

# Konstrukcje metalowe

## Wykład XX

### Węzły podporowe

# Spis treści

Wprowadzenie → #t / 3

Inne materiały → #t / 9

Łożyska → #t / 56

Zagadnienia egzaminacyjne → #t / 97

## Wprowadzenie

Na poprzednich wykładach (#18, 19) przedstawione zostały dwa rodzaje węzłów: zakładkowe i doczołowe.



Rys: uwyo.edu

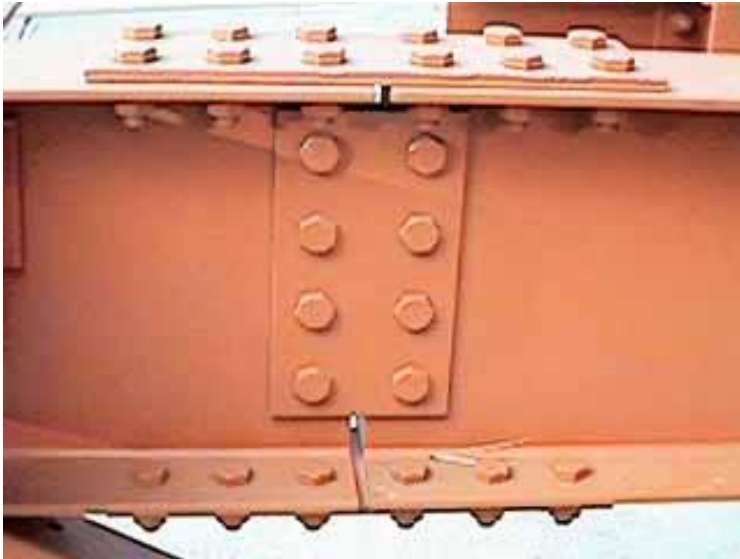


Rys: gic-edu.com

W węzłach doczołowych siły są przyłożone przede wszystkim osiowo w stosunku do śrub. Zgodnie z założeniem wstępnym są to węzły sztywne.

W węzłach zakładkowych śruby są obciążone poprzecznie.

Rys: amsd.co.uk



Rys: Autor

W zależności od rozwiązania, węzły te mogą być sztywne lub przegubowe.

„Węzeł podporowy” oznacza sytuację, gdy jedna, wyraźnie wyróżniona, część konstrukcji jest oparta na drugiej.

Oznacza to konkretnie:

- podporę przegubową słupa;
- podporę sztywną słupa;
- oparcie przegubowe belki lub kraty na konstrukcji murowej (ściana, słup);
- oparcie przegubowe belki lub kraty na konstrukcji żelbetowej (ściana, słup);
- oparcie przegubowe belki lub kraty na podciągu (stalowym, żelbetowym);
- oparcie przegubowe belki lub kraty na słupie stalowym;



Rys: srt251fpaler.blogspot.com



Rys: formfindinglab.wordpress.com



Rys: Autor



Rys: Autor

Każda z tych sytuacji dotyczy kilku problemów:

Kontakt z innym materiałem:	Łożysko podporowe:
<ul style="list-style-type: none"><li>• oparcie belki na ścianie <b>murowej</b>;</li><li>• oparcie kratownicy na ścianie <b>murowej</b>;</li><li>• oparcie belki na słupie <b>murowym</b>;</li><li>• oparcie kratownicy na słupie <b>murowym</b>;</li><li>• oparcie belki na ścianie <b>żelbetowej</b>;</li><li>• oparcie kratownicy na ścianie <b>żelbetowej</b>;</li><li>• oparcie belki na słupie <b>żelbetowym</b>;</li><li>• oparcie kratownicy na słupie <b>żelbetowym</b>;</li><li>• oparcie belki na podciągu <b>żelbetowym</b>;</li><li>• oparcie kratownicy na podciągu <b>żelbetowym</b>;</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• oparcie przegubowe słupa na <b>żelbetowym</b> fundamencie;</li><li>• oparcie sztywne słupa na <b>żelbetowym</b> fundamencie;</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• oparcie belki na <b>stalowym</b> słupie;</li><li>• oparcie kratownicy na <b>stalowym</b> słupie;</li><li>• oparcie kratownicy na <b>stalowym</b> podciągu;</li></ul>

Dla każdej z tych grup pojawiają się specyficzne zjawiska.

Bardzo skomplikowaną częścią zagadnienia są podpory konstrukcji stalowej, szczególnie w przypadku kontaktu z innym rodzajem materiału (mur, beton). Według wstępnych założeń istnieją trzy rodzaje podpór :

→ #14 / 27



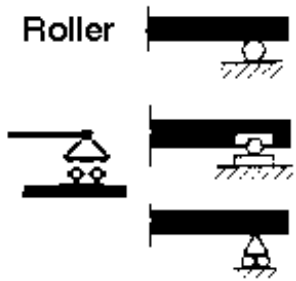
Rys: Autor

sztywna, przegubowa, przegubowo-przesuwna

Najbardziej skomplikowanym i często niedocenianym problemem jest zapewnienie konstrukcjom stalowym wystarczającej swobody obrotu i przesuwu w dwóch ostatnich typach podpór.

Podpora	Przykład
Sztywna	Słup;
Przegubowa	Słup; Kratownica lub belka oparta na konstrukcji stalowej, żelbetowej lub murowanej
Przegubowo-przesuwna	Kratownica lub belka oparta na konstrukcji stalowej, żelbetowej lub murowanej;

W przypadku masywnych konstrukcji lub konstrukcji o dużych obciążeniach (mosty) stosuje się dwa różne rozwiązania techniczne dla podpór przegubowych i rolkowych.



Rys: web.mit.edu



Rys: .fbcdn-Ryss-g-a.akamaihd.net



Rys: .texasescapes.com



Rys: web.mit.edu



Rys: wikipedia



Rys: .tatasteelconstruction.com

→ #14 / 28

## Inne materiały

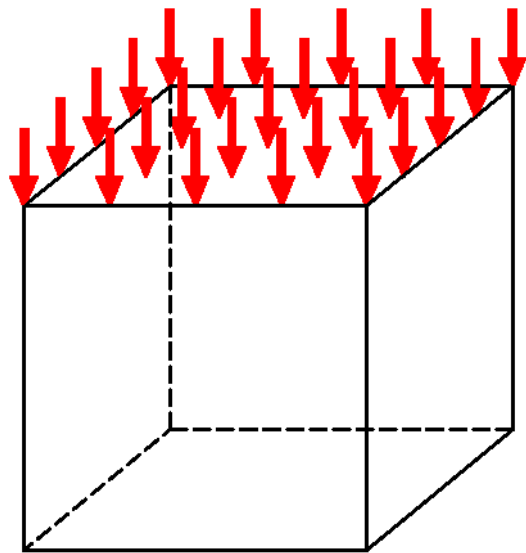
Inne materiały tworzące różnego rodzaju podpory dla konstrukcji stalowej to mur ( $\rightarrow \#t / 12 - 15$ ) i żelbet ( $\rightarrow \#t / 16 - 55$ ). W kontakcie z nimi nie ma potrzeby dokonywać szczegółowej analizy konstrukcji stalowej. Żelbet i mur są słabsze od stali i ulegają zniszczeniu jako pierwsze. Konieczne jest tylko dokładne wyznaczenie obszaru kontaktu stali z innym materiałem.



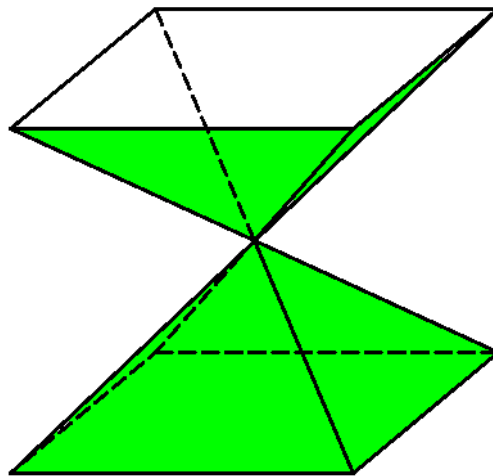
Rys: dailymail.co.uk



Rys: diy.stackexchange.com

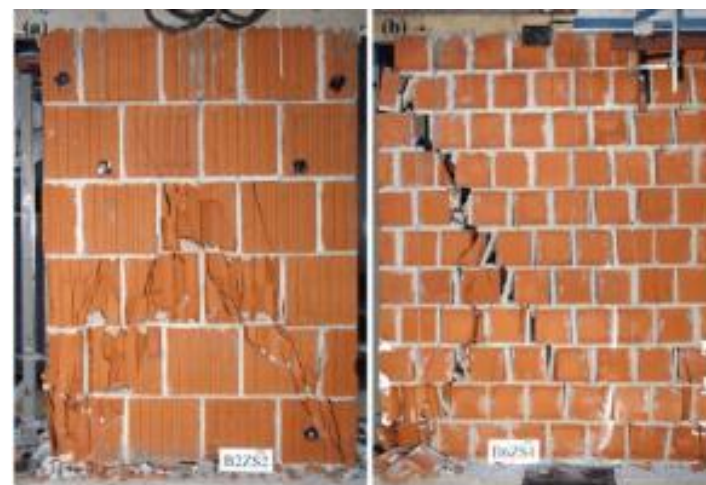


Rys: Autor

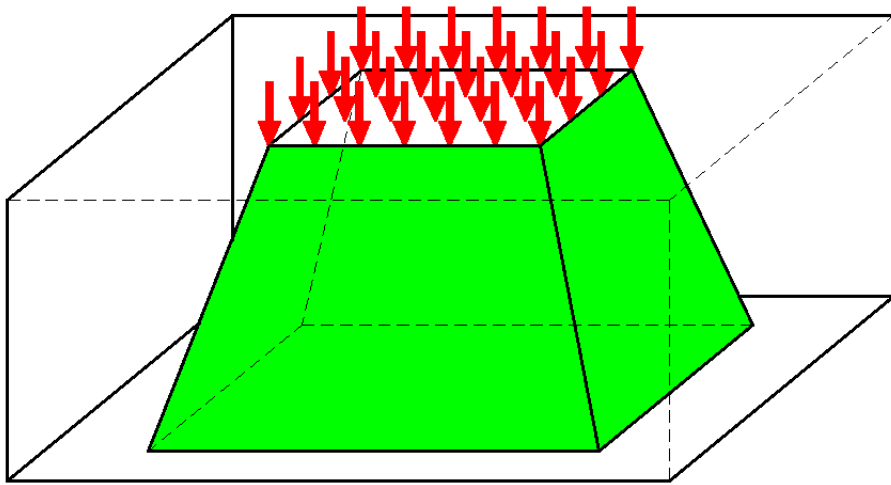


Rys: budopref.pl

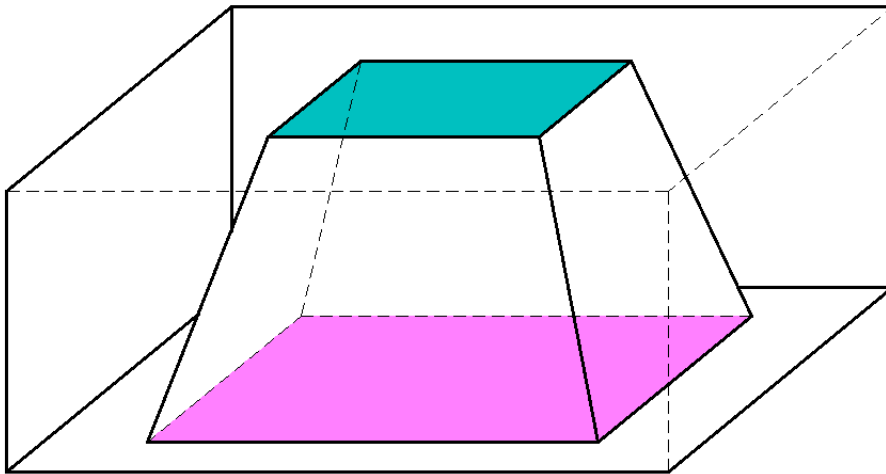
W przypadku betonu (żelbetu) i muru **ściskanego** po uwagę należy brać **naprężenia ścinające**. Pojawiają się charakterystyczne **ukośne pęknięcia**.



Rys: researchgate.net



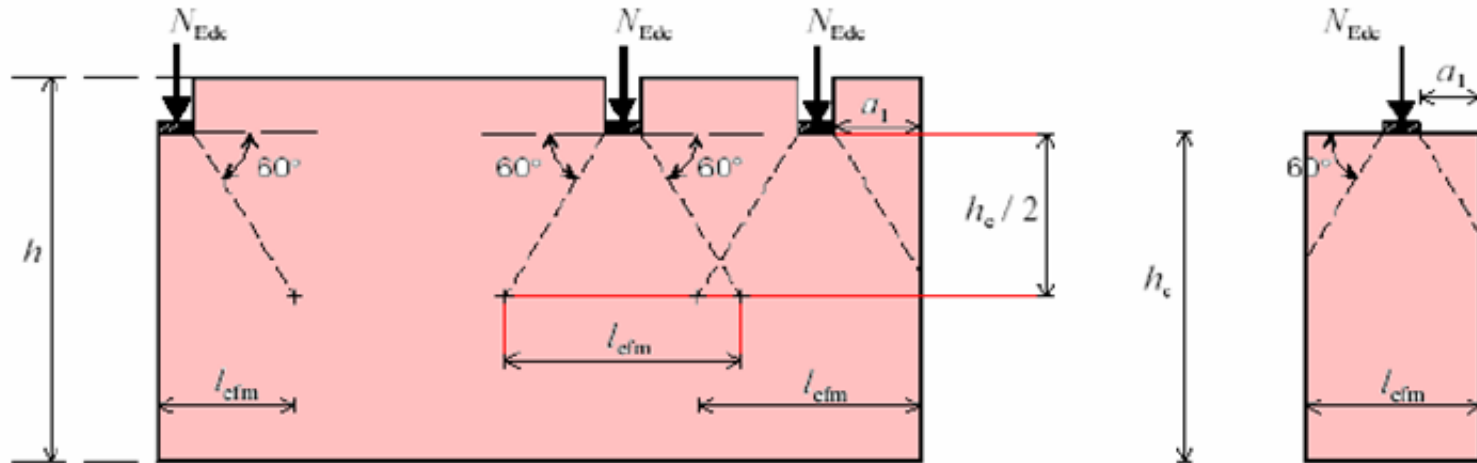
Rys: Autor



Zjawisko to – **wpływ ścinania na zniszczenie betonu i muru** – należy uwzględnić przy obliczaniu efektu kontaktu z konstrukcją stalową dla betonu i muru. W przypadku obu materiałów analiza polega na porównaniu **powierzchni górnej** (traktowanej jako obszar bezpośredniego kontaktu ze stalą) i **powierzchni dolnej**; zastępczego obszaru wewnątrz materiału, wynikającego z rozkładu wewnętrznych naprężeń..

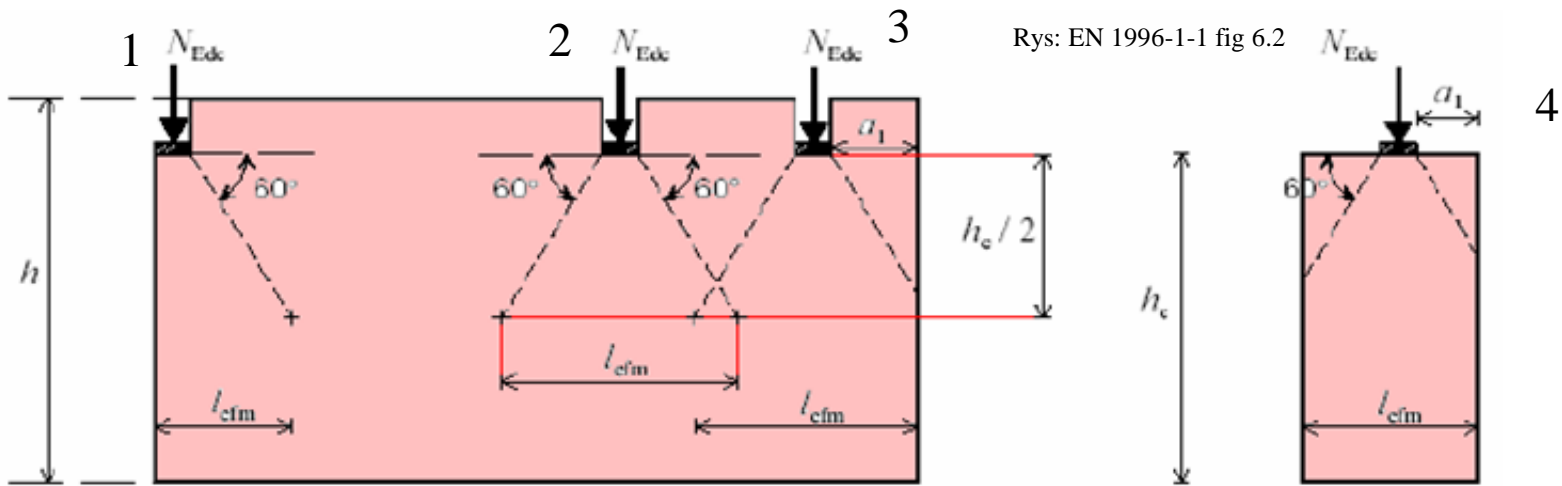
# Oparcie na konstrukcji murowanej

EN 1996-1-1 p.6.1.3



Rys: EN 1996-1-1 fig 6.2

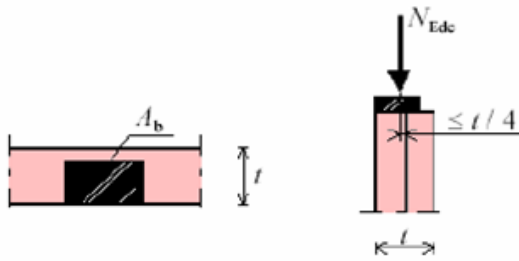
Powierzchnia dolna konstrukcji murowanej jest określona przez grubość ściany i efektywną długość mierzoną na poziomie w połowie wysokości między podporą konstrukcji stalowej a podstawą ściany. Oczywiście efektywna długość nie może wykraczać poza obrys konstrukcji muru.



Rys: houzz.co.nz

Rys: projektonwestor.pl

Wpływ granic muru daje cztery sytuacje: 1. konstrukcja stalowa na końcu lub w narożniku konstrukcji murowej; 2 w centralnej części konstrukcji murowej; 3 blisko końca lub narożnika muru w odległości  $a_1$ ; 4 krótkie ściany lub kolumny murowane. Pełna długość efektywna jest brana pod uwagę tylko w przypadku 2. Długość efektywna  $l_{efm}$  we wszystkich pozostałych przypadkach kończy się wraz z końcem muru.



