hamowny – analogicznie, pas obciążony jest pasem ciągłym, przekroje pasów wynikają z kształtu części przekroju według MNZ.

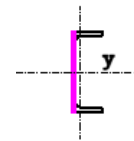


Rys: konar.eu

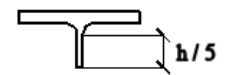
Kratownica pozioma ma niesymetryczne pasy:



Rys: Autor



Lewy pas



Prawy pas



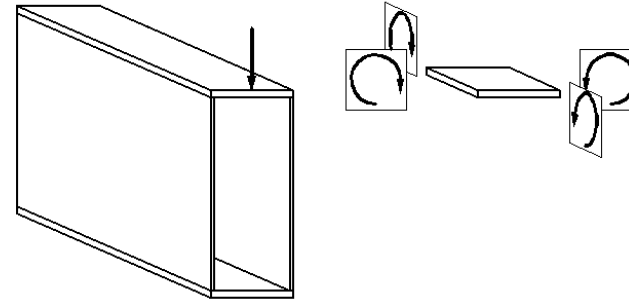
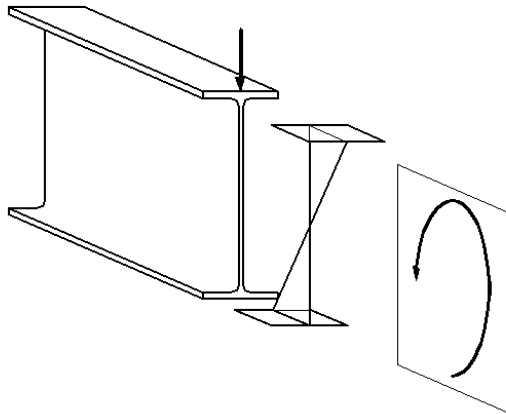
Rys: zinkpower.com.pl

Rys: rapmet.pl



W przypadku kratowych tężników hamownych stosuje się kratki pomostowe, a nie blachy pomostowe.

Rys: Autor

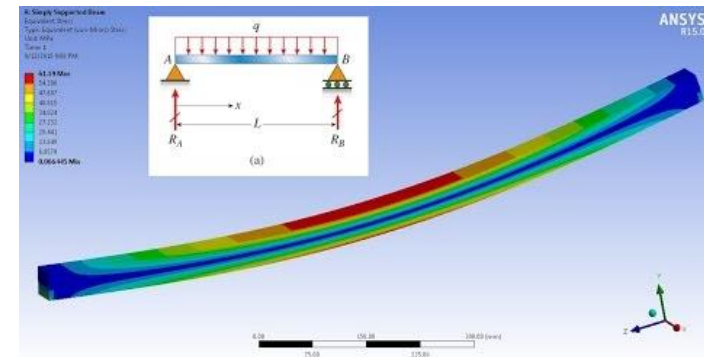


Dwuteownik – zginanie w płaszczyźnie materiału (średnik), obliczenia jak dla pręta.  
Przekrój skrzynkowy – zginanie dwukierunkowe płyty, obliczenia jak dla konstrukcji powłokowych.

Dźwigary skrzynkowe są stosowane w przypadku ekstremalnie wielkich obciążeń i w związku z tym rzadko spotykane. Tutaj obliczenia prowadzi się wyłącznie MESem.



Rys: skandius.pl



Rys: article.wn.com

## Niestateczność

Zgodnie z Eurokodem istnieje trzy sposoby analizy:

EN 1993-1-1 6.3 → #t / 67

lub

EN 1993-6 6.3 → #t / 68 - 70

lub

EN 1993-6 załącznik A → #t / 71 - 72

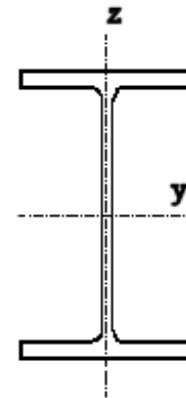
Metoda pierwsza

EN 1993-1-1 6.3

Belka bez tężnika hamownego

„Klasyczne” obliczenie niestateczności ściskanej i zginanej belki dwuteowej.

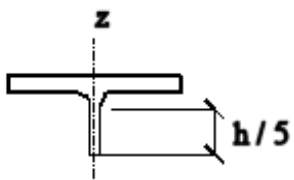
Rys: Autor



## Metoda druga

EN 1993-6 6.3

Niestateczność belki przedstawiona jako wyboczenie półki ściskanej względem osi pionowej pod działaniem siły równoważnej  $N_{equ}$

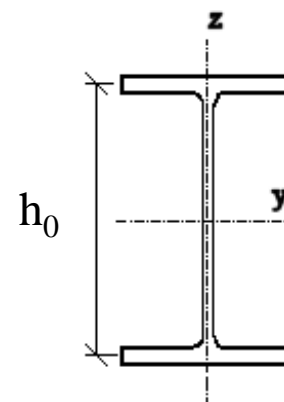


Rys: Autor

$$i_z = \sqrt{(J_{T,z} / A_T)}$$

$$\lambda_T = (L_{cr} / i_z) [1 / (93,9\varepsilon)]$$

Rys: Autor



Siła równoważna  $N_{equ}$  jest obliczana z wartości momentów zginających, siły osiowej i odległości między środkami ciężkości półek  $h_0$

$$\sigma_{\text{equ}} = |\sigma (N)| + |\sigma (M_z)| + |\sigma (B)|$$

	$\sigma (N)$	$\sigma (M_y)$	$\sigma (M_z)$	$\sigma (B)$
WciągNIK jednoszynowy	0	$M_y / W_y^{I,1}$	0	0
Suwnica podwieszona	0	$M_y / W_y^{I,1}$	$M_z / W_z^{I,1}$	$B \omega_{\text{max}} / J_w$
Suwnica natorowa bez tężnika	$N / A^{\text{III}}$	$M_y / W_y^{I,1}$	$M_z / W_z^{I,1}$	$B \omega_{\text{max}} / J_w$
Suwnica natorowa z tężnikiem	$N / A^{\text{III}}$	$M_y / W_y^{I,1}$	$M_z / W_z^{\text{II},1}$	$B \omega_{\text{max}} / J_w$

$$N_{\text{equ}} = A^{\text{III}} \sigma_{\text{equ}} + M_y / h_0$$

Długość krytyczna  $L_{cr}$  zależy od rodzaju konstrukcji i suwnicy:

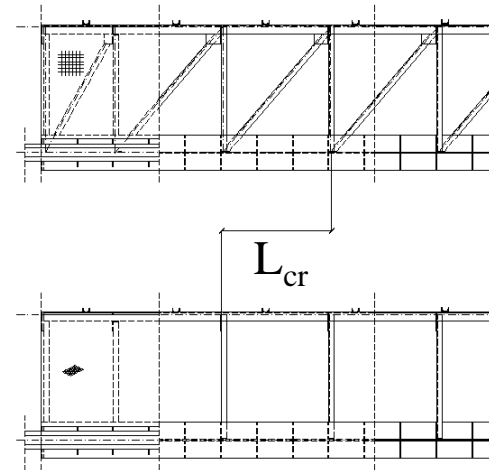
	$L_{cr}$
Wciągnik jednoszynowy	Całkowita długość belki
Suwnica podwieszona	
Suwnica natorowa bez tężnika	
Suwnica natorowa z tężnikiem	Odległość między uźebrowaniem tężnika hamownego

Rys: Autor

$$\chi_T = \chi_T(\lambda_T, c)$$

$$N_{T, Rd} = \chi_T A_T f_y$$

$$N_{equ} / N_{T, Rd} \leq 1,0$$



# Metoda trzecia

EN 1993-6 A.2

Dla I, II i III klasy przekroju.

$$m_y / \chi_{LT} + C_{mz} m_z + k_w k_{zw} k_\alpha t_{Tw} \leq 1$$

$$m_y = M_{y, Ed} \gamma_{M1} / M_{y, Rk}$$

$$m_z = M_{z, Ed} \gamma_{M1} / M_{z, Rk}$$

$$t_{Tw} = T_{w, Ed} \gamma_{M1} / T_{w, Rk}$$

$$k_w = 0,7 - 0,2 t_{Tw}$$

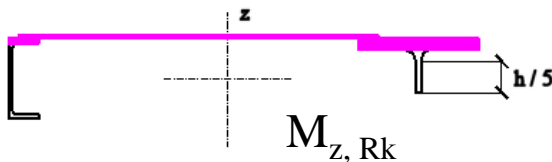
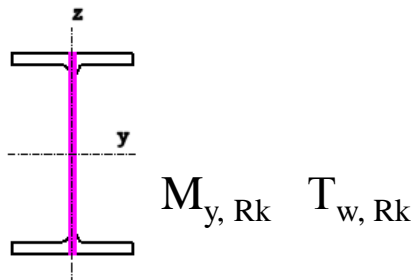
$$k_{zw} = 1 - m_z$$

$$k_\alpha = 1 / (1 - M_{y, Ed} / M_{y, cr})$$

$C_{mz} \rightarrow$  EN 1993-1-1 tab B.3

$M_{y, Rk} \quad M_{z, Rk} \quad T_{w, Rk}$  dla przekroju zgodnie z #t / 41

Rys: Autor



Metoda trzecia

EN 1993-6 A.2

Dla IV klasy przekroju:

EN 1993-1-5 (10.5)

$$\left( \sum \sigma_x \gamma_{M1} / \rho_x f_y \right)^2 + \left( \sum \sigma_z \gamma_{M1} / \rho_z f_y \right)^2 - \left( \sum \sigma_x \gamma_{M1} / \rho_x f_y \right) \left( \sum \sigma_z \gamma_{M1} / \rho_z f_y \right)^2 +$$
$$+ 3 \left[ \left( \sum \tau_y \gamma_{M1} / \chi_w f_y \right)^2 + \left( \tau_z \gamma_{M1} / \chi_w f_y \right)^2 \right] \leq 1,0$$

$\rho_x \rho_z \rightarrow$  EN 1993-1-5 tab 4.1, tab 4.2

$\chi_w \rightarrow$  EN 1993-1-5 tab 5.1

## Zjawiska lokalne

Lokalne ściskanie poprzeczne środka  $\sigma_z \rightarrow \#t / 75-78$

Lokalne ścinanie środka  $\tau_{xz} \rightarrow \#t / 79-80$

Lokalne zginanie środka  $\rightarrow \#t / 81$

Lokalne zginanie półki  $\rightarrow \#t / 82-83$  (MNZ), 84-86 (MPE)

Drgania pasa dolnego  $\rightarrow \#t / 89$

Oddychanie środka  $\rightarrow \#t / 90$

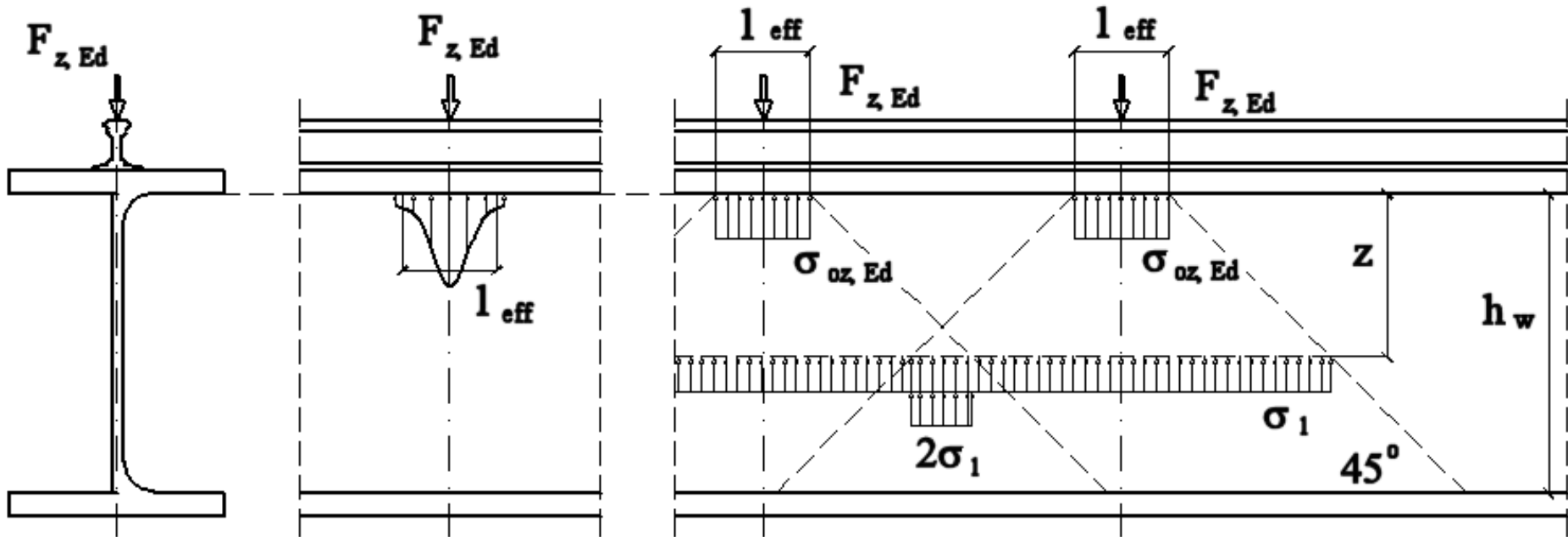
Lokalne zginanie tężnika hamownego  $\rightarrow \#t / 91$

Zjawiska lokalne analizujemy zgodnie z wcześniej przyjętą metodologią obliczeń belki (metoda naprężeń zredukowanych / metoda przekrojów efektywnych):

Zjawisko	MNZ	MPE
Lokalne ściskanie poprzeczne środka $\sigma_z$	Naprężenia dodane do naprężeń globalnych, policzonych wcześniej	Sprawdzenie nośności zgodnie z EN 1993-1-5
Lokalne zginanie środka $\tau_{xz}$		Sprawdzenie nośności zgodnie z EN 1993-1-5; wartość siły ścinającej powiększona do 120%
Lokalne zginanie środka		Może być pominięte  (EN 1993-6 6.5.(2))
Lokalne zginanie półki		Nośność półki na przyłożone obciążenie
Drgania pasa dolnego	Odrębne zasady, takie same dla obu metod	
Oddychanie środka		
Lokalne zginanie tężnika hamownego		

Lokalne ściskanie poprzeczne środnika  $\sigma_z \rightarrow$  pod kołem suwnicy EN 1993-3 5.7.1

MNZ:



Rys: Autor

$$\sigma_{oz, Ed} = F_{z, Ed} / (l_{eff} t_w)$$

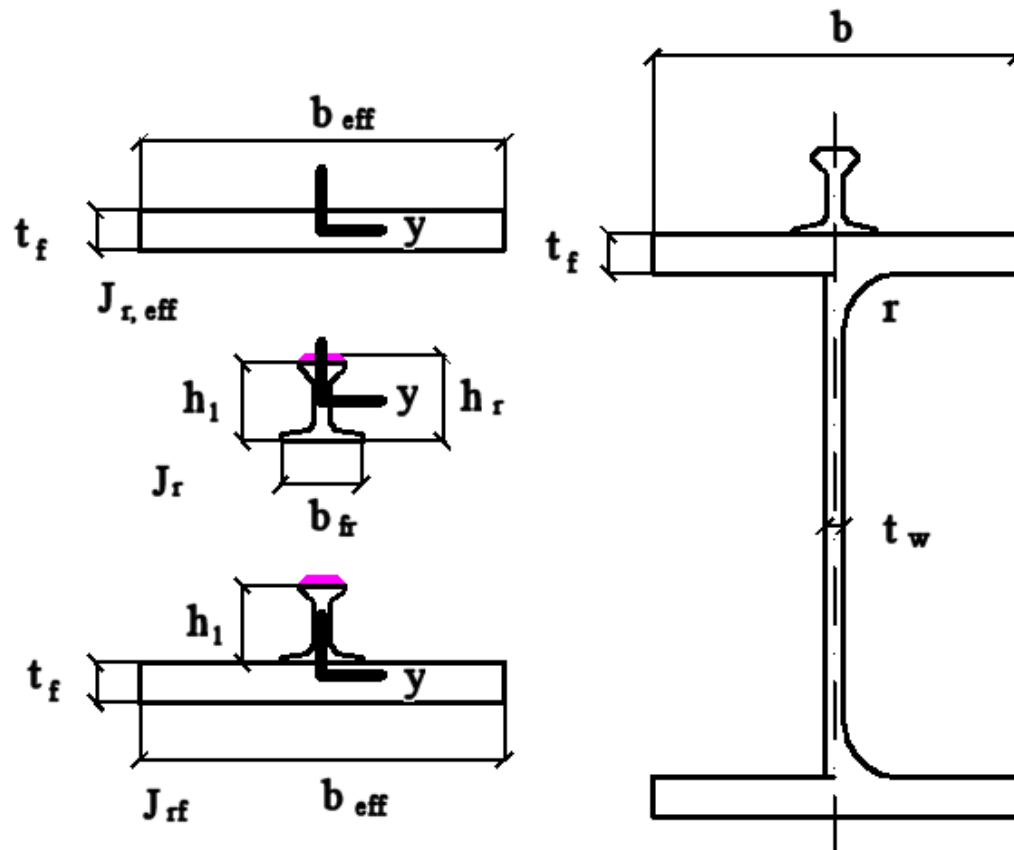
$$\sigma_1 = \sigma_{oz, Ed} (1 - 2 z / h_w)$$

$$z_{max} = h_w / 2$$

$$z > z_{max} \rightarrow \sigma_{oz, Ed} = 0$$

Połączenie szyny z półką	$l_{\text{eff}}$
1. Połączenie sztywne (spawane lub śrubowe kategorii C)	$3,25 \sqrt[3]{(J_{\text{rf}} / t_w)}$
2. Połączenie podatne (nie 1, nie 3)	$3,25 \sqrt[3]{[(J_r + J_{\text{r,eff}}) / t_w]}$
3. Szyna na podkładzie elastomerowym o grubości co najmniej 6 mm	$4,25 \sqrt[3]{[(J_r + J_{\text{r,eff}}) / t_w]}$