Rys: EN 1996-1-1 fig 6.2

Powierzchnia górna  $A_b$  (obszar bezpośredniego kontaktu stali i muru):

(szerokość elementu stalowego) · (głębokość wprowadzenia w ścianę)

Teoretyczny punkt przyłożenia siły  $N_{Edc}$  położony jest w środku ciężkości obszaru  $A_b$  (w połowie głębokości). Odległość między siłą a osią ściany nie powinna być większa niż (grubość ściany) / 4.

$$N_{Edc} / N_{Rdc} \leq 1,0$$

$$N_{Rdc} = \beta A_b f_d$$

$$A_{ef} = l_{efm} t$$

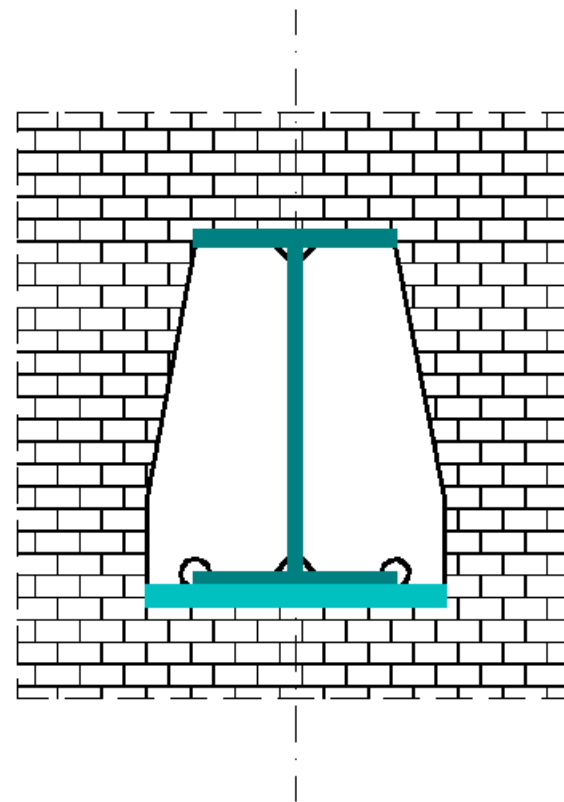
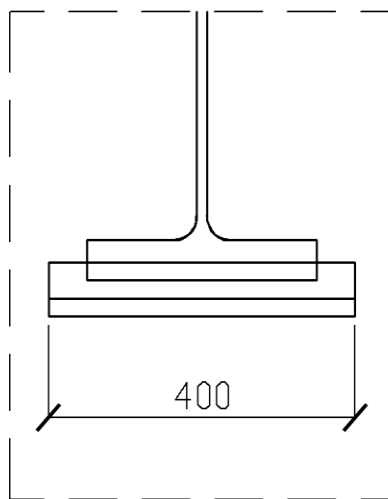
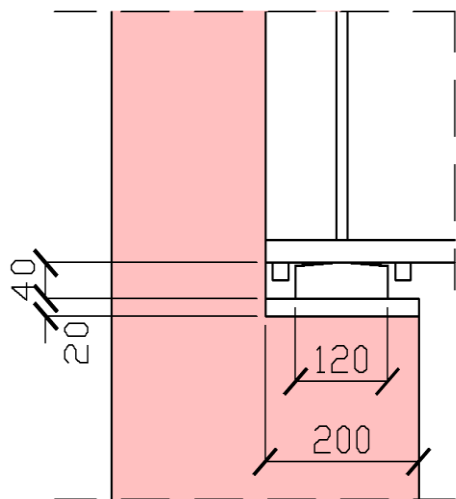
$$\beta = \min \{ 1,25 + \mathbf{a}_1 / (2 h_c) \ ; \ 1,5 \ ; \ \max [(1 + 0,3 \mathbf{a}_1 / h_c) \cdot (1,5 - 1,1 A_b / A_{ef}) \ ; \ 0 ] \}$$

$f_d$  zgodnie z EN 1996-1-1 NA

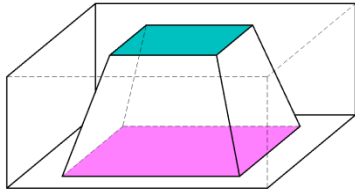
Odległość  $\mathbf{a}_1$  od podpory do końca ściany jest ważna w przypadku 3 i 4. Dla 1 jest równa 0, dla 2 jest zazwyczaj tak duża, że  $\beta$  jest równe 1,5.

Jeśli nośność muru jest zbyt mała, można rozbudować powierzchnię kontaktu  $A_b$ . Dodaje się blachę szerszą niż półka dolna, o grubości nie mniejszej niż półka dolna. Należy też pamiętać o specyficznym kształcie żeber.

Rys: Autor



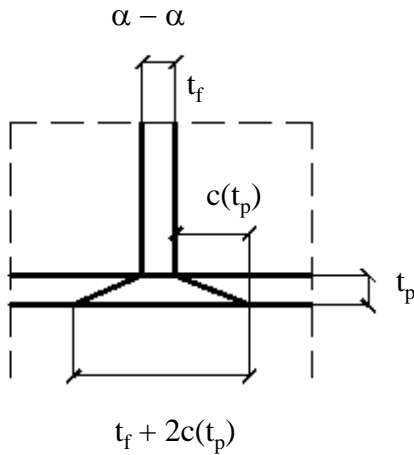
# Oparcie na żelbecie



Rys: Autor

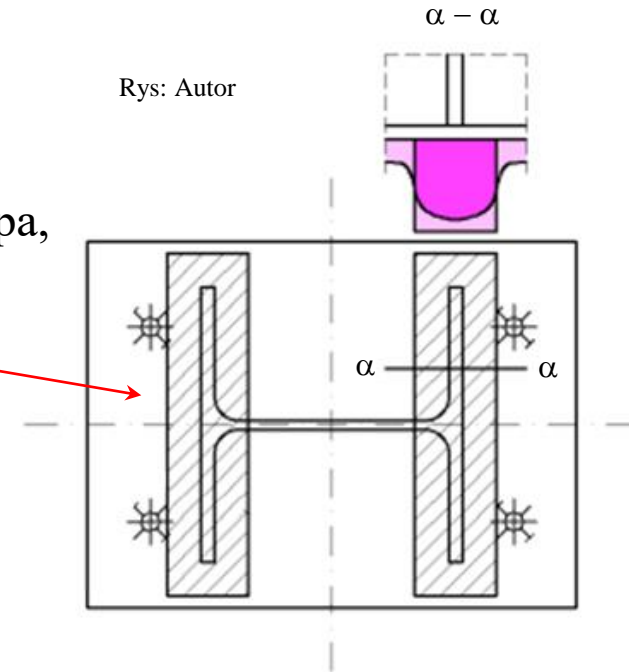
1. **Powierzchnia górna** = obszar efektywnego kontaktu stal-żelbet. Nie jest to całkowita powierzchnia kontaktu stal-żelbet.

2. Pole efektywne to pole bezpośrednio pod obrysem słupa, poszerzone w każdym kierunku o  $2c(t_p)$ . Jest to efekt linearyzacji nieliniowego rozkładu naprężeń pod blachą stopową.



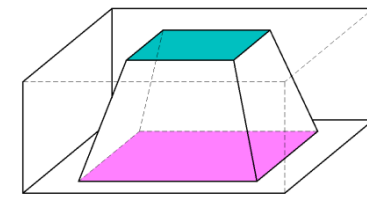
Rys: Autor

3. Zakres strefy współpracującej  $c(t_p)$  jest funkcją grubości blachy stopowej  $t_p$ .

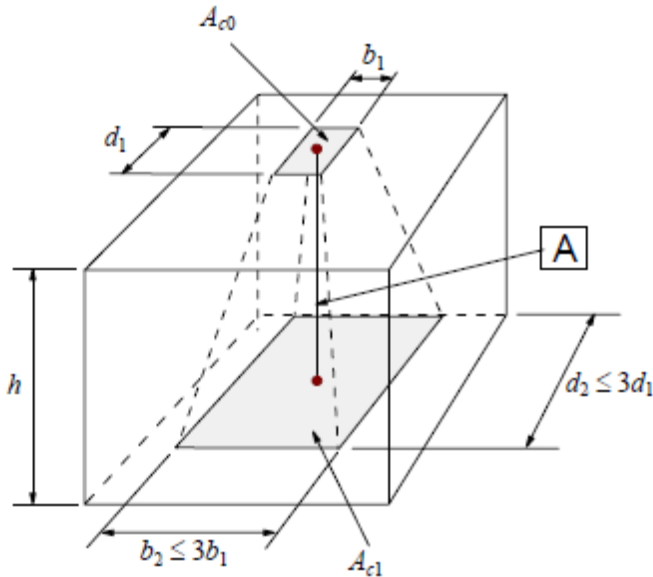


Rys: Autor

Powierzchnia dolna jest opisana w EN 1992.



Rys: Autor

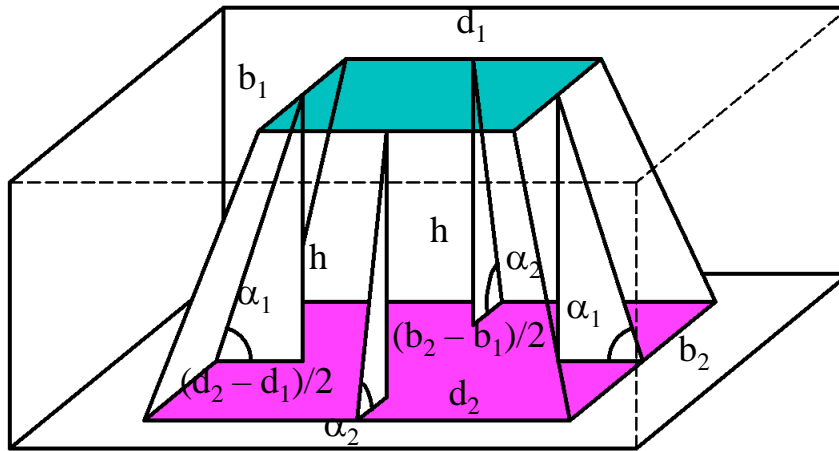


Rys: EN 1992-1-1 fig 6.29

$$h \geq (b_2 - b_1) \text{ i } h \geq (d_2 - d_1)$$

Definicja  $A_{c1}$  Zgodnie z EN 1991 opiera się na kilku wymogach:

- Odległość pionowa między górną i dolną powierzchnią jest ograniczona;
- Środki ciężkości  $A_{c1}$  i  $A_{c0}$  leżą na jednej linii pionowej;
- $A_{c1}$  i  $A_{c0}$  mają te same proporcje;
- $A_{c1}$  nie może być zbyt duża;
- $A_{c1}$  jest maksymalną spełniającą inne wymogi;
- Dla kilku sił  $F_i$ , żadne z pól  $A_{c1}^i$  i  $A_{c0}^i$  nie może się nakładać na siebie.



Ograniczenie odległości między powierzchnią górną i dolną:

$$h \geq b_2 - b_1 \quad \text{and} \quad h \geq d_2 - d_1$$

Co oznacza:

$$h \geq \max ( b_2 - b_1 \ ; \ d_2 - d_1 )$$

$$\text{tg } \alpha_1 = h / [(d_2 - d_1) / 2] = 2 \{ (h / 2) / [(d_2 - d_1) / 2] \}$$

$$\text{tg } \alpha_2 = h / [(b_2 - b_1) / 2] = 2 \{ (h / 2) / [(b_2 - b_1) / 2] \}$$

$$h \geq \max ( b_2 - b_1 \ ; \ d_2 - d_1 ) \rightarrow (h / 2) \geq \max [ (b_2 - b_1) / 2 \ ; \ (d_2 - d_1) / 2 ]$$

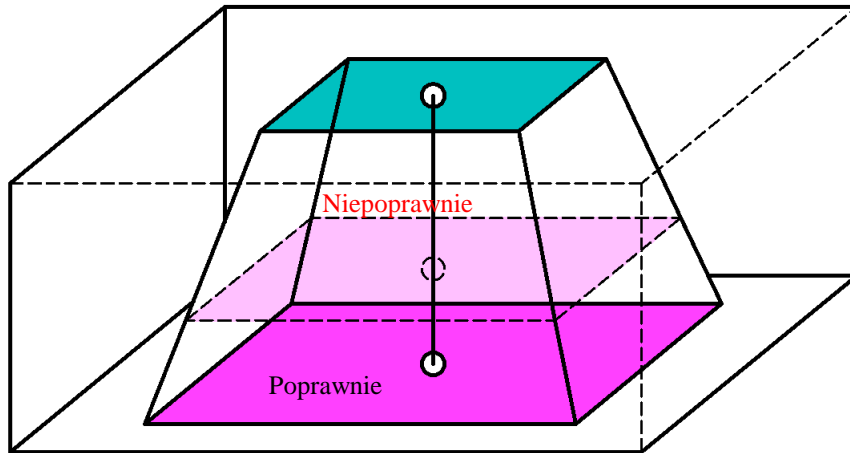
$$\{ (h / 2) / [(d_2 - d_1) / 2] \} \geq 1,0 \rightarrow h / [(d_2 - d_1) / 2] \geq 2,0 \rightarrow \text{tg } \alpha_1 \geq 2,0$$

$$\{ (h / 2) / [(b_2 - b_1) / 2] \} \geq 1,0 \rightarrow h / [(b_2 - b_1) / 2] \geq 2,0 \rightarrow \text{tg } \alpha_2 \geq 2,0$$

$$\text{tg } \alpha_1 \geq 2,0 \rightarrow \alpha_1 \geq 63^\circ 26'$$

$$\text{tg } \alpha_2 \geq 2,0 \rightarrow \alpha_2 \geq 63^\circ 26'$$

Rys: Autor

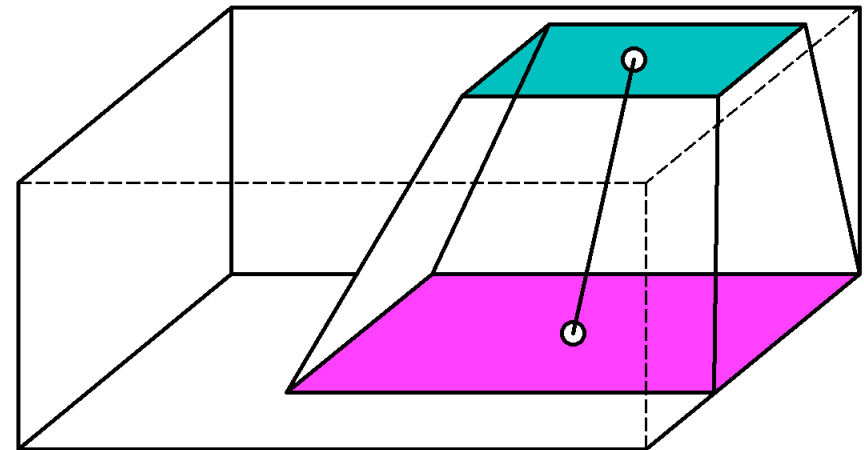


Rys: Autor

**Sytuacja niepoprawna:** za mała odległość w pionie. Odległość musi spełniać warunek:

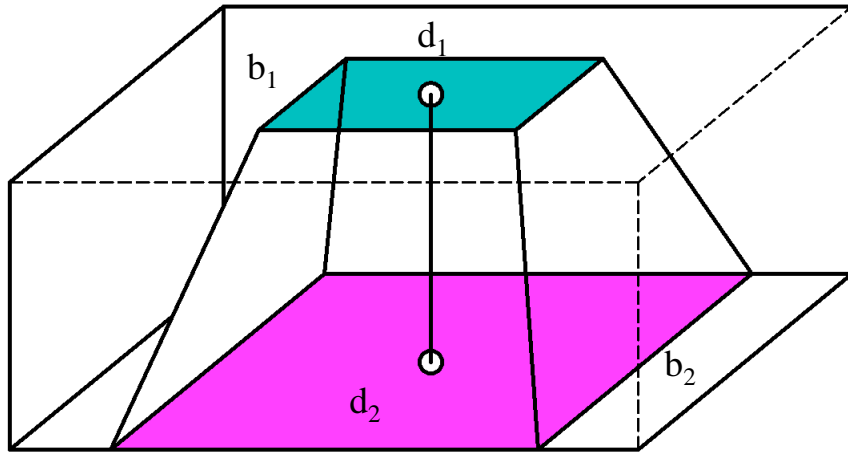
$$h \geq b_2 - b_1$$

$$h \geq d_2 - d_1$$



**Sytuacja niepoprawna:** środki ciężkości obu pól nie leżą na jednej linii pionowej. Ten wymóg jest szczególnie istotny w sytuacji, powierzchnia górna jest blisko krawędzi bloku fundamentowego. Oczywiście powierzchnia dolna musi być tak duża jak to możliwe, ale nie można w tym celu przesuwać środka ciężkości.

Rys: Autor



**Sytuacja niepoprawna:** kształty (proporcje wymiarów) są różne dla powierzchni górnej i dolnej:

$$(b_1 / d_1) \neq (b_2 / d_2)$$

Sytuacja poprawna:

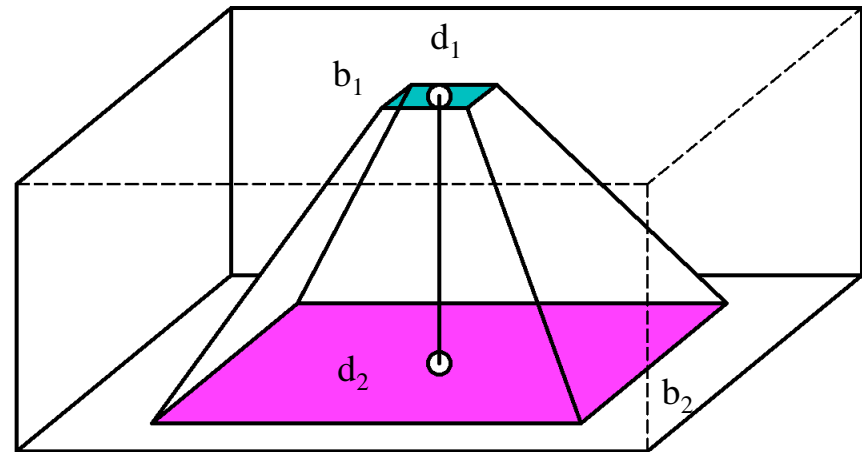
$$(b_1 / d_1) = (b_2 / d_2)$$

Rys: Autor

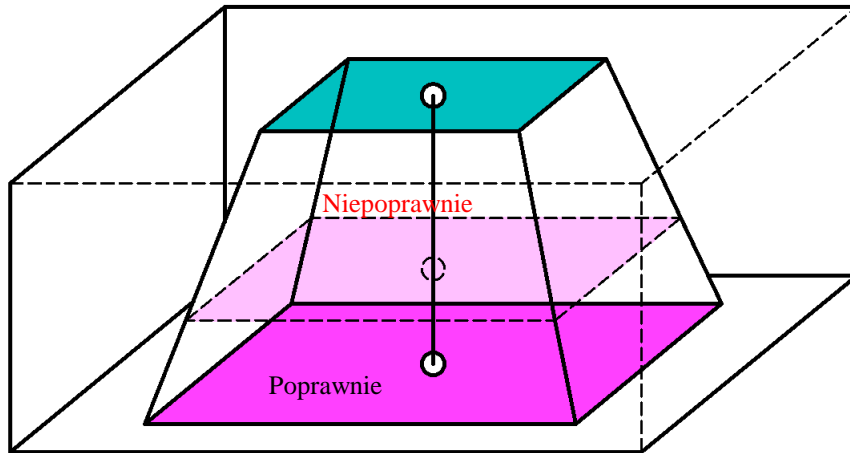
**Sytuacja niepoprawna:** zbyt duża powierzchnia dolna. Wymiary powierzchni dolnej w stosunku do górnej są ograniczone:

$$b_2 \leq 3b_1$$

$$d_2 \leq 3d_1$$



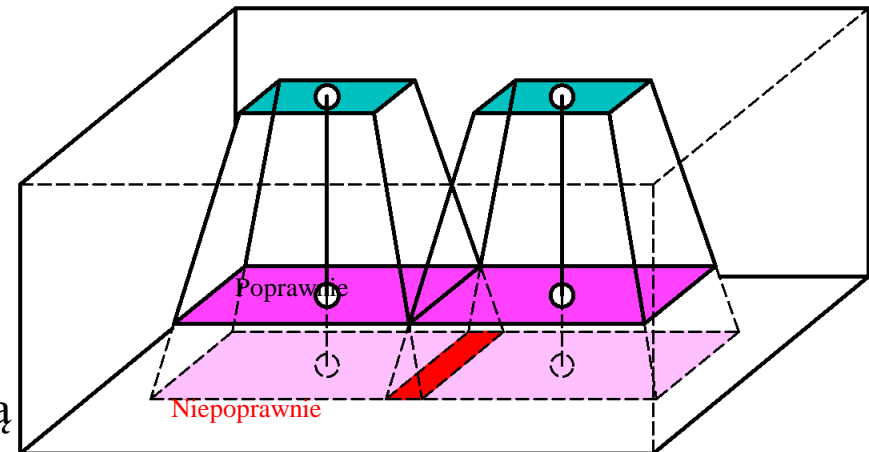
Rys: Autor



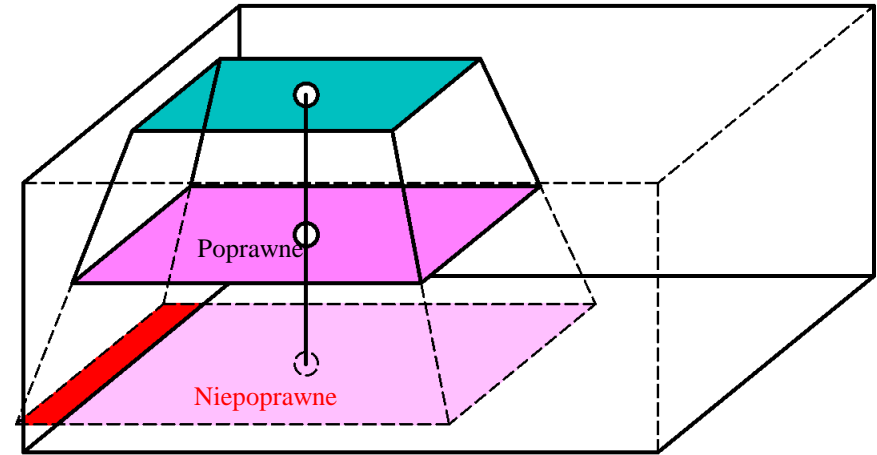
**Sytuacja niepoprawna:** za mała powierzchnia dolna. Jest możliwe znalezienie większej powierzchni, spełniającej wszystkie wymogi zawarte w EN 1992EN 1992.