EN 1993-3 tab. 5.1



Rys: Autor

$J_{rf}$ ,  $J_r$ ,  $J_{r,eff}$  - względem osi  $y$

$$b_{eff} = \min (b ; b_{fr} + h_r + t_f)$$

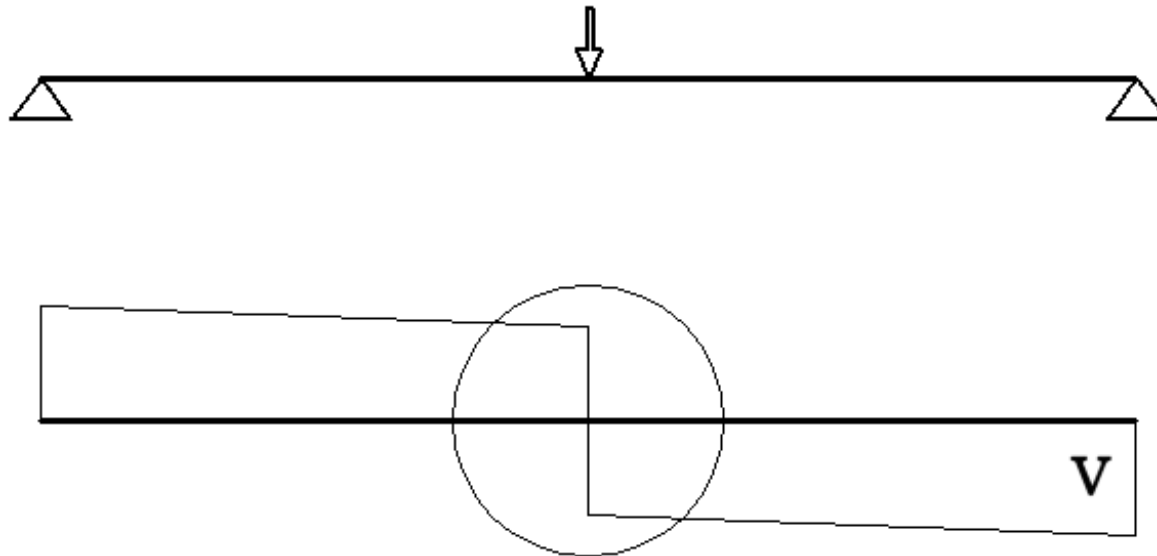
$$h_1 \rightarrow \#t / 17$$

EN 1993-3 tab. 5.1

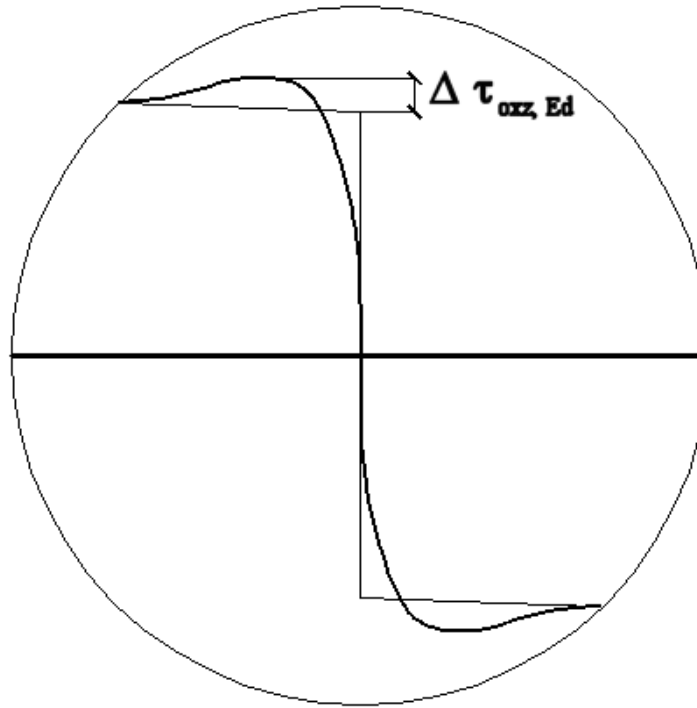


Lokalne ścinanie środka  $\tau_{xz}$  → pod kołem suwnicy EN 1993-3 5.7.2

MNZ:



Rys: Autor



Rys: Autor

$$\Delta\tau_{oxz, Ed} = 0,2 \sigma_{oz, Ed}$$

$$\Delta\tau_1 = \Delta\tau_{oxz, Ed} (1 - 2 z / h_w)$$

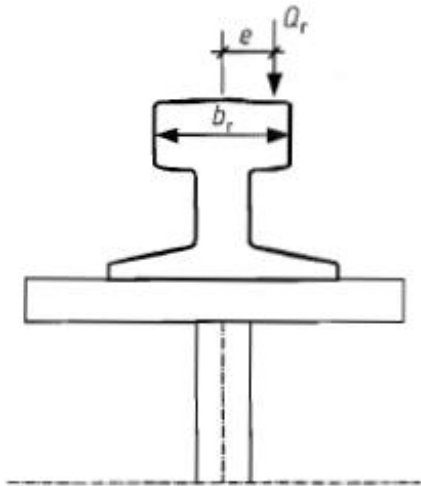
$$z_{max} = h_w / 5$$

# Lokalne zginanie  rodnika

EN 1993-6 5.7.3

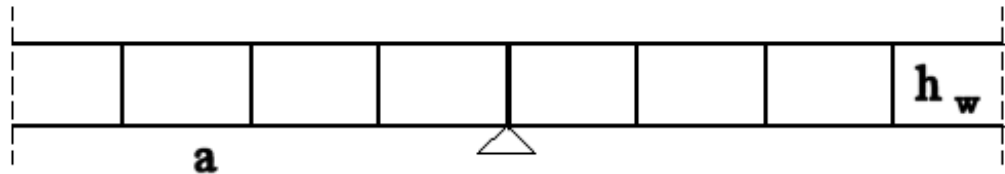
MNZ

Rys: EN 1991-3 fig. 2.2



$$e = \max (0,25 b_r ; 0,5 t_w)$$

$$T_{ed} = F_{z, Ed} e$$



Rys: Autor

$$\eta = \sqrt{\{ 0,75 a t_w^3 \sinh^2 (\pi h_w a) / [J_t (\sinh (2 \pi h_w a) - 2 \pi h_w a)] \}}$$

$$\sigma_{T, Ed} = 6 T_{ed} \eta \operatorname{tgh} (\eta) / a t_w^2$$

## Lokalne zginanie półki

MNZ:

EN 1993-6 5.8

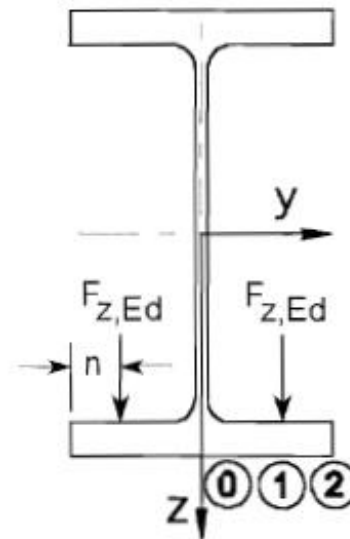
$$\sigma_{ox, Ed} = c_x F_{z, Ed} / (t_1)^2$$

$$\sigma_{oy, Ed} = c_y F_{z, Ed} / (t_1)^2$$

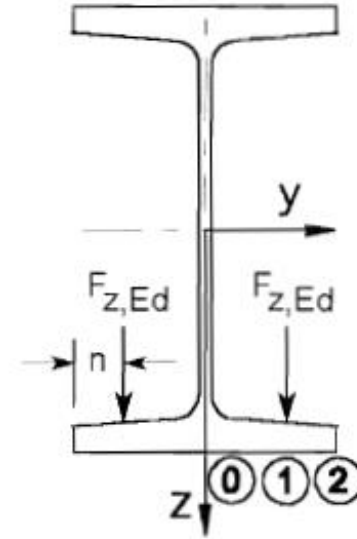
$$c_x, c_y = c(\mu) \rightarrow \#t / 83$$