**Niepoprawna sytuacja:** dwie osobne powierzchnie dolne, które zachodzą na siebie. Oczywiście – dla każdej z powierzchni traktowanych osobno, poprawna jest wersja dolna, jako największa możliwa. Fakt, że mamy do czynienia z dwiema współpracującymi ze sobą obszarami górnymi nakłada ograniczenia na powierzchnie dolne – mogą się co najwyżej stykać krawędzią.

Rys: Autor



**Sytuacja niepoprawna:** strefa dolna poza obrysem fundamentu.



Powierzchnia górna jest z kolei funkcją wymiarów słupa i grubości blachy stopowej (→ #t / 17).

Geometrie mogą być analizowane według jednego z dwu przypadków:

- nie wiemy nic o wymiarach fundamentu (metoda zgrubna);
- wiemy wszystko o wymiarach fundamentu (metoda dokładna);

Obie metody bazują na geometrii przekroju słupa, grubości blachy stopowej  $t_p$ , wytrzymałości stali  $f_y$  i wytrzymałości betonu  $f_{cd}$

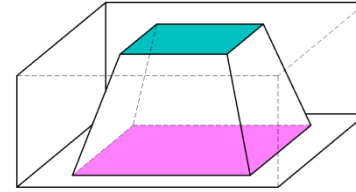
EN 1993-1-8 p.6.2.5:

$$c = t_p \sqrt{ [ f_y / ( 3 f_{jd} \gamma_{M0} ) ] }$$

$A_{c0}$  = funkcja (  $c$  ; geometria przekroju słupa )

$$f_{jd} = \beta_j F_{Rdu} / A_{c0}$$

$$\beta_j = 2/3$$

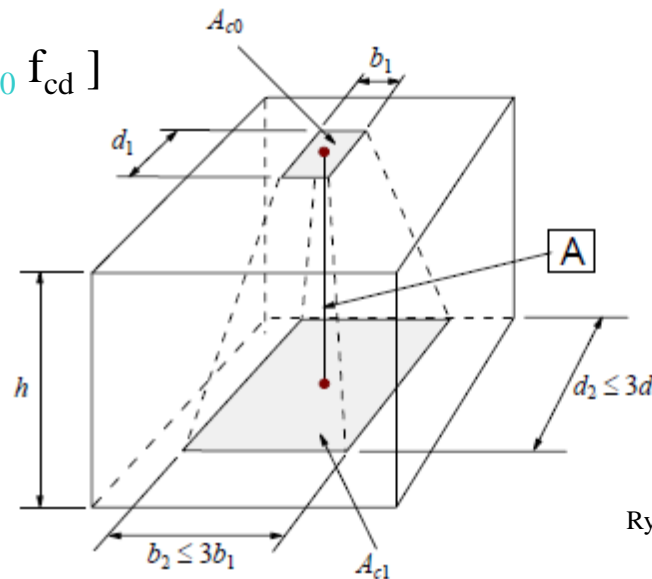


Rys: Autor

EN 1992-1-1 p.6.7:

$$F_{Rdu} = \min [ A_{c0} f_{cd} \sqrt{ ( A_{c1} / A_{c0} ) } ; 3 A_{c0} f_{cd} ]$$

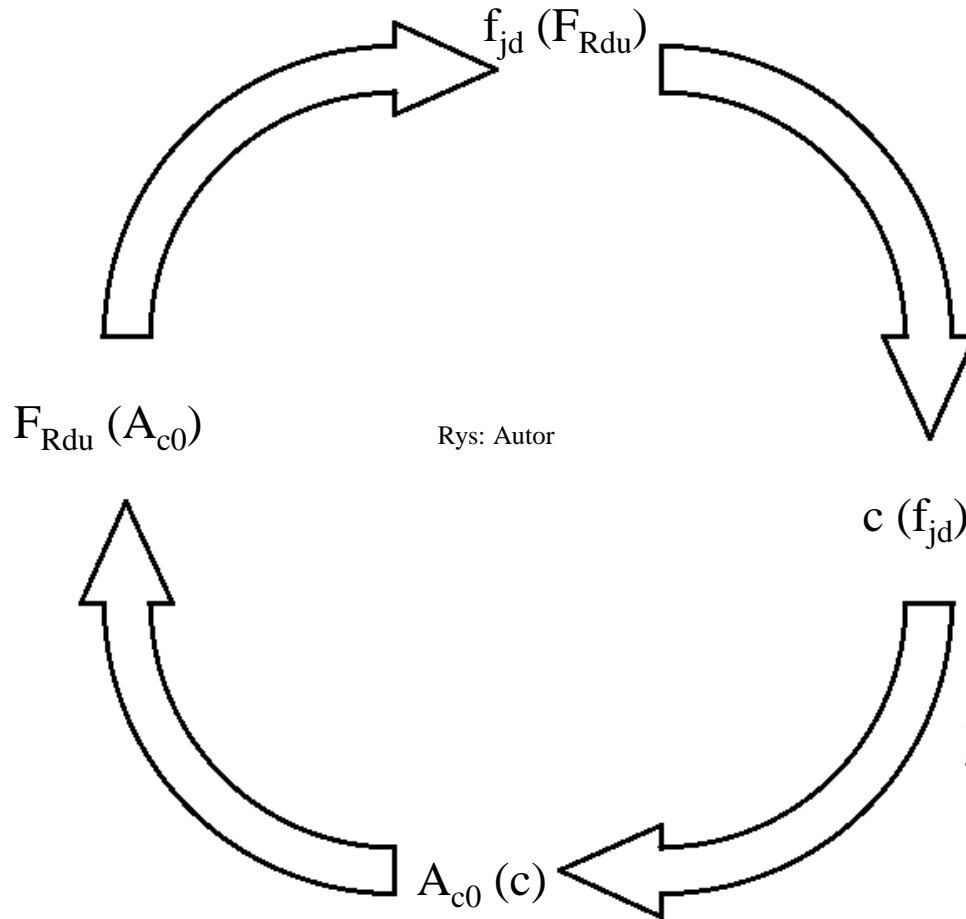
$$N_{Ed} / F_{Rdu} \leq 1,0$$



$$h \geq (b_2 - b_1) \text{ i } h \geq (d_2 - d_1)$$

Rys: EN 1992-1-1 fig 6.29

Problemem jest uwikłanie zmiennych w równaniach nieliniowych:



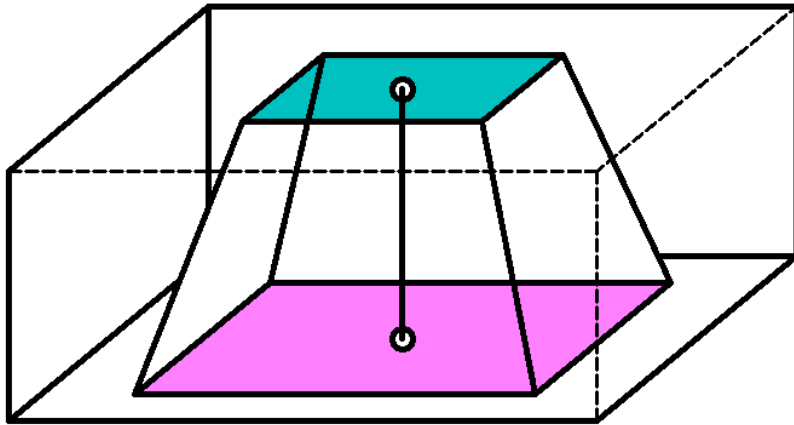
Metoda zgrubna opiera się na dwu założeniach wstępnych:

- $N_{Ed} = F_{Rdu}$
- $A_{c1} / A_{c0} = 2,25$

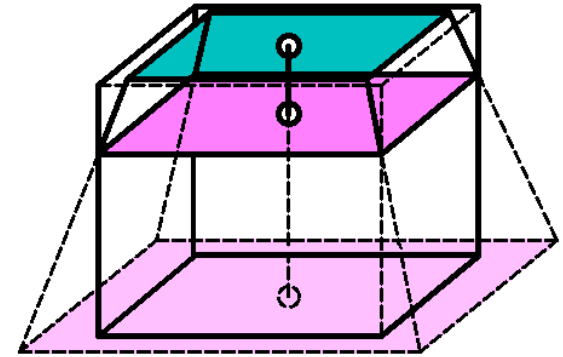
Rozwiązanie (wartości  $c$  oraz  $F_{Rdu}$ ) są przedstawione w tabelach dla kilku wybranych geometrii przekroju słupa.

Metoda dokładna: procedura iteracyjna dla dokładnych wymiarów fundamentu (jest możliwe, że  $A_{c1}$  jest ograniczone przez obrys fundamentu) i dla rzeczywistej proporcji  $A_{c1} / A_{c0}$

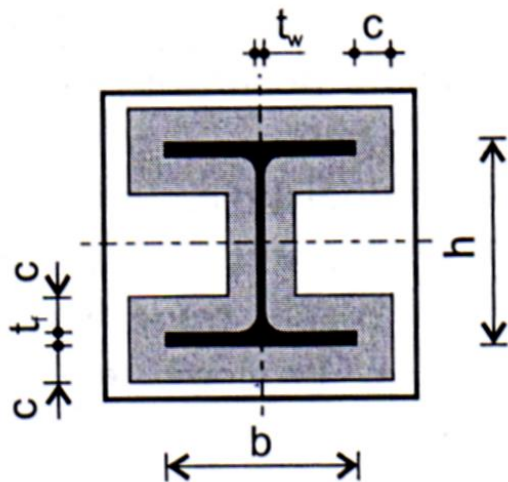
Założenie wstępne „ $A_{c1} / A_{c0} = 2,25$ ” w metodzie zgrubnej jest prawdziwe tylko dla wystarczająco dużego fundamentu, który pomieści w sobie  $A_{c1} = 2,25 A_{c0}$ .



Rys: Autor



Jeśli fundament jest za mały by pomieścić  $A_{c1}$  (mała stopa fundamentowa, górna część słupa żelbetowego), musi być użyta metoda dokładna. Tak samo, jeśli geometria przekroju słupa nie występuje w tablicy.



Nośność podstawy słupa:

$$N_{Rd} = f_{cd} \left[ 2(b + 2c)(t_f + 2c) + (t_w + 2c)(h - 2c - 2t_f) \right]$$

Maksymalny wysięg strefy docisku:

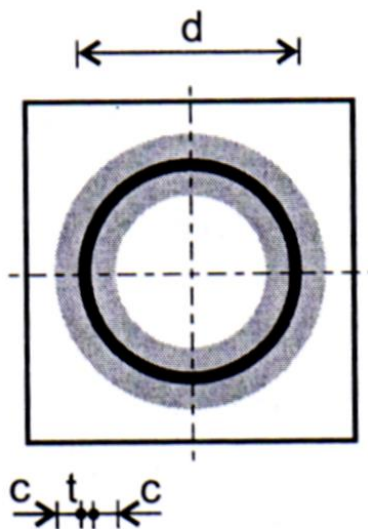
$$c = -\frac{X_2 - \sqrt{X_2^2 - 4X_1X_3 + 4X_1N_{Rd}^*}}{2X_1}$$

$$X_1 = 4f_{cd}$$

$$X_2 = 4bf_{cd} + 2hf_{cd} - 2t_w f_{cd}$$

$$X_3 = 2bt_f f_{cd} + ht_w f_{cd} - 2t_f t_w f_{cd}$$

Pomyłka w źródle,  
powinno być  $N_{Ed}$ , nie  $N_{Rd}$



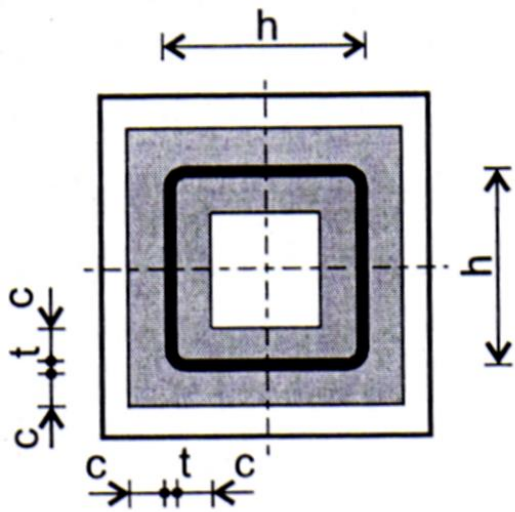
Nośność podstawy słupa:

$$N_{Rd} = f_{cd} \left[ \frac{\pi(d + 2c)^2}{4} - \frac{\pi(d - 2c - 2t)^2}{4} \right]$$

Maksymalny wysięg strefy docisku:

$$c = \frac{\pi f_{cd} t^2 - \pi d f_{cd} t + N_{Rd}^*}{2\pi d f_{cd} - 2\pi f_{cd} t}$$

Rys: "Konstrukcje stalowe,  
przykłady obliczeń według PN-EN  
1993-1, część II, stropy i  
pomosty", A. Kozłowski & all,  
Rzeszów 2009.



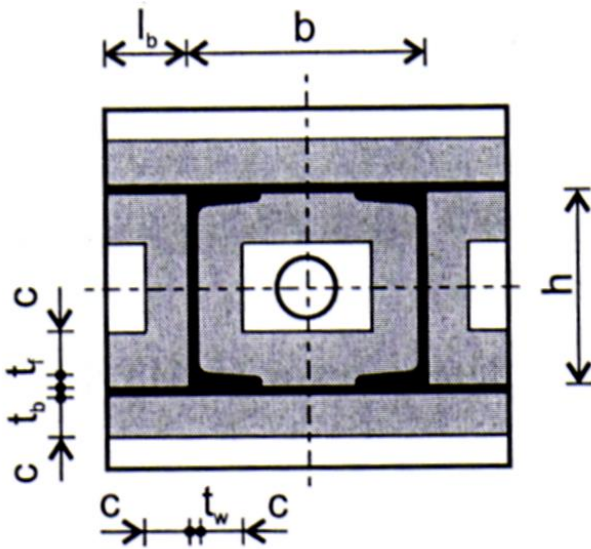
Nośność podstawy słupa:

$$N_{Rd} = f_{cd} \left[ (h + 2c)^2 - (h - 2t - 2c)^2 \right]$$

Maksymalny wysięg strefy docisku:

$$c = \frac{N_{Rd}^* - 4f_{cd}t(h - t)}{8f_{cd}(h - t)}$$

Pomyłka w źródle,  
powinno być  $N_{Ed}$ , nie  $N_{Rd}$



Nośność podstawy słupa:

$$N_{Rd} = f_{cd} \left[ 2(b + 2l_b)(2c + t_b + t_f) + 2(2c + t_w)(h - 2c - 2t_f) \right]$$

Maksymalny wysięg strefy docisku:

$$c = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AC + 4AN_{Rd}^*}}{2A}$$

$$A = 8f_{cd}; \quad B = 4f_{cd}(b + h + 2l_b - 2t_f - t_w)$$

$$C = 2f_{cd}(bt_b + bt_f + ht_w + 2l_bt_b + 2l_bt_f - 2t_ft_w)$$

Rys: "Konstrukcje stalowe, przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1, część II, stropy i pomosty", A. Kozłowski & all, Rzeszów 2009.

Metoda dokładna:

EN 1992-1-1  $\rightarrow f_{cd}$

$A_{c0}^0 = b_1 d_1$  (półka lub średnik dwuteownika)

$A_{c1}^0 = b_2 d_2$  (zgodnie z wymiarami stopy fundamentowej i  $A_{c0}^0$ )

I iteracja:

$$F_{Rdu} = \sqrt{(A_{c1} / A_{c0})} A_{c0} f_{cd}$$

$$f_{jd} = \beta_j F_{Rdu} / A_{c0} = \beta_j 1,5 A_{c0} f_{cd} / A_{c0} = \sqrt{(A_{c1} / A_{c0})} \beta_j f_{cd}$$

$$c^I = t_p \sqrt{[ f_y / (3 f_{jd} \gamma_{M0}) ]}$$

$A_{c0}^I = A_{c0}^I$  (półka lub średnik dwuteownika,  $c^I$ )

$A_{c1}^I = b_2^I d_2^I$  (zgodnie z wymiarami stopy fundamentowej i  $A_{c0}^I$ )

II iteracja:

$$f_{jd} = \sqrt{(A_{c1}^I / A_{c0}^I)} \beta_j f_{cd}$$

$$c_{c0}^{II} = t_p \sqrt{[ f_y / (3 f_{jd} \gamma_{M0} ) ]}$$

$$A_{c0}^{II} = A_{c0}^{II} \text{ (półka lub średnik dwuteownika, } c_{c0}^{II} \text{)}$$

$$A_{c1}^{II} = b_{c2}^{II} d_{c2}^{II} \text{ (zgodnie z wymiarami stopy fundamentowej i } A_{c0}^{II} \text{)}$$

III iteracja:

$$f_{jd} = \sqrt{(A_{c1}^{II} / A_{c0}^{II})} \beta_j f_{cd}$$

$$c_{c0}^{III} = t_p \sqrt{[ f_y / (3 f_{jd} \gamma_{M0} ) ]}$$

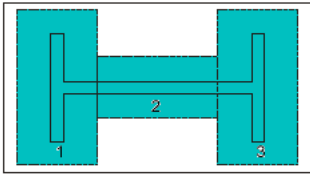
$$A_{c0}^{III} = A_{c0}^{III} \text{ (półka lub średnik dwuteownika, } c_{c0}^{III} \text{)}$$

$$A_{c1}^{III} = b_{c2}^{III} d_{c2}^{III} \text{ (zgodnie z wymiarami stopy fundamentowej i } A_{c0}^{III} \text{)}$$

IV iteracja:

...

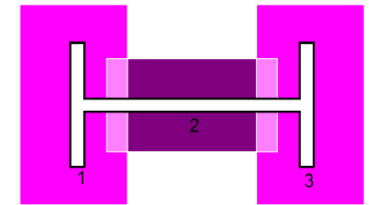
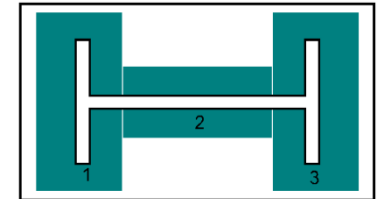
## Stopa przegubowa



EN 1993-1-8 6.2.8.2.(1) – powierzchnia kontaktu efektywnego (górną) jest analizowana pod półkami i środkiem słupa.

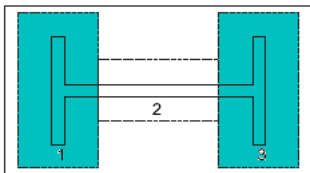
Rys: EN 1993-1-8 fig. 6.19

Jest to niekonsekwencja w Eurokodzie: dolna powierzchnia 2 będzie miała inne proporcje niż górna 2, lub dojdzie do nakładania się dolnych stref 2-1 oraz 2-3.



Rys: Autor

## Stopa sztywna

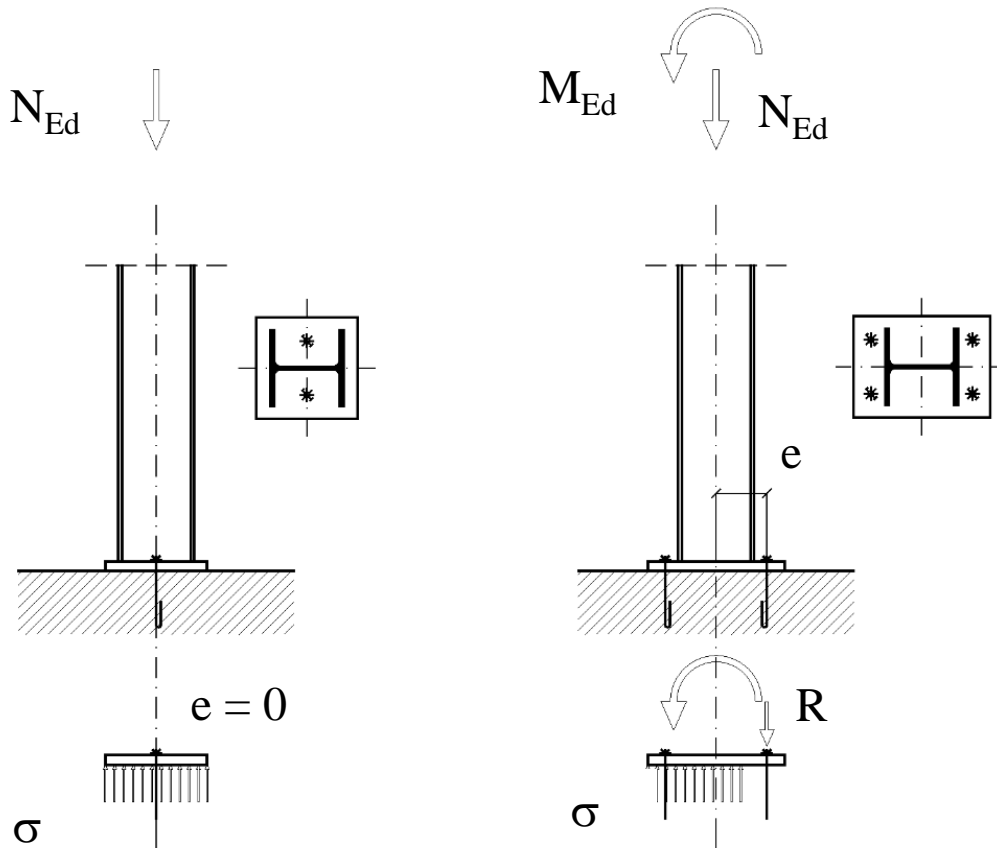


EN 1993-1-8 6.2.8.3.(1) – powierzchnia efektywna (górną) jest przyjmowana tylko pod półkami słupa.

Rys: EN 1993-1-8 fig. 6.19

Stopa przegubowa: w grę wchodzi tylko nośność żelbetu pod stopą; kotwie są założone na osi silnej słupa.

Stopa sztywna: z powodu momentu zginającego należy wziąć pod uwagę wiele zjawisk (w tym sztywność stopy). Kotwie są odsunięte od osi silnej słupa.



Rys: Autor

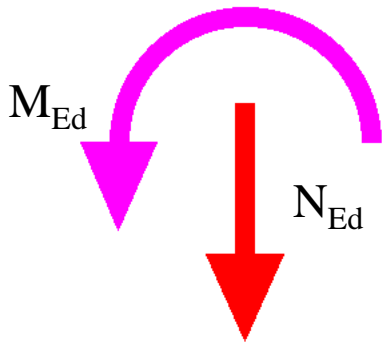


Rys: j-p.com.ua

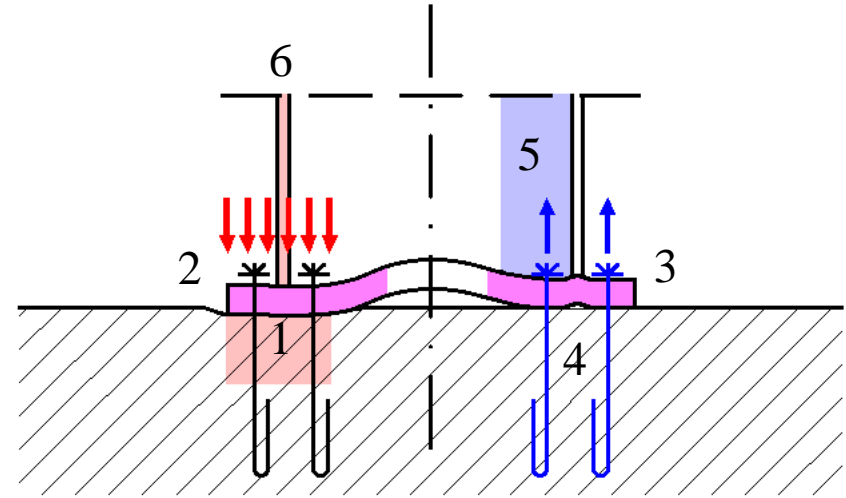
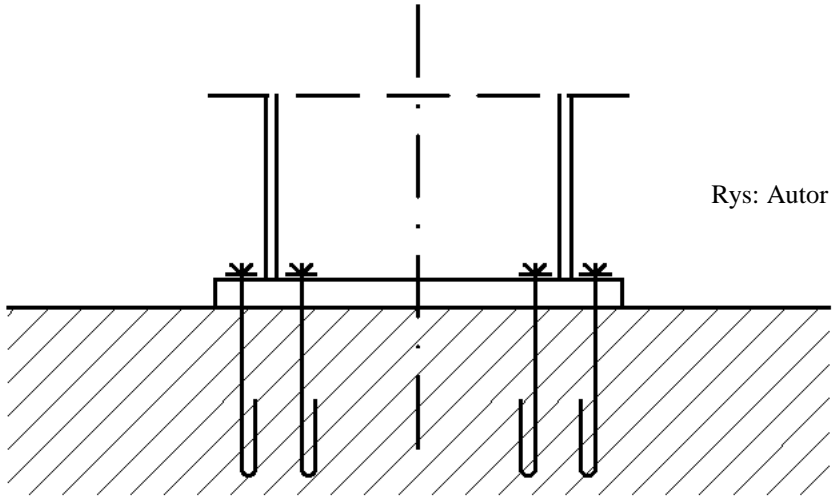


Rys: srt251fpaler.blogspot.com

Części ważne dla sztywności i nośności:

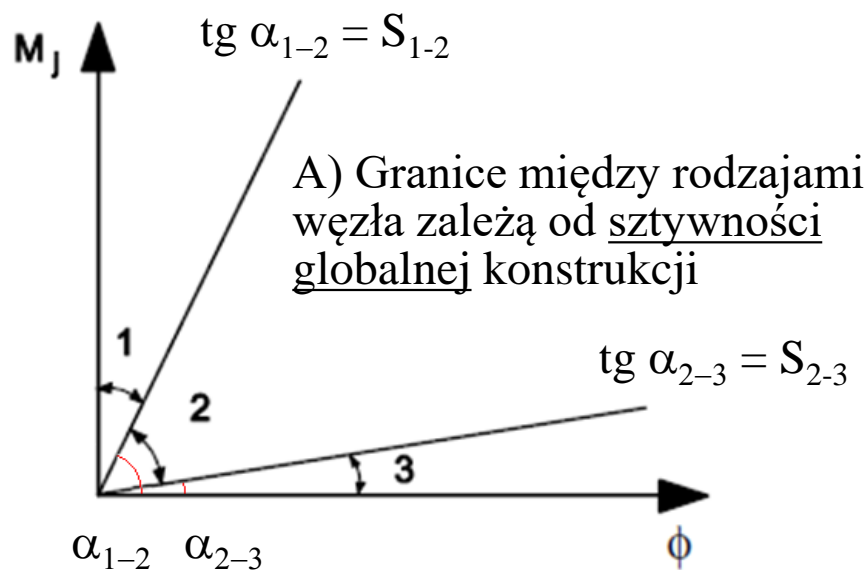


#	Sztywność	Nośność
1	Beton ściskany	Beton ściskany
2	Błacha stopowa zginana przy ściskaniu	
3	Błacha stopowa zginana przy rozciąganiu	Błacha stopowa zginana przy rozciąganiu
4	Kotwie rozciągane	
5		Rozciągany środek słupa
6		Ściskana półka słupa

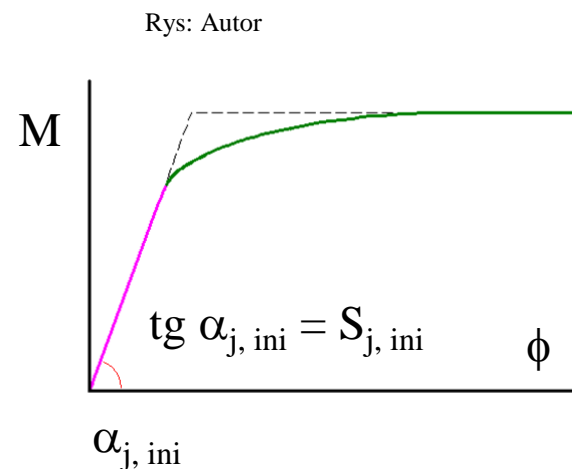


Sztywność podpory sztywnej była omawiana na wykładach #14 i #15:

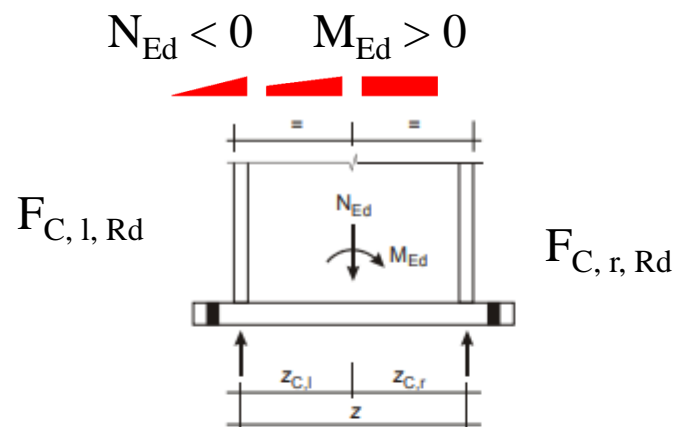
- $S_{j, ini}$  w #14 / 94 oraz #15 / 43-45, 62-64;
- Granice 1-2, 2-3 w #14 / 91-93



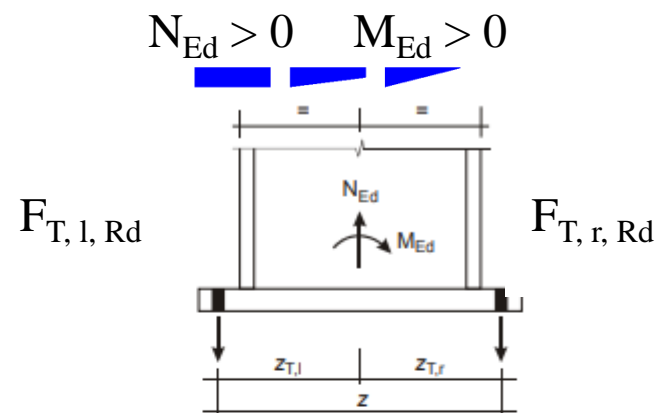
Rys: EN 1993-1-8 fig 5.4



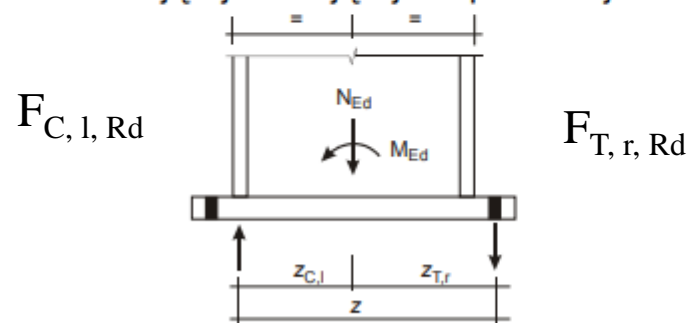
Obliczanie nośności będzie zależało od rozkładu naprężeń pod stopą:



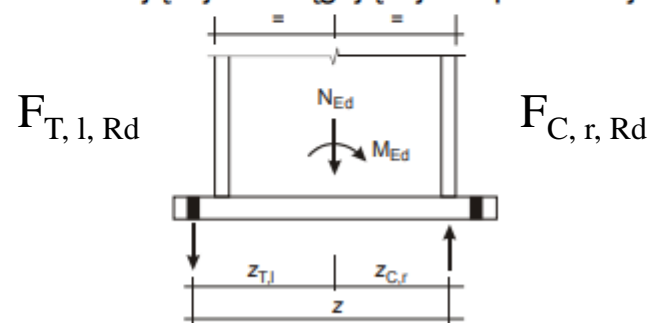
a) Połączenie podstawy słupa przy dominującej ściskającej sile podłużnej



b) Połączenie podstawy słupa przy dominującej rozciągającej sile podłużnej



c) Połączenie podstawy słupa przy dominującym momencie zginającym



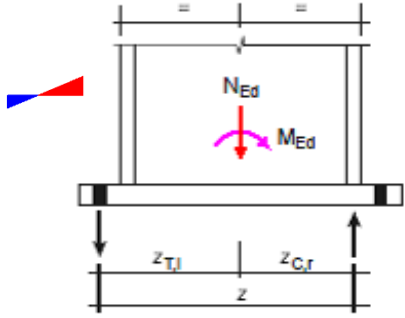
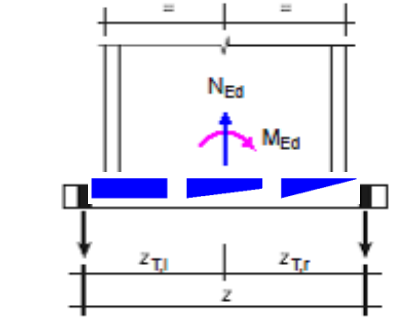
d) Połączenie podstawy słupa przy dominującym momencie zginającym

$N_{Ed} < 0$     $M_{Ed} < 0$

Rys: EN 1993-1-8 fig. 6.18

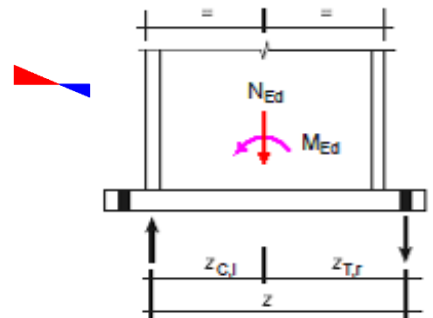
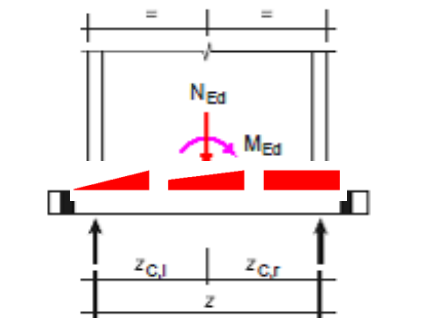
Autor

$N_{Ed} < 0$     $M_{Ed} > 0$

Obciążenie	Ramiona działania	Nośność $M_{j,Rd} =$	
lewo-T, prawo-C, przykład: $M_{Ed} > 0$ ; $N_{Ed} < 0$ 	$z = z_{T,l} + z_{C,r}$  $e = M_{Ed} / N_{Ed}$	$N_{Ed} > 0 \quad e > z_{T,l}$	$N_{Ed} \leq 0 \quad e \leq -z_{C,r}$
		$\min [ z F_{T,l,Rd} / (1 + z_{C,r} / e) ; - z F_{C,r,Rd} / (-1 + z_{T,l} / e) ]$	
lewo-T, prawo-T, przykład: $M_{Ed} > 0$ ; $N_{Ed} > 0$ 	$z = z_{T,l} + z_{T,r}$  $e = M_{Ed} / N_{Ed}$	$N_{Ed} > 0 \quad 0 < e < z_{T,l}$	$N_{Ed} > 0 \quad -z_{T,r} < e \leq 0$
		$\min [ z F_{T,l,Rd} / (1 + z_{T,r} / e) ; z F_{T,r,Rd} / (-1 + z_{T,l} / e) ]$	$\min [ z F_{T,l,Rd} / (1 + z_{T,r} / e) ; z F_{T,l,Rd} / (-1 + z_{T,l} / e) ]$

T – rozciąganie (tension);  
 C – ściskanie (compression)

EN 1993-1-8 tab. 6.7, część I

Obciążenie	Ramiona działania	Nośność $M_{j, Rd} =$	
lewo-C, prawo-T, przykład: $M_{Ed} < 0 ; N_{Ed} < 0$ 	$z = z_{C,l} + z_{T,r}$  $e = M_{Ed} / N_{Ed}$	$N_{Ed} > 0 \quad e \leq -z_{T,r}$	$N_{Ed} \leq 0 \quad e > z_{C,l}$
		$\min [ -z F_{C,l,Rd} / (1 + z_{T,r} / e) ; z F_{T,r,Rd} / (-1 + z_{C,l} / e) ]$	
lewo-C, prawo-C, przykład: $M_{Ed} > 0 ; N_{Ed} < 0$ 	$z = z_{C,l} + z_{C,r}$  $e = M_{Ed} / N_{Ed}$	$N_{Ed} \leq 0 \quad 0 < e < z_{C,l}$	$N_{Ed} \leq 0 \quad -z_{C,r} < e \leq 0$
		$\min [ -z F_{C,l,Rd} / (1 + z_{C,r} / e) ; -z F_{C,r,Rd} / (-1 + z_{C,l} / e) ]$	$\min [ -z F_{C,l,Rd} / (1 + z_{C,r} / e) ; -z F_{C,r,Rd} / (-1 + z_{C,l} / e) ]$

T – rozciąganie (tension);  
 C – ściskanie (compression)

EN 1993-1-8 tab. 6.7, część II

Część rozciągana:

$F_{T, l, Rd} = \min$  (rozciągany środnik słupa po lewej ; zginana blacha stopowa po lewej)

$F_{T, r, Rd} = \min$  (rozciągany środnik słupa po prawej ; zginana blacha stopowa po prawej)

Część ściskana:

$F_{C, l, Rd} = \min$  (ściskany żelbet po lewej ; ściskana półka słupa po lewej)

$F_{C, r, Rd} = \min$  (ściskany żelbet po prawej ; ściskana półka słupa po prawej)

Żelbet ściskany  $\rightarrow$  #t / 16-31 dla obszaru pod półką;

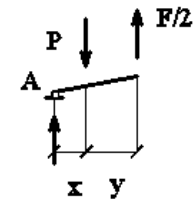
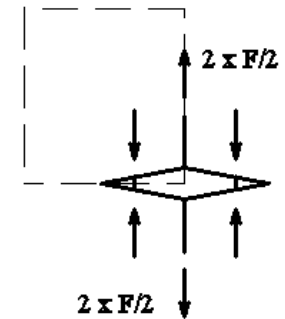
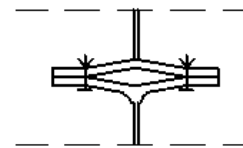
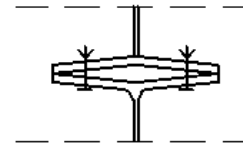
Rozciągany środnik słupa  $\rightarrow$  #19 / 70 (siła przyłożona równoległe do osi, więc słup jest liczony ze wzorów dla belki);

Ściskana półka słupa  $\rightarrow$  #19 / 62 (siła przyłożona równoległe do osi, więc słup jest liczony ze wzorów dla belki);

Zginana blacha stopowa  $\rightarrow$  #19 / 76 (obliczenia jak dla blachy).