$$\mu = 2n / (b - t_w)$$

$t_1$  – grubość półki pod  $F_{z, Ed}$



parallel flange beam



taper flange beam

EN 1993-6 tab. 5.2

Naprężenie	Równoległe powierzchnie póltek	Nierównoległe powierzchnie póltek
Podłużne siły osiowe $\sigma_{0x, Ed}$	$c_{x0} = 0,050 - 0,580 \mu + 0,148 e^{3,015\mu}$	$c_{x0} = -0,981 - 1,479 \mu + 1,120 e^{1,322\mu}$
	$c_{x1} = 2,230 - 1,490 \mu + 1,390 e^{-18,330\mu}$	$c_{x1} = 1,810 - 1,150 \mu + 1,060 e^{-7,700\mu}$
	$c_{x2} = 0,730 - 1,580 \mu + 2,910 e^{-6,000\mu}$	$c_{x2} = 1,990 - 2,810 \mu + 0,840 e^{-4,690\mu}$
Poprzeczne siły osiowe $\sigma_{0y, Ed}$	$c_{y0} = -2,110 + 1,977 \mu + 0,007 e^{6,530\mu}$	$c_{y0} = -1,096 + 1,095 \mu + 0,192 e^{-6,000\mu}$
	$c_{y1} = 10,108 - 7,408 \mu - 10,108 e^{-1,364\mu}$	$c_{y1} = 3,965 - 4,835 \mu - 3,965 e^{-2,675\mu}$
	$c_{y2} = 0,000$	$c_{y2} = 0,000$
Konwencja znakowania: $c_{xi}$ i $c_{yi}$ są dodatnie dla rozciągania na górnej powierzchni półki		

# Nośność półki; EN 1993-6 6.7

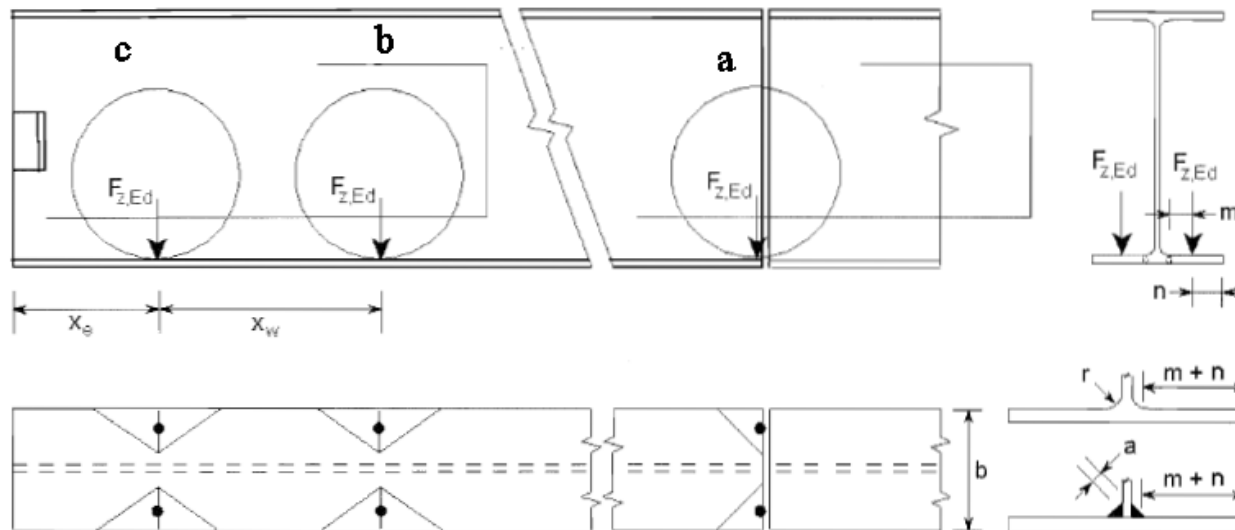
MPE:

$$F_{t, Ed} / F_{t, Rd} \leq 1,0$$

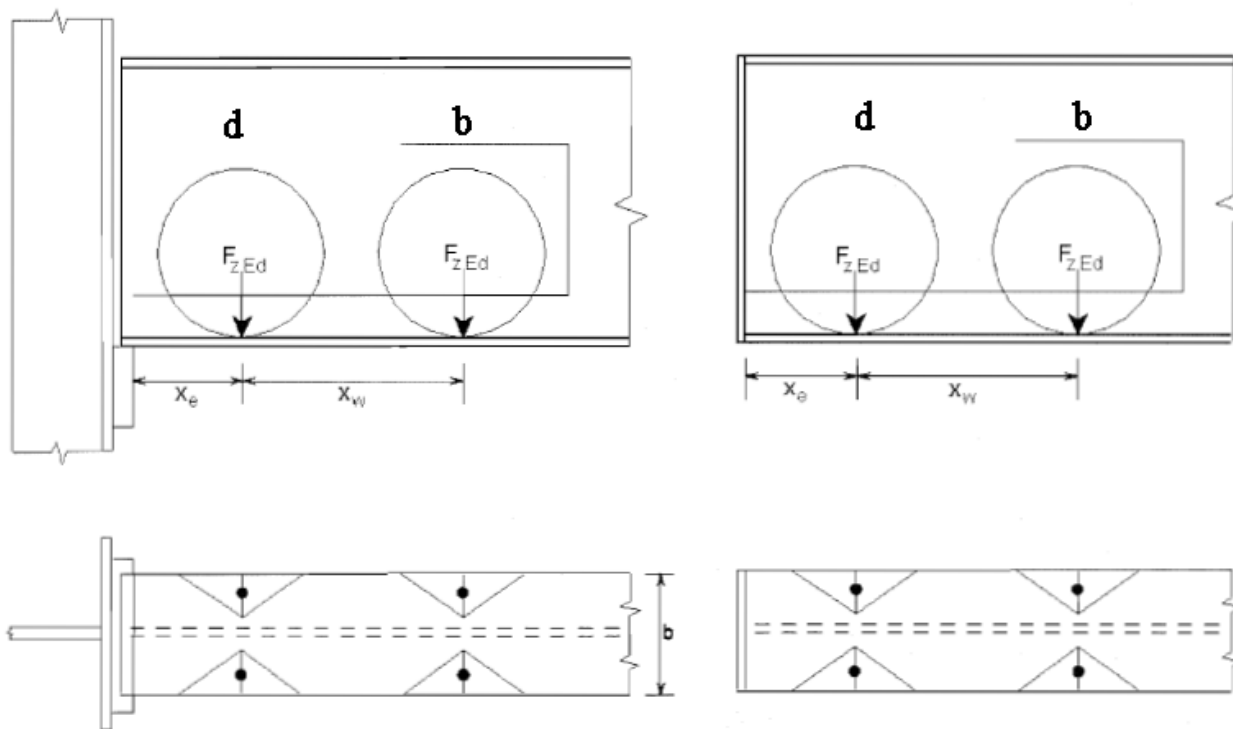
$$F_{t, Rd} = l_{eff} t_f^2 f_y [ 1 - (\sigma_{f, Ed} \gamma_{M0} / f_y)^2 ] / (4 m \gamma_{M0})$$