Dla blachy stopowej analizowane są te same mechanizmy zniszczenia, co dla blachy czołowej (blacha, blacha+kotwie, kotwie).

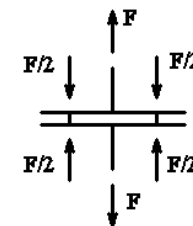
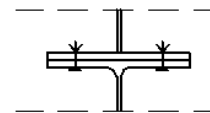
Schemat 2 – załamanie blach, śruby nie uszkodzone



Schemat 1 – załamanie blach i zniszczenie śrub

Rys: Autor

Schemat 3 – zerwanie śrub, blachy bez uszkodzeń





Rys: osha.gov

Dodatkowym mechanizmem zniszczenia kotwii (oprócz zerwania i przeciągania łba) jest ich wyrwanie z fundamentu.



Rys: peikko.ca



Rys: homemadetools.net

W przypadku dużych sił rozciągających stosuje się kotwie fajkowe lub spawa je do zbrojenia

Można też stosować płyty oporowe spawane do kotwii.

## Interakcje $N_{Ed} - M_{Ed}$

Interakcja  $N_{Ed}$  i  $M_{Ed}$  musi być wzięta pod uwagę zawsze, gdy obie siły przekrojowe działają równocześnie.

Dla przekrojów I i II klasy, bierze się pod uwagę wzór

$$M_{y, Ed} / M_{N, y, Rd} \leq 1,0$$

gdzie  $M_{N, y, Rd}$  jest nośnością na zginanie zredukowaną ze względu na wpływ siły osiowej (zwiększenie siły osiowej powoduje zmniejszanie  $M_{N, y, Rd}$  ;  $\rightarrow$  #13 / 17-20).

Dla przekrojów klasy III i IV sprawdzana jest „klasyczna” formuła:

$$N_{Ed} / N_{Rd} + M_{Ed} / M_{Rd} \leq 1,0$$

( $\rightarrow$  #13 / 22).

Dla spoin oblicza się efekty w postaci sumy naprężeń od  $N_{Ed}$  oraz  $M_{Ed}$  ( $\rightarrow$  #17 / 6 -92).

Dla węzłów zakładkowych uwzględnia się łączny efekt  $N_{Ed}$  i  $M_{Ed}$  ( $\rightarrow$  #19 / 15 - 22).

Dla węzłów doczołowych uwzględnia się „klasyczną” postać zależności

$$M_{j, Ed} / M_{j, Rd} + N_{j, Ed} / N_{j, Rd} \leq 1,0$$

( $\rightarrow$  #19 / 83 – 92).

Obliczanie stóp jest podobne do obliczania przekrojów I i II klasy:

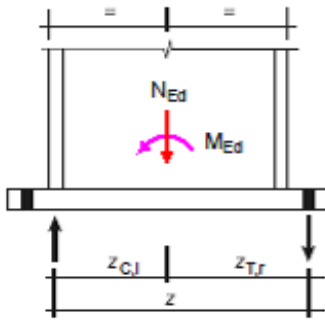
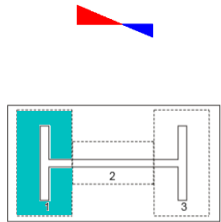
- Sprawdza się warunek  $M_{j, Ed} / M_{j, Rd} \leq 1,0$ ;
- Brak jest bezpośredniego sprawdzenia  $N_{j, Ed}$  ;
- Siła osiowa wpływa na wartość  $M_{j, Rd}$  ;

Wartość  $M_{j, Rd}$  jest przedstawiona jako

$$z F_{R, min} / (1 + z_1 / e)$$

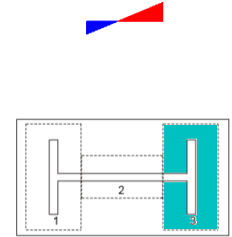
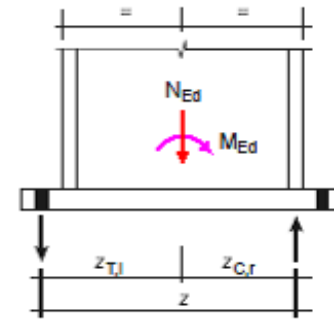
Gdzie  $F_{R, min}$  – nośność najsłabszej części przekroju,  $e = M_{j, Ed} / N_{j, Ed}$

Zmiana wartości siły osiowej wpływa na zmianę nośności na moment zginający.



Rys: Autor

Rys: EN 1993-1-8 tab. 6.7



Możliwość I: duży moment zginający w porównaniu do małej siły osiowej:

$$N_{j, Ed} \rightarrow 0$$

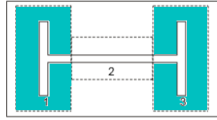
$$e = M_{j, Ed} / N_{j, Ed} \rightarrow \infty$$

$$M_{j, Rd} = z F_{R, min} / (1 + z_1 / e) = z e F_{R, min} / (z_1 + e)$$

$$\text{For } e \rightarrow \infty, (z_1 + e) \rightarrow e$$

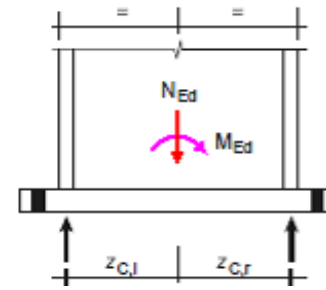
$$M_{j, Rd} = z e F_{R, min} / (z_1 + e) = z F_{R, min} [e / (z_1 + e)] \rightarrow z F_{R, min} [e / e] \rightarrow z F_{R, min}$$

Dla małej siły osiowej nośność zależy od nośności najbliższej części przekroju i ramienia działania



Rys: Autor

Rys: EN 1993-1-8 tab. 6.7



Możliwość II: mały moment zginający w porównaniu do dużej siły ściskającej  $M_{j, Ed} \rightarrow 0$

$$e = M_{j, Ed} / N_{j, Ed} \rightarrow 0 \quad ; \quad M_{j, Ed} = e N_{j, Ed}$$

$$M_{j, Rd} = z F_{R, min} / (1 + z_1 / e) = z e F_{R, min} / (z_1 + e)$$

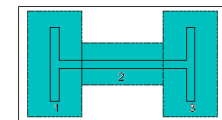
$$\text{For } e \rightarrow 0, (z_1 + e) \rightarrow z_1 \quad ; \quad z_1 \rightarrow z / 2$$

$$M_{j, Ed} / M_{j, Rd} \rightarrow (e N_{j, Ed}) / (z e F_{R, min} / z_1) = \{ (N_{j, Ed}) / [z F_{R, min} / (z / 2)] \} (e / e) \rightarrow$$

$$\rightarrow N_{j, Ed} / (2 z F_{R, min})$$

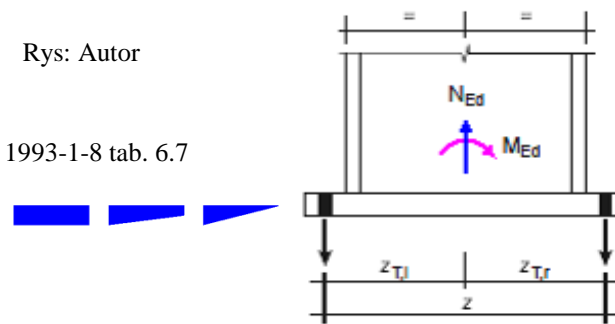
Gdy dominuje osiowe ściskanie, nośność na zginanie przekształca się w sprawdzenie nośności przy sile osiowej dla 2x najslabszej części podpory. Prawdopodobnie najslabszą częścią połączenia jest beton pod półką. W takim przypadku należy obliczyć nośność żelbetu pod obiema półkami. Różni się to od „klasycznego” wzoru dla siły osiowej, gdy obliczana jest nośność dla betonowej podstawy zarówno pod półkami, jak i środkiem. Obliczenia tylko dla betonu pod półkami mają większy margines bezpieczeństwa niż obliczenia dla półek i środka.

Rys: EN 1993-1-8 fig. 6.19



Rys: Autor

Rys: EN 1993-1-8 tab. 6.7



III możliwość: mały moment zginający przy dużej sile rozciągającej:  $M_{j, Ed} \rightarrow 0$

Żadki przypadek, gdy ssanie wiatru przeważa nad ciężarem własnym konstrukcji.

$$e = M_{j, Ed} / N_{j, Ed} \rightarrow 0 \quad ; \quad M_{j, Ed} = e N_{j, Ed}$$

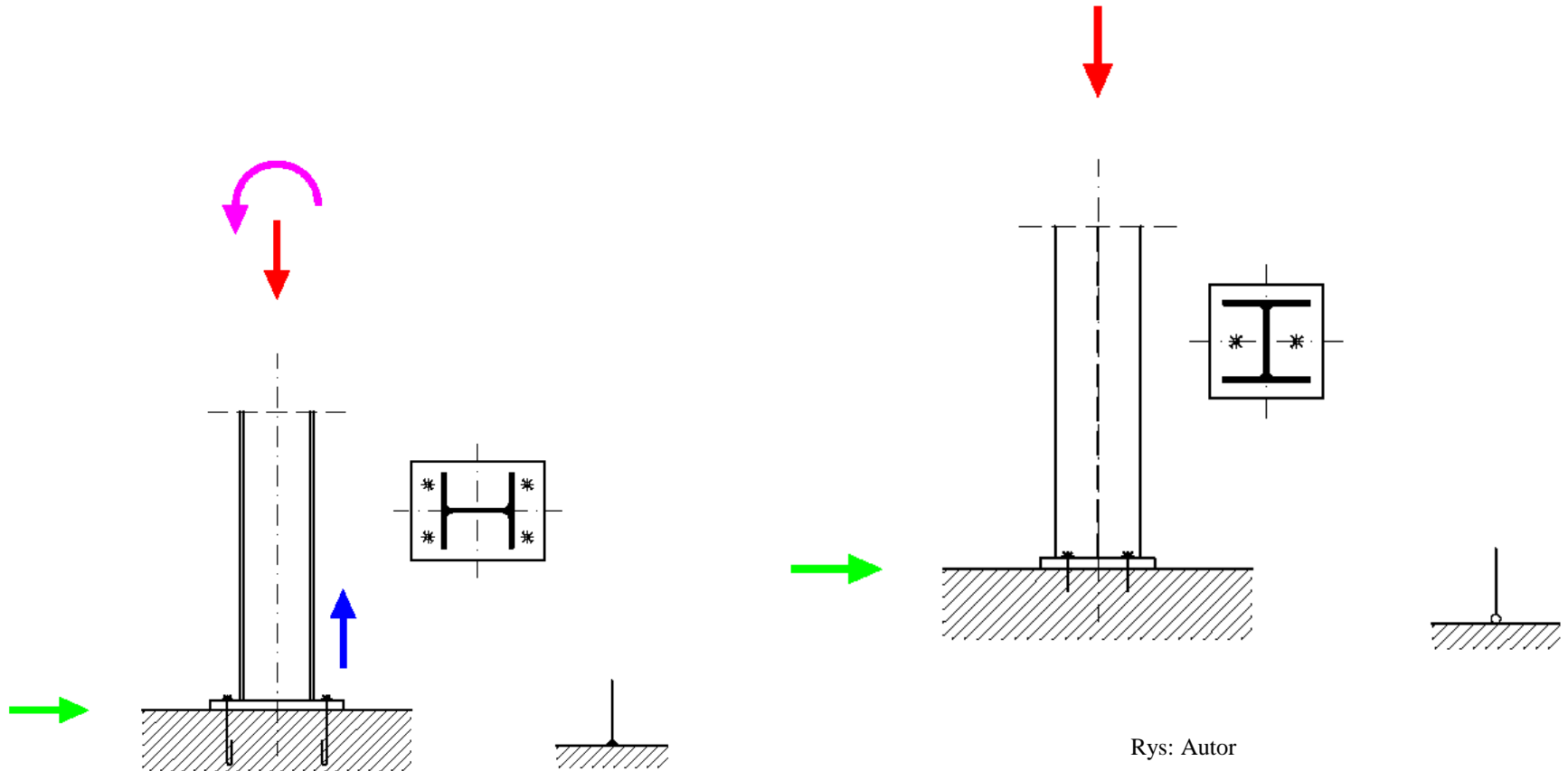
$$M_{j, Rd} = z F_{R, min} / (1 + z_1 / e) = z e F_{R, min} / (z_1 + e)$$

$$\text{For } e \rightarrow 0, (z_1 + e) \rightarrow z_1 \quad ; \quad z_1 \rightarrow z / 2$$

$$M_{j, Ed} / M_{j, Rd} \rightarrow (e N_{j, Ed}) / (z e F_{R, min} / z_1) = \{ (N_{j, Ed}) / [z F_{R, min} / (z / 2)] \} (e / e) \rightarrow \\ \rightarrow N_{j, Ed} / (2 z F_{R, min})$$

Wniosek jest ten sam co poprzednio: warunek na zginanie sprowadza się do sprawdzenia nośności przy sile osiowej dla 2x najsłabszej części przekroju. Tutaj najsłabszą częścią będzie rozciągany środek lub blacha zginana (w tym – nośność kotwii).

**Pozioma siła ścinająca** może pojawić się zarówno w stopie sztywnej jak i przegubowej. Jej przeniesienie na fundament następuje przez ścinane kotwie, tarcie blachy stopowej o beton i, czasami, przez dodatkowe ostrogi.



$$F_{v, Rd} = F_{f, Rd} + n F_{vb, Rd}$$

$F_{f, Rd} = C_{f, d} N_{c, Ed}$  ;  $C_{f, d} = 0,2$     tarcie od siły ściskającej w słupie  $N_{c, Ed}$

$F_{f, Rd} = 0$     w przypadku rozciągania w słupie

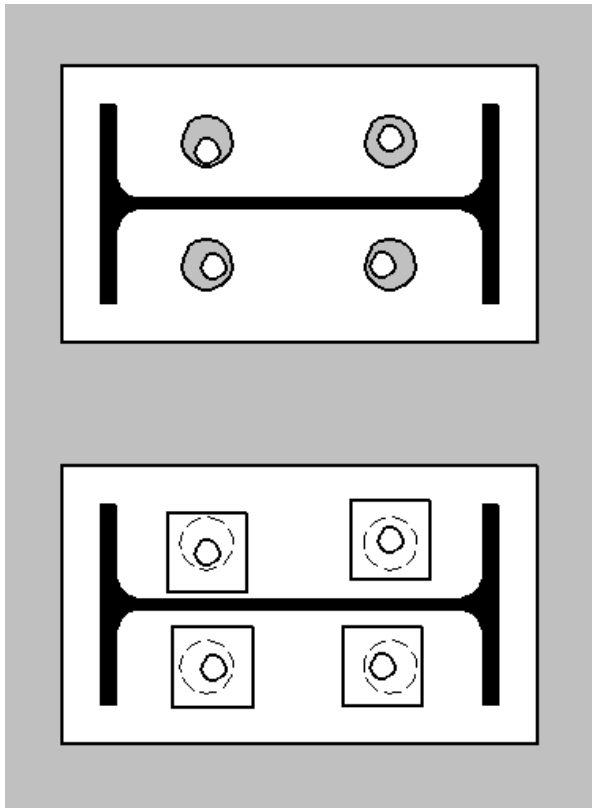
$n$  – ilość kotwii

Otwór	$F_{vb, Rd}$
Kotew pasowana; Otwór okrągły normalny	min [nośność trzpienia na ścinanie (wyk #18); $\alpha_b f_{ub} A_s / \gamma_{M2}$  $\alpha_b = 0,44 - 0,0003 f_{yb}$ [MPa] $\gamma_{M2} = 1,25$
Otwór okrągły powiększony; Otwór owalny	0

EN 1993-1-8 6.2.2

Dokładność wykonania konstrukcji stalowych: do 1 mm. Dokładność wykonania konstrukcji żelbetowych (w tym położenia kotwii): do 10 mm. Średnice otworów na kotwie muszą być wystarczająco duże, by skompensować niedokładności wykonania (otwory powiększone). Of

Oznacza to  $F_{vb, Rd} = 0$ . Stosowane są więc dodatkowe podkładki ( $d_0 = d$ ), spawane na budowie do stopy. Wówczas  $F_{vb, Rd}$  jest liczone jak dla otworów okrągłych normalnych.



Rys: Autor

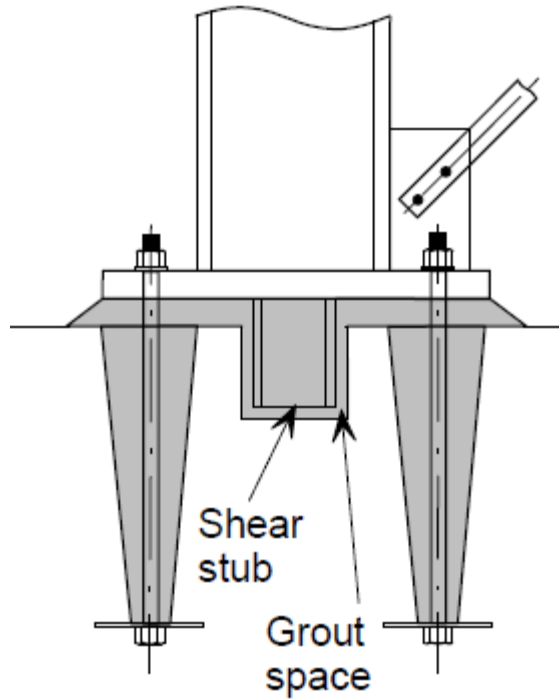


Rys: nees.org

W przypadku problemów z dużą siłą poziomą dodaje się pod słupem dodatkowe ostrogi.



Rys: steelconstruction.info

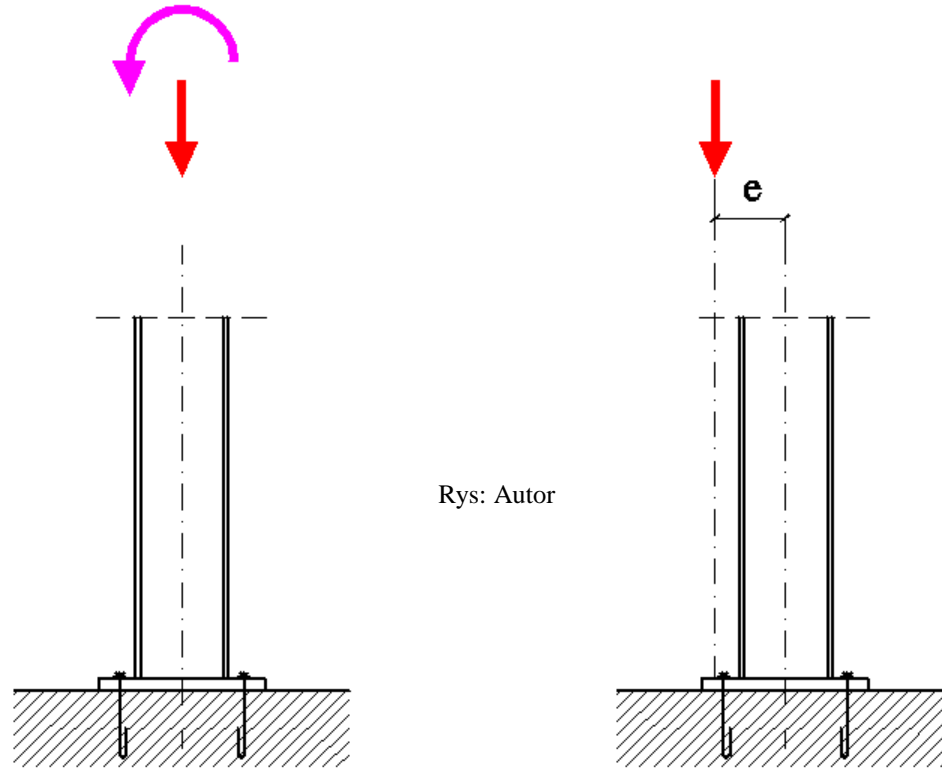


Rys: heronjournal.nl

Rys: asmedigitalcollection.asme.org

# Obliczanie stóp według starej Polskiej Normy

## Mimośród

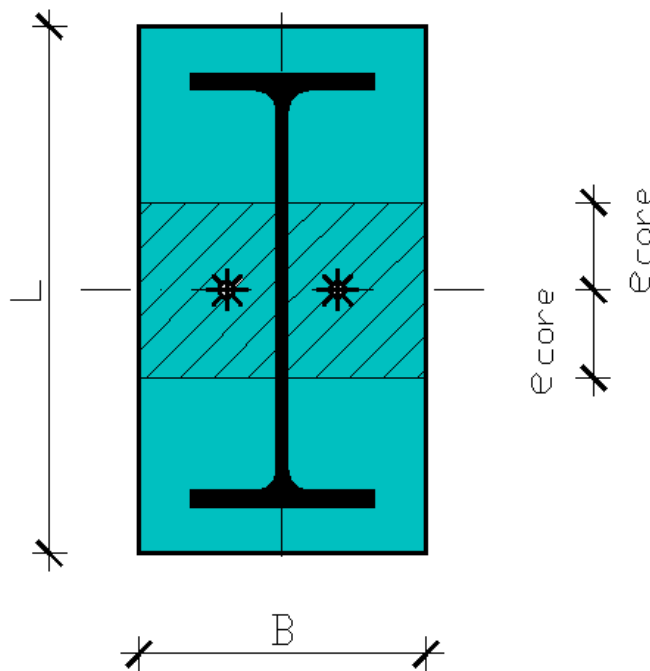


Rys: Autor

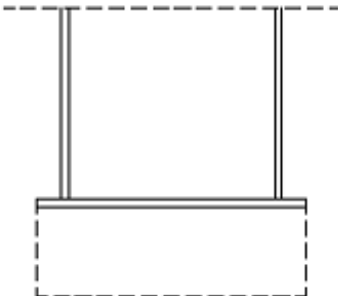
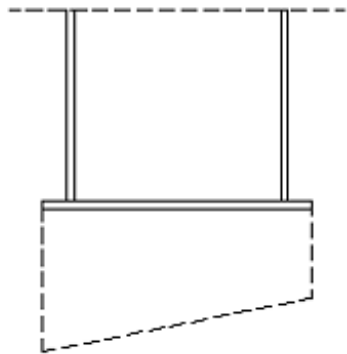
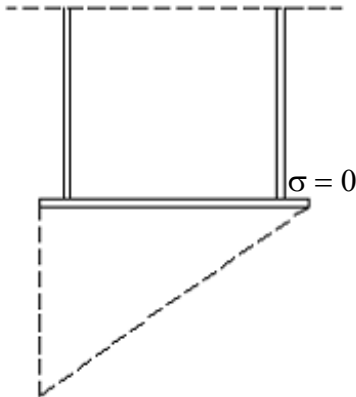
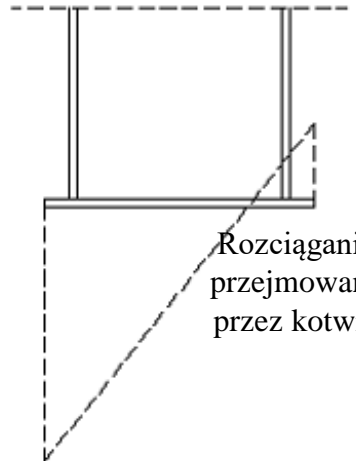
$$| M_{Ed} / N_{Ed} | = e$$

Zgodnie ze starą Polską Normą uwzględniało się całkowitą powierzchnię blachy stopowej.  
Dla obliczeń ważny był zasięg rdzenia prostokątnej blachy.

$$e_{\text{core}} = L / 6$$



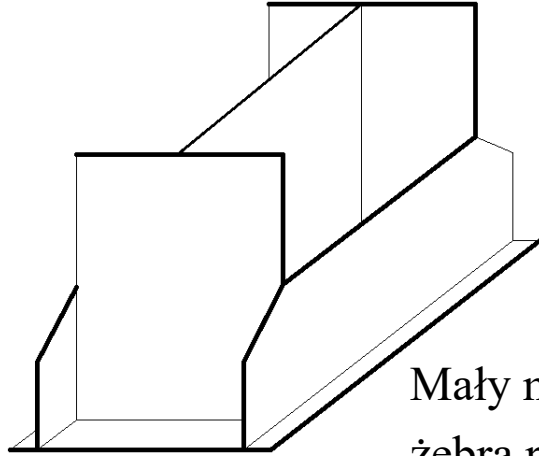
Rys: Autor

Siła w rdzeniu		Siła poza rdzeniem	
Siła osiowa	Mały mimośród		Duży mimośród
Stopa przegubowa	Stopa sztywna		
 <p>Ściskanie</p>	 <p>Ściskanie</p>	 <p>Ściskanie</p> <p><math>\sigma = 0</math></p>	 <p>Rozciąganie przejmowane przez kotwie</p> <p>Ściskanie</p>
$e = 0$	$0 < e < L / 6$	$e = L / 6$	$e > L / 6$

Rys: Autor

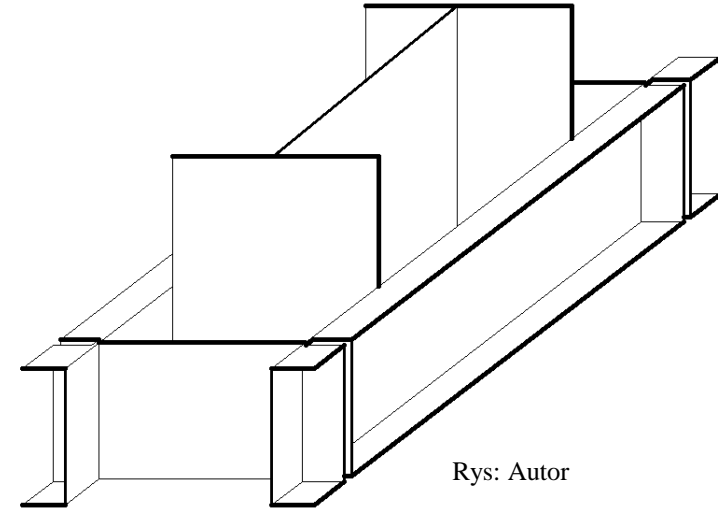
# Rozwiązania techniczne zgodnie ze starą Polską Normą:

Rys: Autor



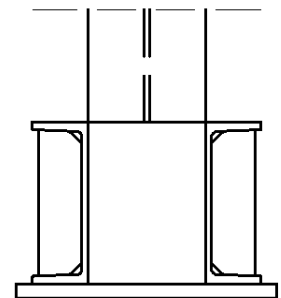
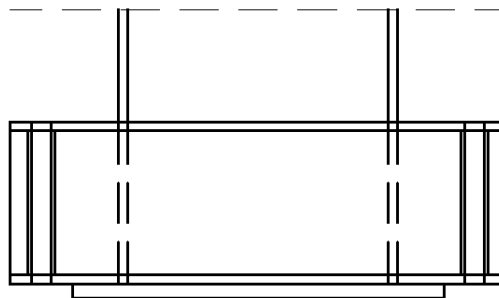
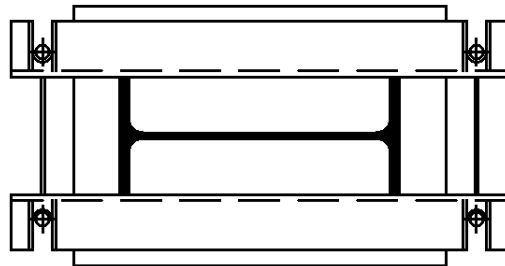
Rys: sefindia.org

Mały mimośród (dodatkowe  
żebra pionowe)



Rys: Autor

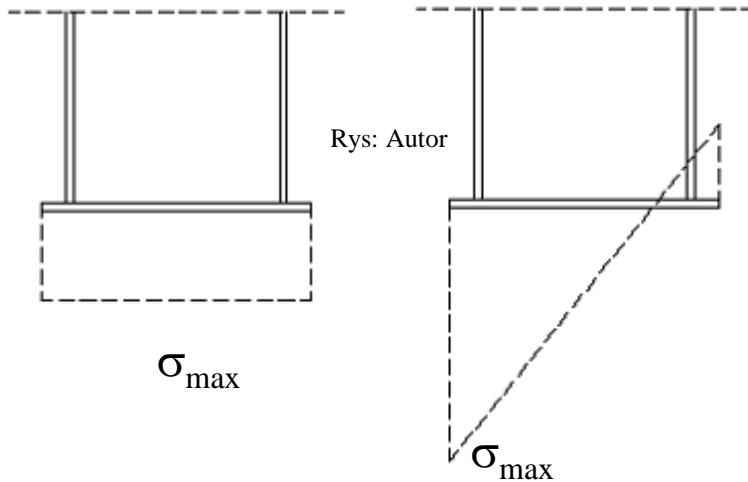
Duży mimośród (masywne żebra z ceowników)



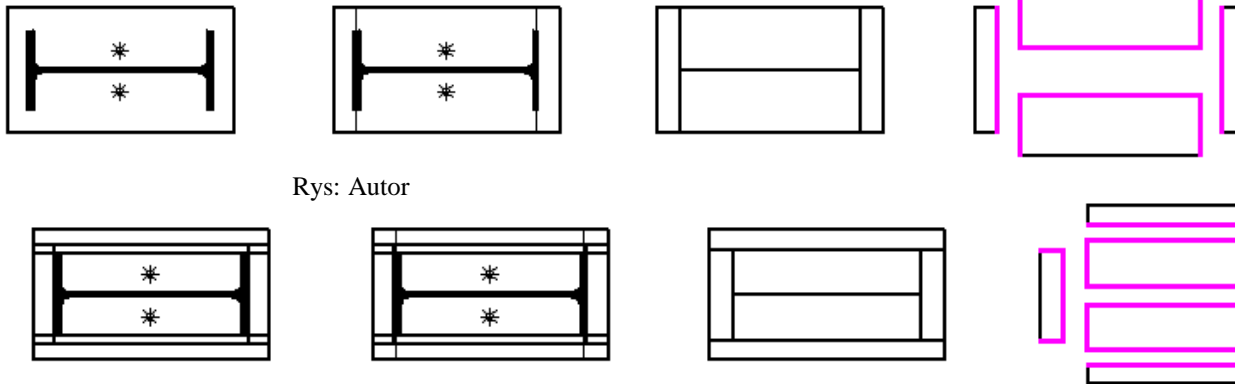
Rys: i.pining.com

Sprawdzenie nośności zgodnie ze starą Polską Normą:

$$\text{Nośność betonu: } \sigma_{\max} / f_c \leq 1,0$$



Blacha stopowa jest podzielona przez środnik, półki i żebra na płyty, **sztywno podparte** na niektórych krawędziach (pozostałe są swobodne). Obciążenie równomierne tych płyt jest przyjęte jako reakcja z fundamentu  $= \sigma_{\max}$ . Konieczne jest ustalenie momentu zginającego blachę  $m_{pl}$  [kNm/m].

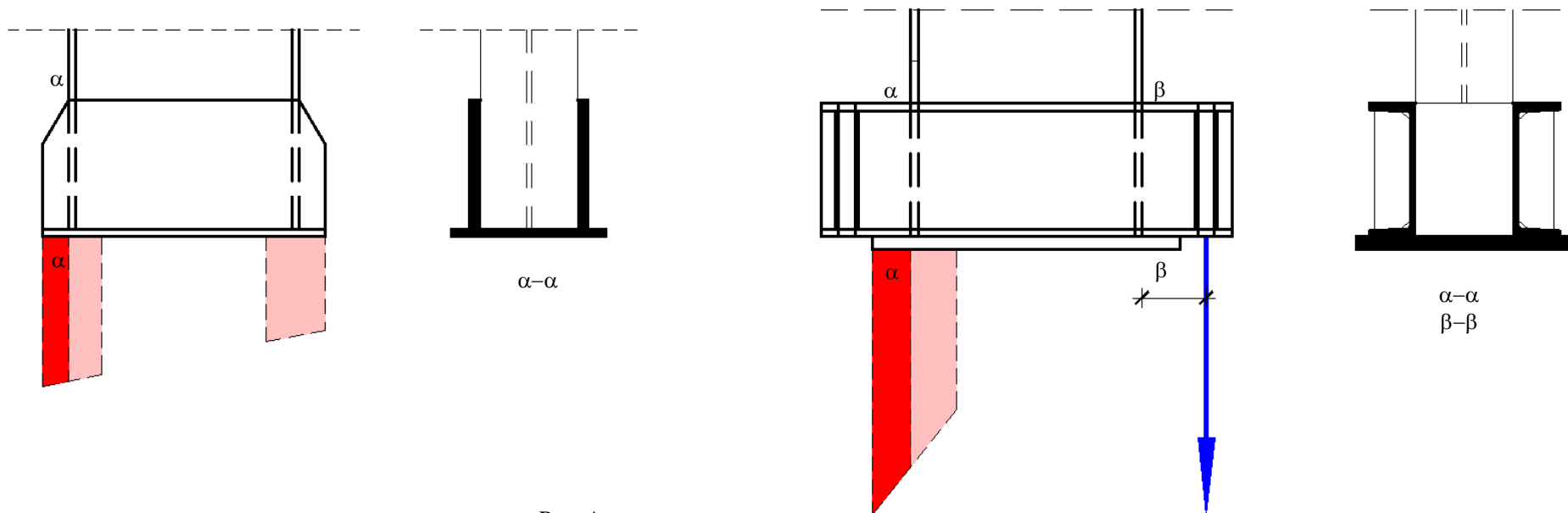


Grubość blachy stopowej  $t_{bp}$  jest sprawdzana z warunku:

$$m_{\max} / m_{Rd} \leq 1,0$$

$$m_{Rd} = t_{bp}^2 f_y / 6$$

Odpór betonu i siły w kotwiach wywołują momenty zginające i siły ścinające działające na przekrój blacha+żebra. Konieczne jest sprawdzenie przekrojów  $\alpha-\alpha$  i  $\beta-\beta$  (po licu słupa).



Rys: Autor

Konieczne jest sprawdzenie nośności przekroju blacha + żebra.

# Łożyska

Specyficzny zespół elementów stalowych, tworzący podparcie przegubowe lub przesuwne dla belek stalowych lub kratownicy. Pod łożyskiem (wahaczem) może znajdować się słup (stal, beton, mur), belka (stal, beton) lub ściana (beton, mur). Uwzględnia się wiele różnych rozwiązań technicznych w zależności od różnych okoliczności.



Rys: formfindinglab.wordpress.com

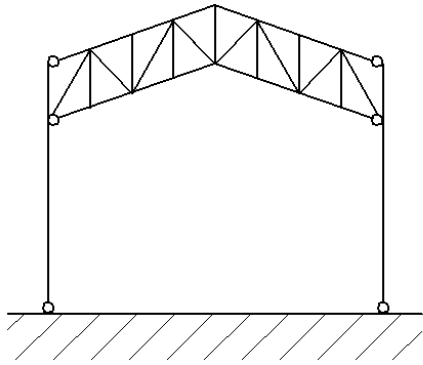


Rys: Autor

Rys: Autor

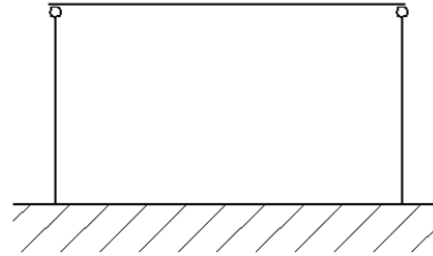


# Kierunek podparcia

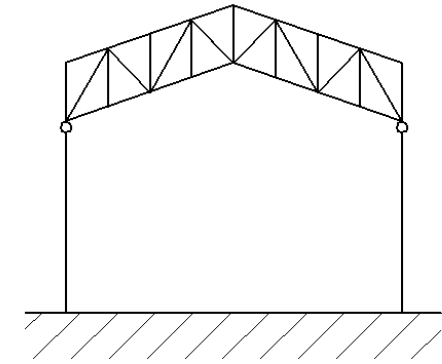


Kratownica: z boku

Rys: Autor



Belka: tylko od dołu

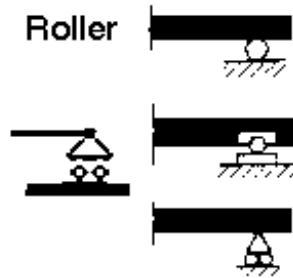


Kratownica: od dołu

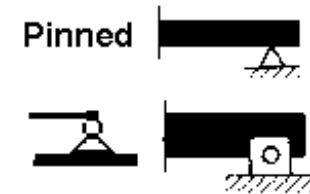
Podparcie od dołu → #t / 58-84

Podparcie z boku → #t / 85-87

## Rodzaje łożysk dla belek i kratownic



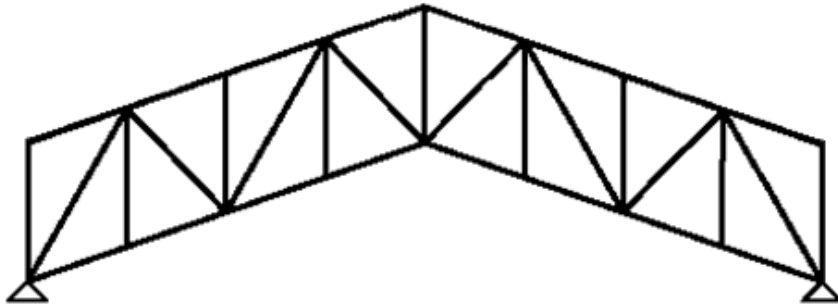
Rys: web.mit.edu



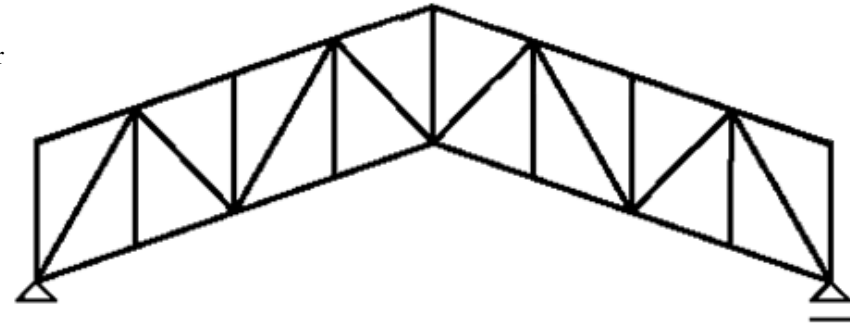
Rys: web.mit.edu

W przypadku konstrukcji mostowych bardzo ważne jest ściśle wykonanie podpór przegubowych lub przesuwnych. W inżynierii lądowej jest to również ważne dla konstrukcji z 3 klasy konsekwencji. W przypadku CC1 te problemy można pominąć. W przypadku CC2 rozwiązanie bazuje na doświadczeniu (nie zawsze jest konieczne dogłębne analizowanie typów węzłów).