$$\sigma_{f, Ed} = \sigma_{f, Ed} (M_y) \text{ pod } F_{z, Ed}$$

$$l_{eff} \rightarrow \#t / 86$$



EN 1993-6 fig 6.2



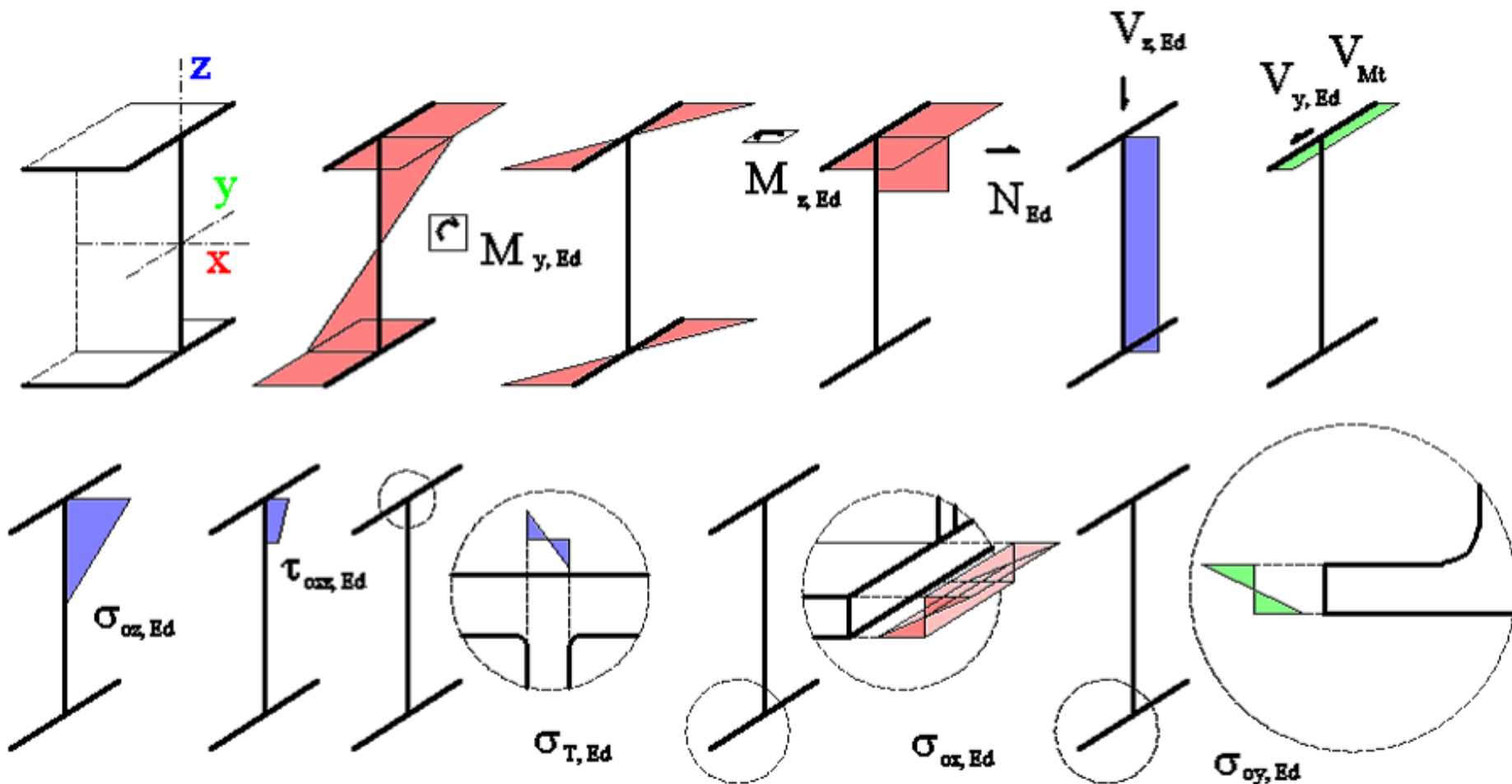
EN 1993-6 fig 6.2

Polozenie kola		$l_{eff}$
<b>a</b>		$2 (m + n)$
<b>b</b>	$x_w \geq 4 (m + n) \sqrt{2}$	$4 (m + n) \sqrt{2}$
	$x_w < 4 (m + n) \sqrt{2}$	$x_w (m + n) \sqrt{2}$
<b>c</b> $x_e \leq 2 (m + n) \sqrt{2}$	$x_w \geq 2 (m + n) \sqrt{2} + x_e$	$\min \{ 2 (m + n) [ (x_e / m) \sqrt{1 + (x_e / m)^2} ] ; \sqrt{2} (m + n) + x_e \}$
	$x_w < 2 (m + n) \sqrt{2} + x_e$	$\min \{ 2 (m + n) [ (x_e / m) \sqrt{1 + (x_e / m)^2} ] ; \sqrt{2} (m + n) + (x_e + x_w) / 2 \}$
<b>d</b> $x_e \leq 2 (m + n) \sqrt{2}$	$x_w \geq 2 (m + n) \sqrt{2} + x_e + 2 (m + n)^2 / x_e$	$2 (m + n) \sqrt{2} + x_e + 2 (m + n)^2 / x_e$
	$x_w < 2 (m + n) \sqrt{2} + x_e + 2 (m + n)^2 / x_e$	$2 (m + n) \sqrt{2} + (x_e + x_w) / 2 + (m + n)^2 / x_e$

$x_w$  – odległość między osiami kół

EN 1993-6 tab. 6.2

# MNZ: sumowanie identycznie skierowanych naprężeń



Rys: Autor

EN 1993-1-1 6.2.9.2

EN 1993-6 7.5

$$\left( \sum \sigma_x \gamma_{M1} / f_y \right)^2 + \left( \sum \sigma_z \gamma_{M1} / f_y \right)^2 - \left( \sum \sigma_x \gamma_{M1} / f_y \right) \left( \sum \sigma_z \gamma_{M1} / f_y \right) + 3 \left[ \left( \sum \tau_y \gamma_{M1} / f_y \right)^2 + \left( \tau_z \gamma_{M1} / f_y \right)^2 \right] \leq 1,0$$