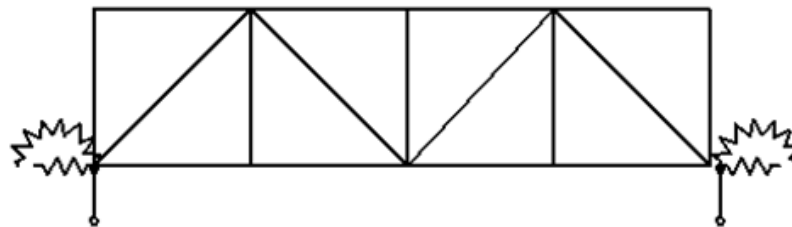
## Modelowanie komputerowe



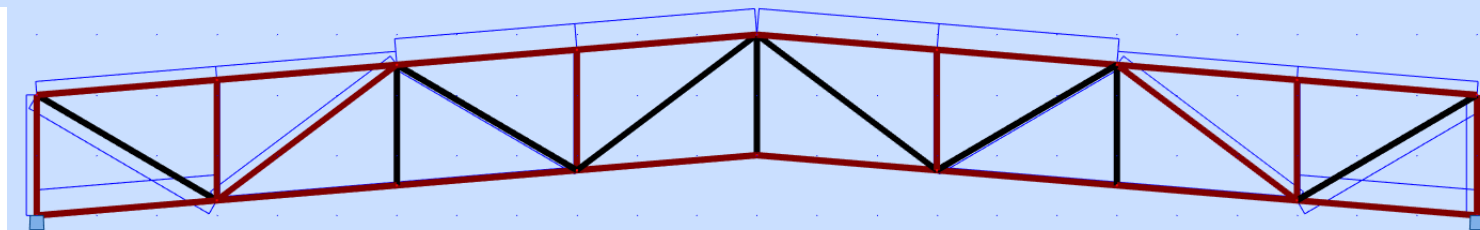
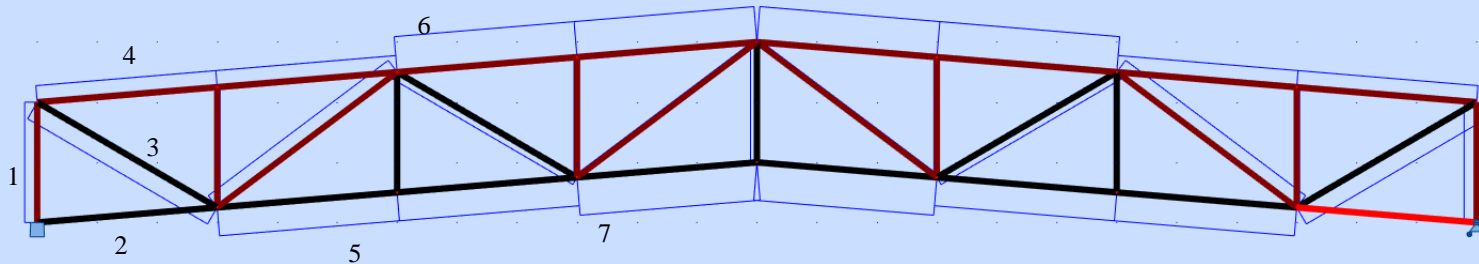
Rys: Autor



Rozkład sił w pasach górnych i dolnych jest zupełnie inny w przypadku podpór symetrycznych (przegub-przegub) i niesymetrycznych (przegub-przesuw). Najważniejszym pytaniem jest, który model jest bliższy rzeczywistemu zachowaniu kratownicy.



→ #9 / 81

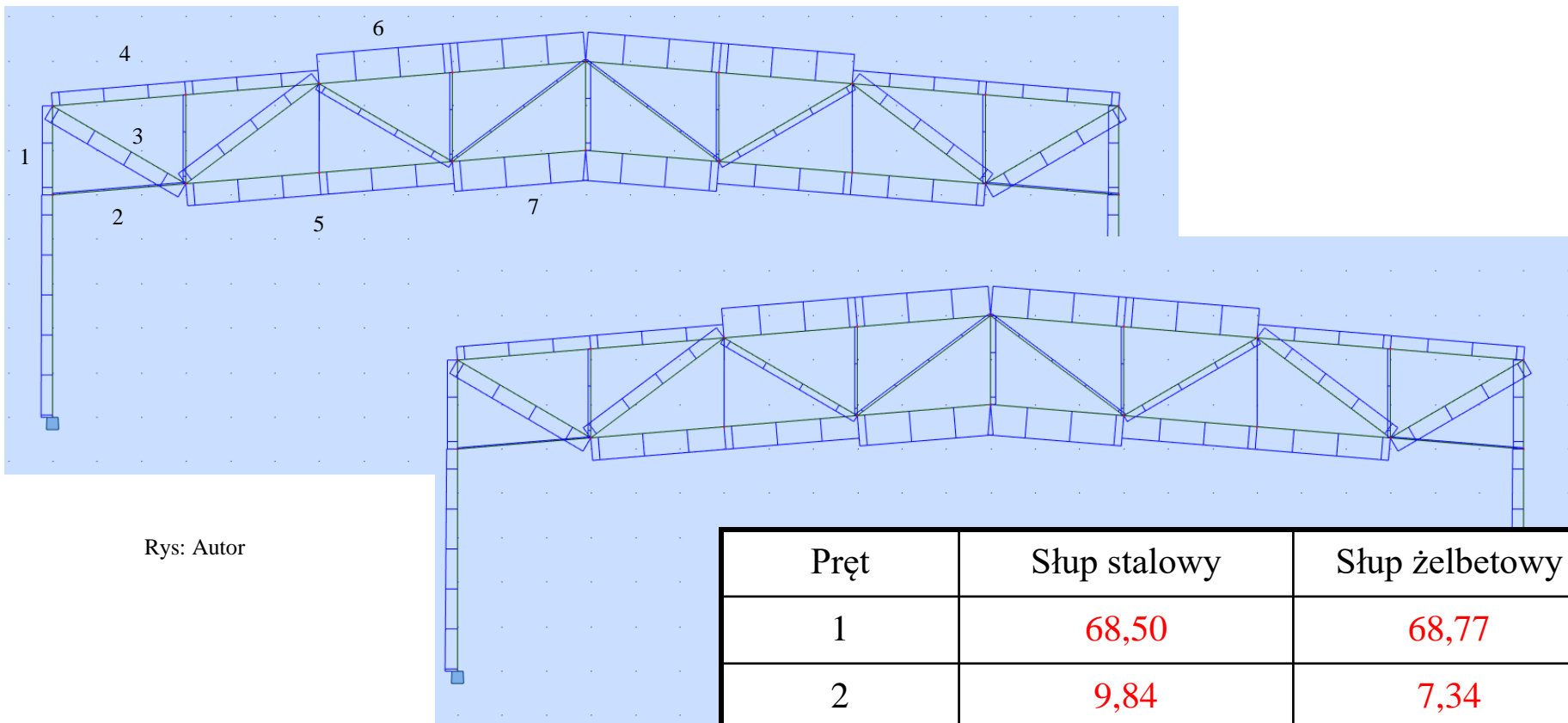


Rys: Autor

Ściskanie  
Rozciąganie

Pręt	Niesymetryczne	Symetryczne
1	72,82	60,59
2	0,00	147,30
3	111,04	89,79
4	96,24	77,83
5	164,99	19,14
6	206,24	151,00
7	220,00	0,95

→ #9 / 86



Rys: Autor

Ściskanie  
Rozciąganie

→ #9 / 87

Pręt	Słup stalowy	Słup żelbetowy
1	68,50	68,77
2	9,84	7,34
3	103,75	104,22
4	89,11	89,54
5	149,18	152,33
6	197,78	198,61
7	201,79	205,56

Pręt	Słup stalowy	Słup żelbetowy	Średnio	Niesymetryczne	Symetryczne
1	68,50	68,77	68,64	72,82	60,59 (-12%)
2	9,84	7,34	8,59	0,00	147,30 (+1 715 %)
3	103,75	104,22	103,99	111,04	89,79 (-14%)
4	89,11	89,54	89,33	96,24	77,83 (-13%)
5	149,18	152,33	150,76	164,99	19,14 (+113%)
6	197,78	198,61	198,20	206,24	151,00 (-24%)
7	201,79	205,56	203,68	220,00	0,95 (+100%)

Różnice między niesymetrycznym modelem kratownicy a pełnym modelem (kratownica + słup) są niewielkie; generalnie siły przekrojowe są nieco większe dla niesymetrycznego modelu (bezpieczne wyniki).

Pomiędzy pełnym modelem a symetrycznym występują duże różnice, bardzo duże różnice lub nawet zupełnie przeciwny kierunek sił przekrojowych.

→ #9 / 88

Pręt	Słup stalowy	Słup żelbetowy	Niesymetryczne	Symetryczne
Pas górny	197,78	198,61	206,24	151,00
Pas dolny	201,79	205,56	220,00	147,30

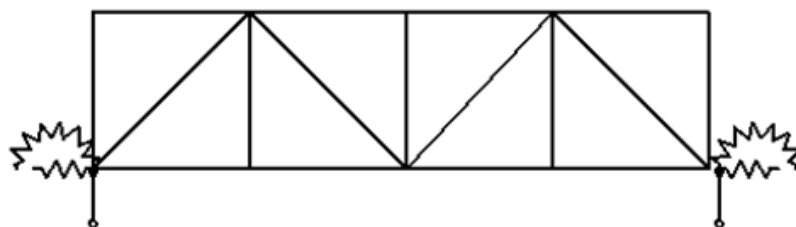
**Maksymalne** wartości sił osiowych w pasach górnych i dolnych wskazują na problemy, które pojawiają się po zastosowaniu błędnego modelu statycznego: podpór symetrycznych.

Pas górny – ściskanie – zostanie zaprojektowany dla siły wynoszącej jedynie około 75% siły rzeczywistej: oznacza to duże prawdopodobieństwo zniszczenia pasa i kratownicy.

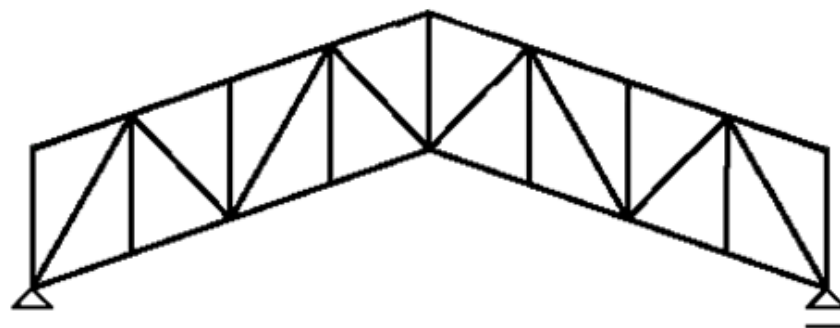
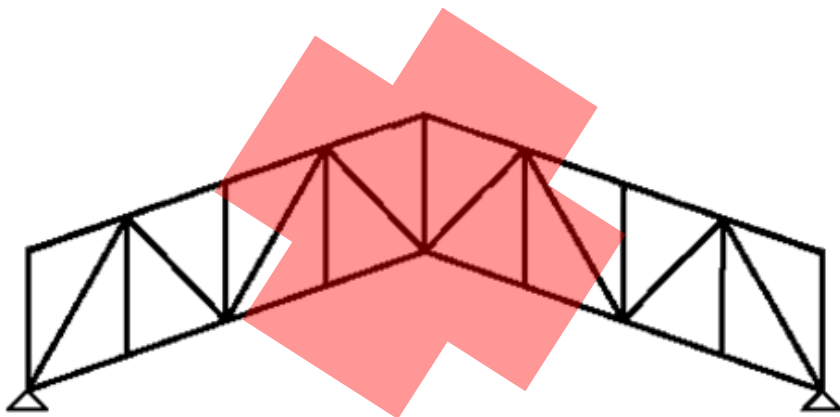
Pas dolny – rozciąganie – zostanie zaprojektowany dla siły przeciwnej (ściskającej, nie rozciągającej): oznacza to duże prawdopodobieństwo przewymiarowania pasa.

→ #9 / 89

Konkluzja: schemat statyczny z niesymetrycznymi podporami (przegub-przesuw) jest znacznie bliżej rzeczywistej pracy kratownicy, niż schemat z podporami symetrycznymi.

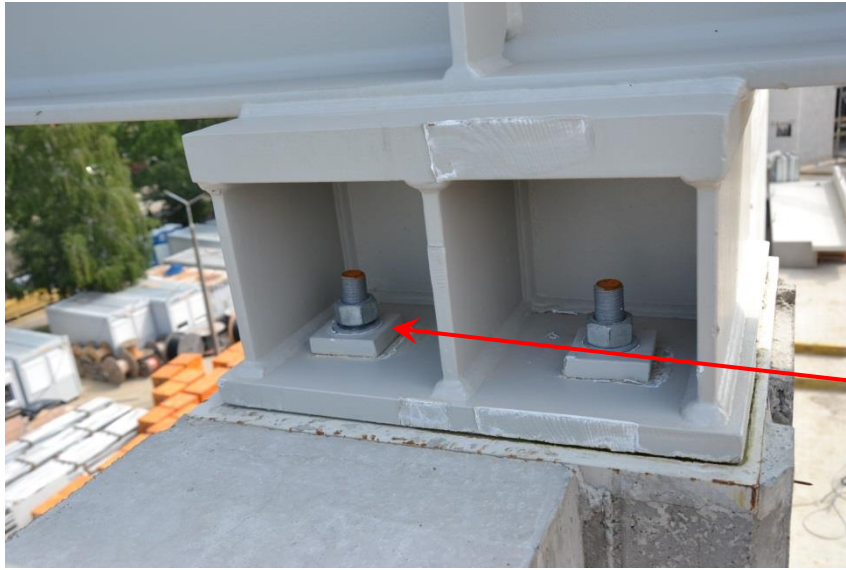


Rys: Autor



→ #9 / 90

Rys: prof. M. Gwóźdź



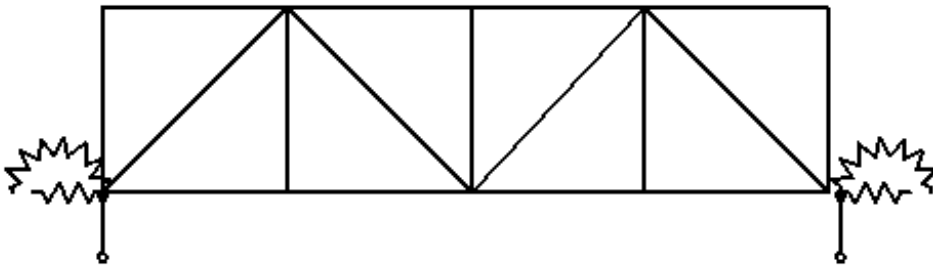
Przykład skutków niewłaściwego rozwiązania technicznego podpory kratownicy o dużej rozpiętości (długość > 100 m). W teorii - podpora przegubowa ( $M = 0$ ), ale rozwiązanie techniczne jest bardzo masywne, jak podparcie sztywne. W podporze występuje duży moment zginający, nieprzewidziany w obliczeniach. Zniszczenie lewej śruby kotwiącej przez zerwanie gwintu. Spowodowało to szereg wtórnych awarii w całej konstrukcji.

Analizowaną konstrukcję (centrum rozrywki) należy zaklasyfikować jako CC3. Wymagana jest szczegółowa analiza rozwiązania technicznego dla podparcia. Zastosowane rozwiązanie - brak możliwości obrotu w węźle - jest błędne. Należy zastosować łożysko okrągłe lub nawet łożysko elastomerowe.



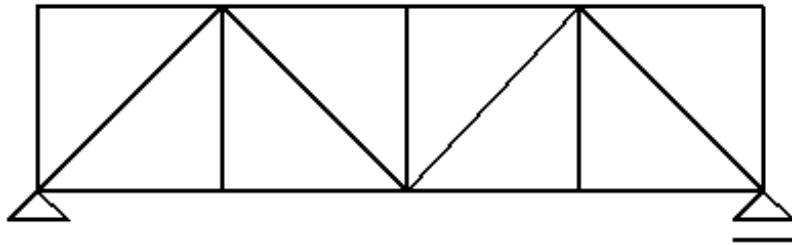
Rys: mojafirma.infor.pl

Rys: Autor



Ze względu na podatność słupa / ściany i kotwi, podparcie w kierunku poziomym i na obrót zbliżone jest do sprężystego.

Jedna podpora przegubowa i jedna przesuwna są wystarczająco dobrym odwzorowaniem rzeczywistości.



Rys: prof. M. Gwóźdź

Nawet jeśli nie stosuje się specyficznych rozwiązań konstrukcyjnych (które upodabniają podporę do podpory przesuwnej lub przegubowej), podatność podpór jest zwykle wystarczająca do przyjęcia powyższego schematu. Podpory przesuwne należy wykonać tylko dla bardzo masywnych słupów / ścian lub rozbudowanych węzłów (zbyt sztywnych). Zapewnienie swobody obrotu ( $\rightarrow \#t / 75$ ) jest konieczne w przypadku CC3.

Ważną cechą konstrukcji CC3 jest duży zapas bezpieczeństwa. Rzeczywiste zachowanie podpór musi być jak najbardziej zbliżone do teoretycznego, aby uniknąć reakcji pochodzących od podpór innych niż w teorii. CC3 są to zwykle imponujące konstrukcje o dużych rozpiętościach (i dużych reakcjach w podporach). Duże reakcje z od innych niż w założeniu podpór mogą powodować poważne skutki uboczne, niebezpieczne dla konstrukcji. Dlatego w przypadku CC3 tak ważne jest, aby kształtować podpory jak najbliżej ideału.



Rys: alcoxsteel.com

Rys: cnxzl.com



Rys: wikipedia

→ #14 / 32

Na wykładzie przedstawione będą zalecenia mające zastosowanie w budownictwie dla konstrukcji CC3. W przypadku konstrukcji CC2 i CC1 można odstąpić od ich ścisłego przestrzegania. Zalecenia opierają się wyłącznie na doświadczeniu inżynierskim i nie są obowiązkowe. Jednak przestrzeganie ich pozwala uniknąć potencjalnych problemów podczas eksploatacji konstrukcji.