$$\sigma_{x, Ed, ser} \leq f_y / \gamma_{Mser}$$

$$\sigma_{y, Ed, ser} \leq f_y / \gamma_{Mser}$$

$$\sigma_{z, Ed, ser} \leq f_y / \gamma_{Mser}$$

$$\tau_{y, Ed, ser} \leq f_y / (\sqrt{3} \gamma_{Mser})$$

$$\tau_{z, Ed, ser} \leq f_y / (\sqrt{3} \gamma_{Mser})$$

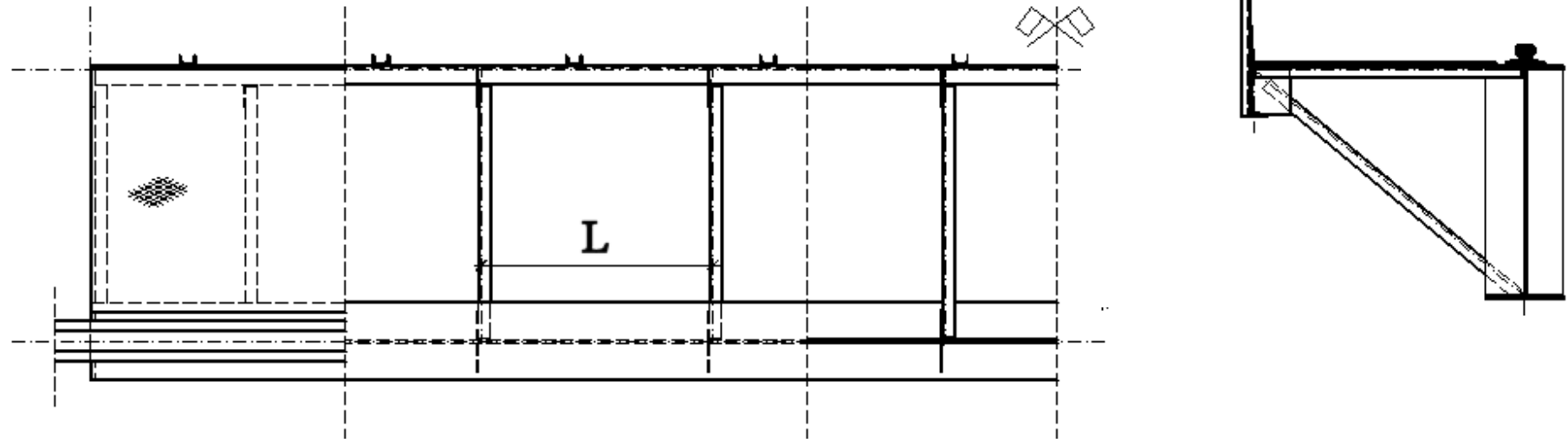
$$\sqrt{\left[ \sigma_{x, Ed, ser}^2 + 3 \left( \tau_{y, Ed, ser}^2 + \tau_{z, Ed, ser}^2 \right) \right]} \leq f_y / \gamma_{Mser}$$

$$\sqrt{\left[ \sigma_{x, Ed, ser}^2 + \sigma_{y, Ed, ser}^2 - \sigma_{x, Ed, ser} \sigma_{y, Ed, ser} + 3 \left( \tau_{y, Ed, ser}^2 + \tau_{z, Ed, ser}^2 \right) \right]} \leq f_y / \gamma_{Mser}$$

$$\sqrt{\left[ \sigma_{x, Ed, ser}^2 + \sigma_{z, Ed, ser}^2 - \sigma_{x, Ed, ser} \sigma_{z, Ed, ser} + 3 \left( \tau_{y, Ed, ser}^2 + \tau_{z, Ed, ser}^2 \right) \right]} \leq f_y / \gamma_{Mser}$$

## Drgania pasa dolnego

Rys: Autor



Półka jest zabezpieczona, jeśli:

$$L / i_{z, \text{bot-f}} \leq 250$$

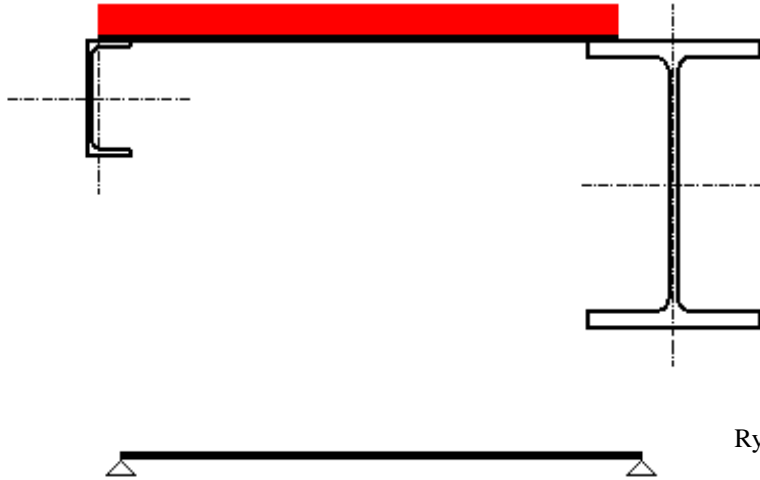
## Oddychanie środka

$$\sqrt{\{ [\sigma_{x, Ed, ser} / (k_{\sigma} \sigma_E)]^2 + [1,1 \tau_{z, Ed, ser} / (k_{\tau} \sigma_E)]^2 \}} \leq 1,1$$

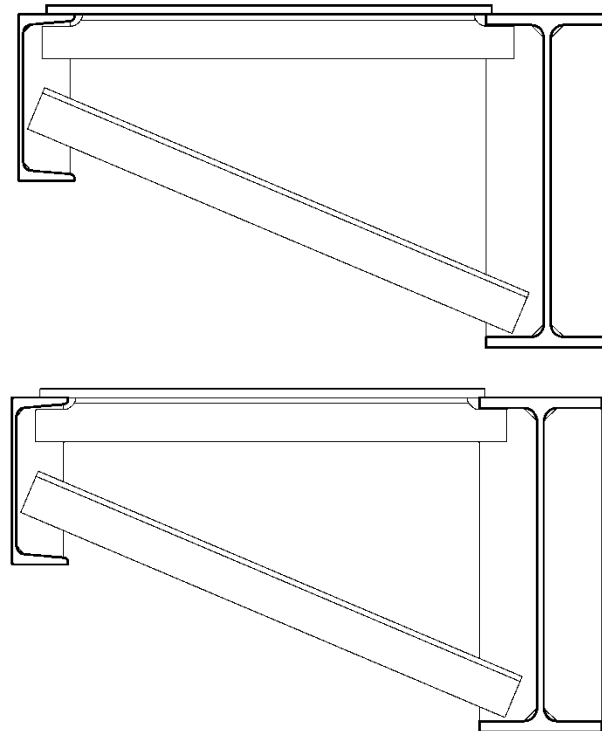
$$\sigma_E = 190 \text{ GPa} \cdot (b / t_w)^2$$

$$k_{\sigma}, k_{\tau} \rightarrow \text{EN 1993-1-5 4.4, A.3}$$

## Lokalne zginanie tężnika hamownego



Rys: Autor



Żeberka podpierające pomost roboczy powinny być policzone na zginanie jako belki jednoprzęsłowe swobodnie podparte.

W przypadku tężnika hamownego kratowego wystąpi interakcja siły osiowej (kratownica pozioma) i zginania.

# Żebra pionowe



Rys: steelbuildingstructure.com



Rys: Autor



Rys: steelbuildingstructure.com

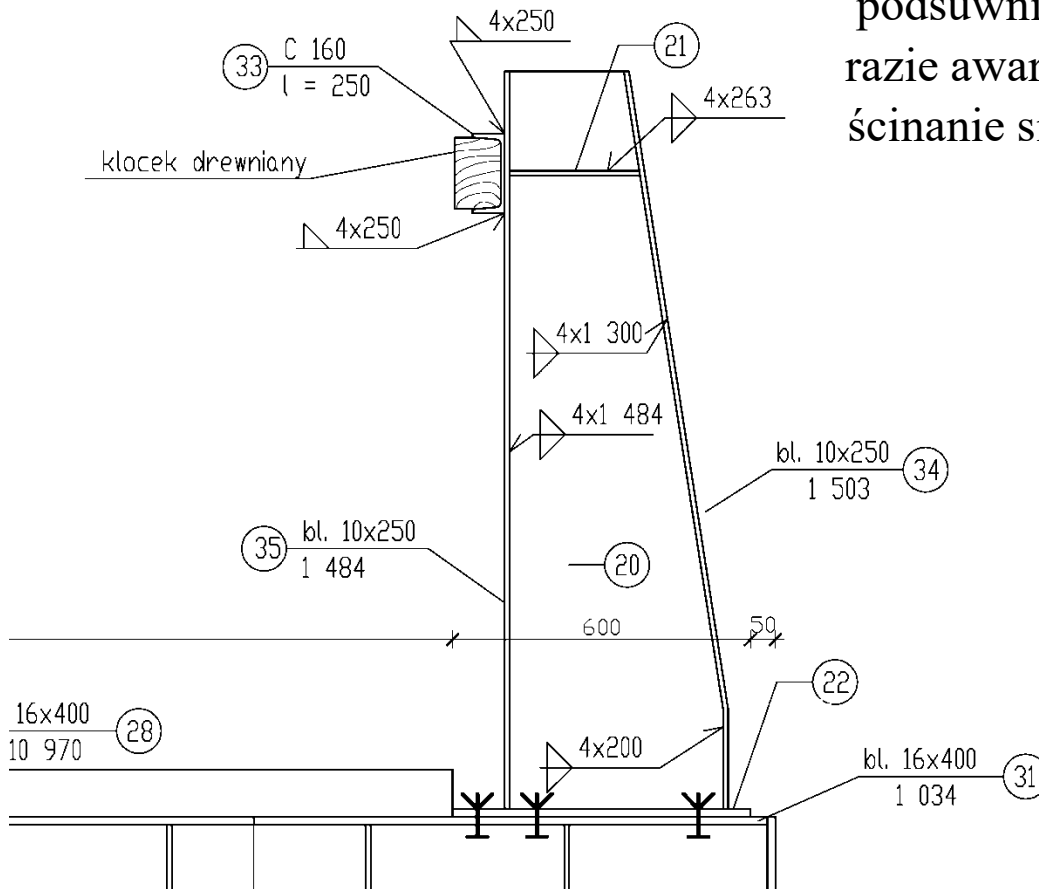
Metody obliczania żebier przedstawione zostały na I stopniu studiów

# Zderzaki

Masywne elementy na krańcach estakad podsuwnicowych. Muszą zatrzymać suwnicę w razie awarii hamulców. Wspornik jest liczony na ścinanie siłą uderzenia  $H_B$  i na zginanie

$$h_B \cdot H_B$$

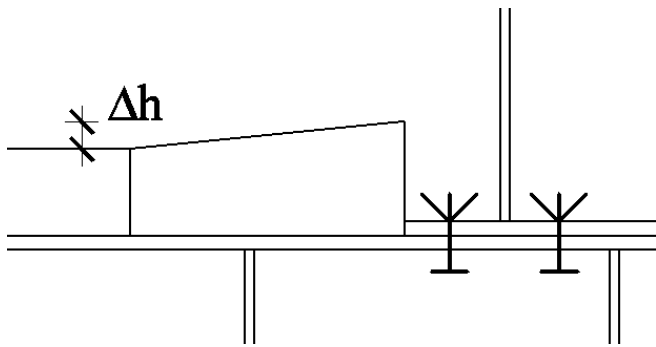
$$H_B \rightarrow \#3 / 58$$



Rys: Autor

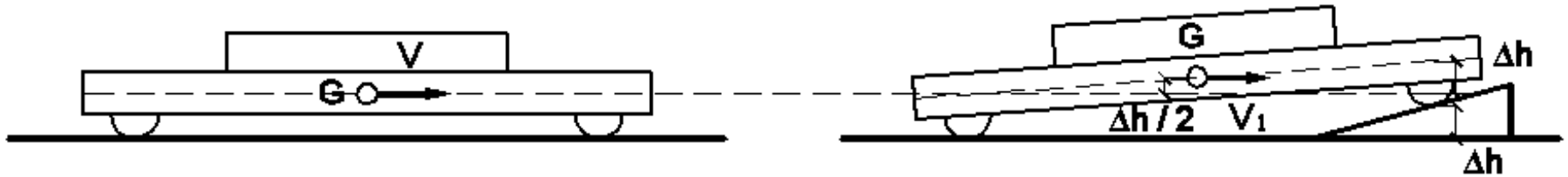


Rys: mussellcrane.com



Rys: Autor

Czasami na końcu szyny dodaje się klin hamujący, przekształcający energię kinetyczną ruchu suwnicy na energię potencjalną jej podniesienia.



Rys: Autor

$$m V^2 / 2 = m V_1^2 / 2 + m g (\Delta h / 2)$$

$$V^2 = V_1^2 + g \Delta h$$

$$V_1 = \sqrt{V^2 - g \Delta h}$$

		V [m / s]			
		0,50	1,00	1,50	2,00
Δh [mm]	V <sub>1</sub> [m / s] (V <sub>1</sub> / V)	0,39 (0,78)	0,95 (0,95)	1,47 (0,98)	1,98 (0,99)
	10	0,39 (0,78)	0,95 (0,95)	1,47 (0,98)	1,98 (0,99)
	20	0,23 (0,46)	0,90 (0,90)	1,43 (0,95)	1,95 (0,98)
	30	0,00 (0,00)	0,84 (0,84)	1,40 (0,93)	1,93 (0,97)

## Zagadnienia egzaminacyjne

Metoda naprężeń zastępczych (MNZ), algorytm obliczeń

Części składowe przekroju w MNZ

Obliczenia niestateczności belek podsuwnicowych

Zjawiska lokalne

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż. Tomasz Michałowski

[tmichal@pk.edu.pl](mailto:tmichal@pk.edu.pl)