Dla „zwykłych” kratownic i belek ważnym czynnikiem jest proporcja między sztywnością dźwigara (kratownica lub belka dwuteowa) a sztywnością podpory (słup, ściana...):

$$S_G / S_S$$

$$S_G = E_G J_G / L_G$$

$$S_S = E_S J_S / h_S$$

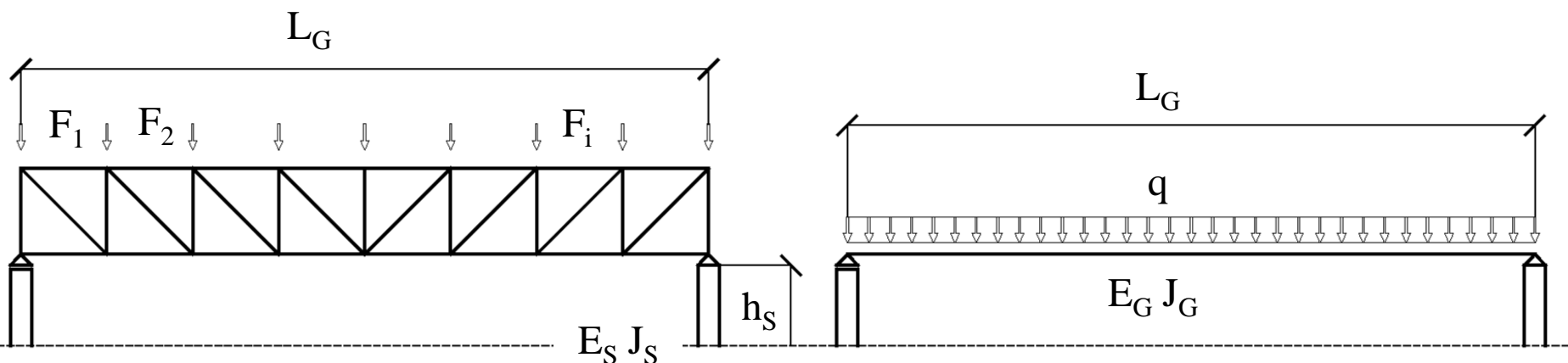
Sztywność można obliczyć jako:

$$S_{\text{truss}} \approx 3,5 q L_G^2 \quad ; \quad q = (\Sigma F_i) / L_G$$

lub ( $\rightarrow$  #9 / 11):

$$J_{\text{truss}} \approx 0,35 h_{1, \text{truss}}^2 A_{\text{chord}}$$

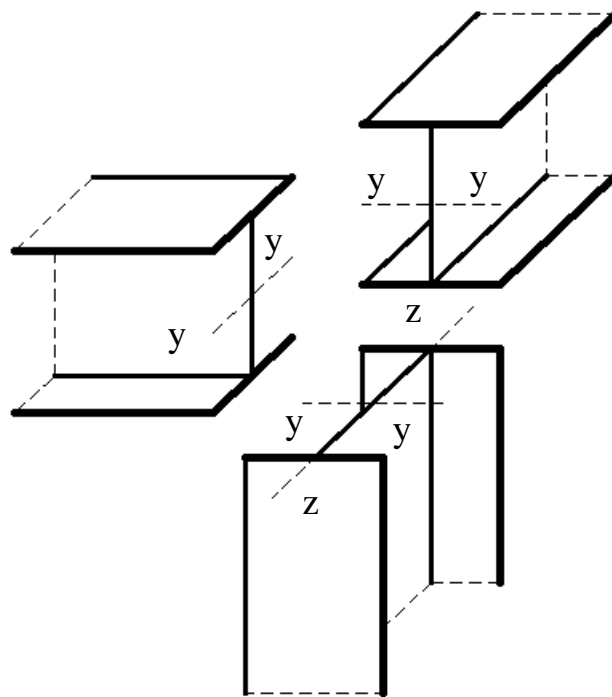
$\rightarrow$  #14 / 29



Rys: Autor

Obliczenie sztywności słupa zależy od wzajemnego położenia w przestrzeni belki i słupa

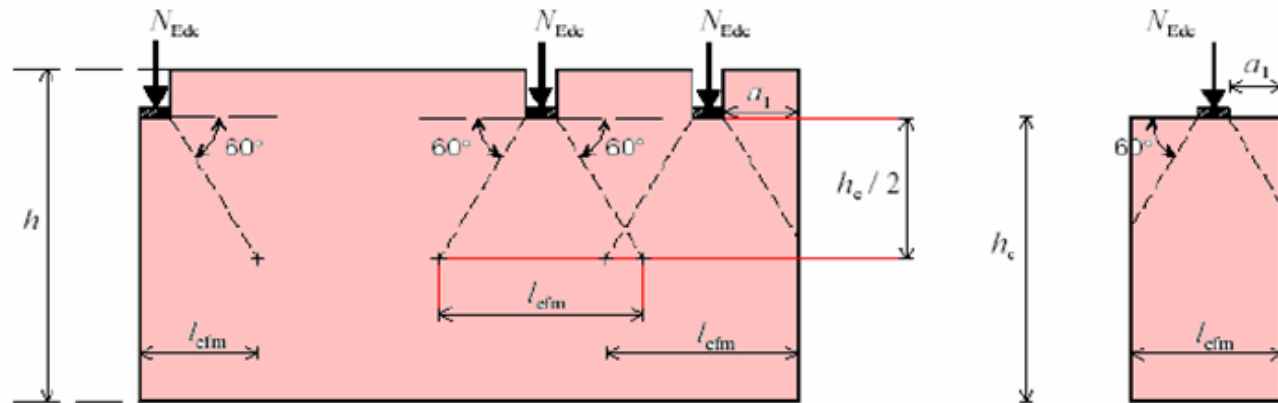
$$S_G = E_G J_{G,y} / L_G$$
$$S_S = E_S J_{S,z} / h_S$$



$$S_G = E_G J_{G,y} / L_G$$

$$S_S = E_S J_{S,y} / h_S$$

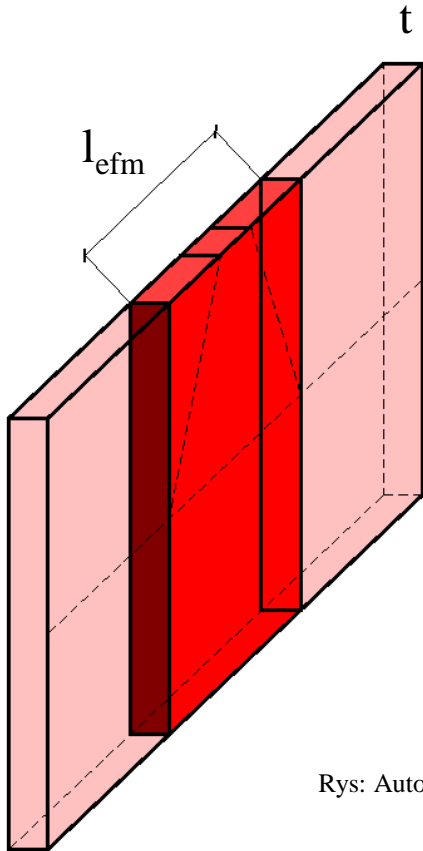
Rys: Autor



Rys: EN 1996-1-1 fig 6.2

Moment bezwładności ściany murowanej jest liczony dla prostokąta  $t \times l_{efm}$  :

$$l_{efm} \times t^3 / 12$$



Rys: Autor



Rys: buildingcommittee.wordpress.com

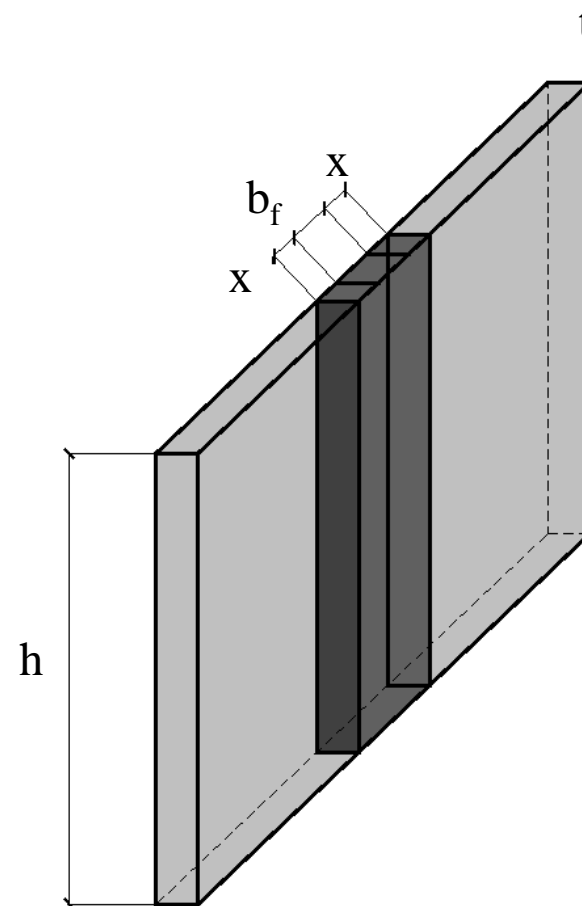
Moment bezwładności ściany żelbetowej  
jest liczony dla prostokąta  $t \times l_{\text{efm}}$  :

$$l = 2x + b_f$$

$$x \approx (1/10 - 1/16) h$$



Rys: studio-tm.com



Rys: Autor



Rys: formfindinglab.wordpress.com



Rys: canamjoist.co.uk

Sztywność żelbetowego podciągu:

$$S_S = G_S J_{S,T} / L_S$$

$G_S$  – moduł Kirchhoffa

$J_{S,T}$  – moment bezwładności przy skręcaniu

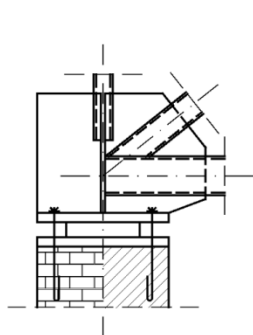
## Zalecane rozwiązania techniczne (bazujące na doświadczeniu):

$S_G / S_S > 20$	$20 \geq S_G / S_S > 10$	$10 \geq S_G / S_S > 5$	$5 \geq S_G / S_S$
Bez łożyska	Łożysko płaskie	Łożysko okrągłe	Łożysko elastomerowe

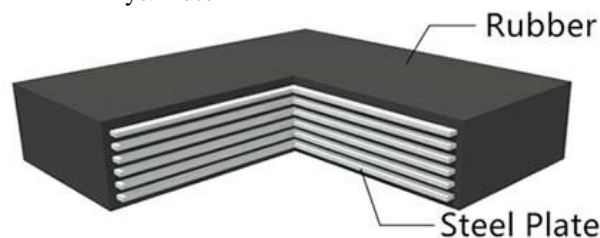
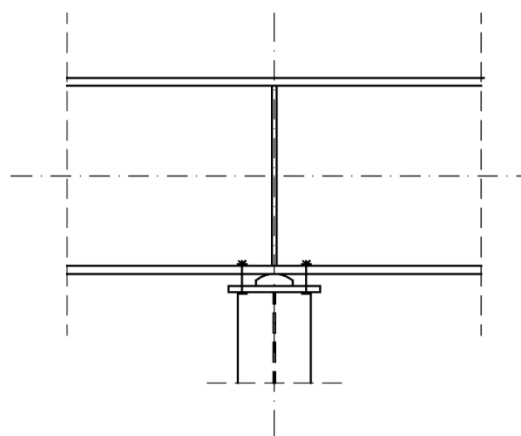
Łożysko elastomerowe jest używane przede wszystkim dla mostów. W przypadku innych konstrukcji jest rzadko spotykane.



Rys: anthony-johnson-engineering.co.uk



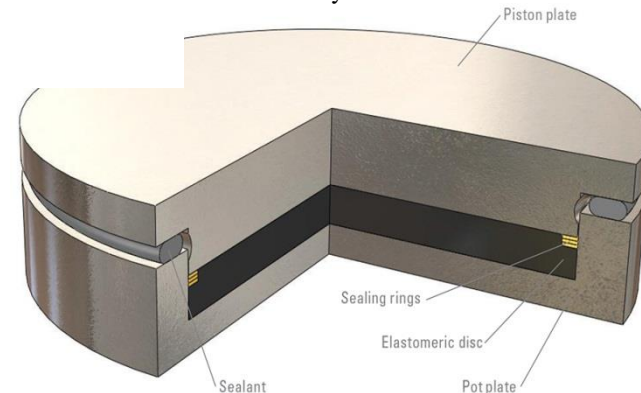
Rys: Autor



Rys: bridgebearing.org



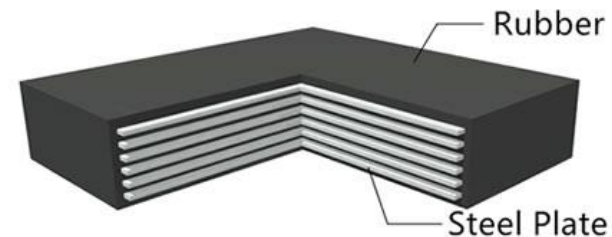
Rys: steelconstruction.info



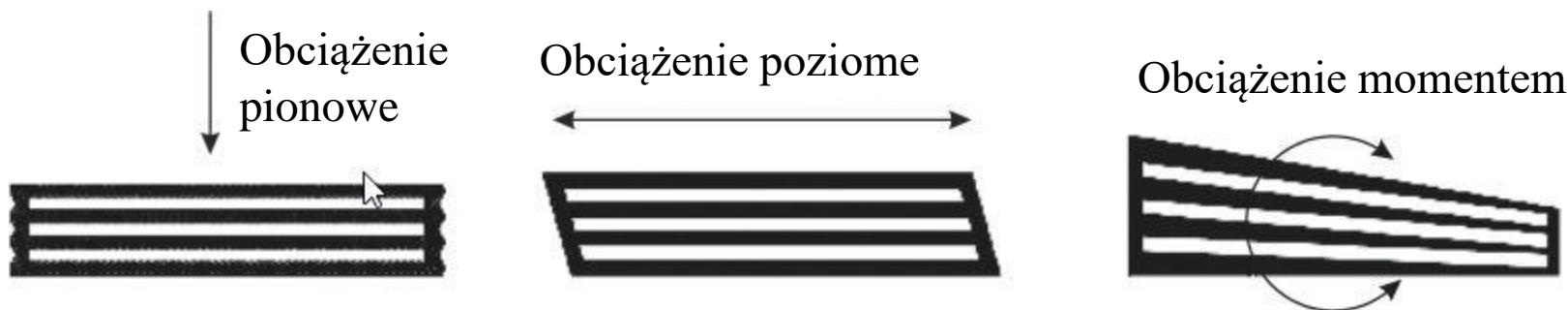
Rys: canambridges.com

→ #14 / 30

Łożysko elastomerowe składa się z warstw stali i gumy. Zapewnia dobre przenoszenie obciążenia pionowego. Praca w kierunku poziomym i rotacja są bardzo zbliżone do idealnego podparcia przegubowo-przesuwne.



Rys: bridgebearing.org

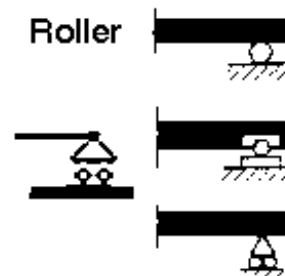


Rys: forbuild.eu



Rys: steelconstruction.info

→ #14 / 31



Rys: web.mit.edu

Zalecenia dotyczące CC3 niekoniecznie obowiązują dla niższych klas konsekwencji. Konstrukcja powinna być jak najtańsza. Poprawne wykonanie podpór jest bardzo ważne dla CC3. Dla klas niższych, przy założonym mniejszym marginesie bezpieczeństwa, może to nie być konieczne: zbyt drogie w stosunku do bezpieczeństwa konstrukcji. Dopuszczalne są niewielkie różnice między idealnym a rzeczywistym zachowaniem się konstrukcji. Przeprowadzenie / rezygnacja z dokładnej analizy powinna wynikać z doświadczenia projektanta.

CC	$S_G / S_S > 20$	$20 \geq S_G / S_S > 10$	$10 \geq S_G / S_S > 5$	$5 \geq S_G / S_S$
3	Brak łożyska	Łożysko płaskie	Łożysko okrągłe	Łożysko elastomerowe
2	Brak łożyska	Brak łożyska / łożysko płaskie	Łożysko płaskie / okrągłe	Łożysko okrągłe
1	Zazwyczaj brak dokładnej analizy			

→ #14 / 32



Rys: fbcdn-Ryss-g-a.akamaihd.net

Przykłady klasycznych podpór przesuwnych (po lewej) i przegubowych (po prawej) dla konstrukcji mostowych. Dwa zupełnie różne rozwiązania techniczne analizowanego problemu. Więcej informacji na oddzielny temat → Mosty.



Rys: texasescapes.com



Rys: wikipedia

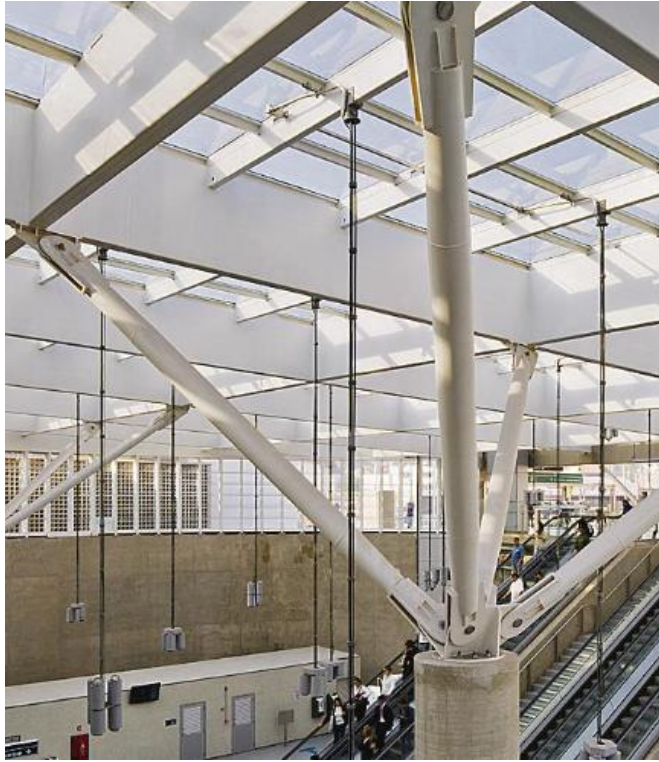


Rys: tatasteelconstruction.com

# Przykłady podpór przegubowych w konstrukcjach CC3:

Rys: Autor

## Wejście do stacji metra



Rys: arcoweb.com.br



Centrum rozrywkowe



Port lotniczy

Rys: Autor

# Podpory przegubowe dla konstrukcji CC3

Rys: nipponchuzo.co.jp

Nowoczesne łożyska w konstrukcjach stalowych są bardzo podobne do klasycznych łożysk dla mostów.



Rys: tzsunruitech.weebly.com



Rys: Autor



Rys: tboake.com

Podpora tego typu oparta jest na przegubie sworzniowym. Nośność połączenia sworzniowego jest przedstawiona na #18 / 58-61, 75-76.

Sworzni nie można wymieniać, zatem należy wziąć pod uwagę „normalny” sworzień.



Rys: tboake.com



Rys: Autor

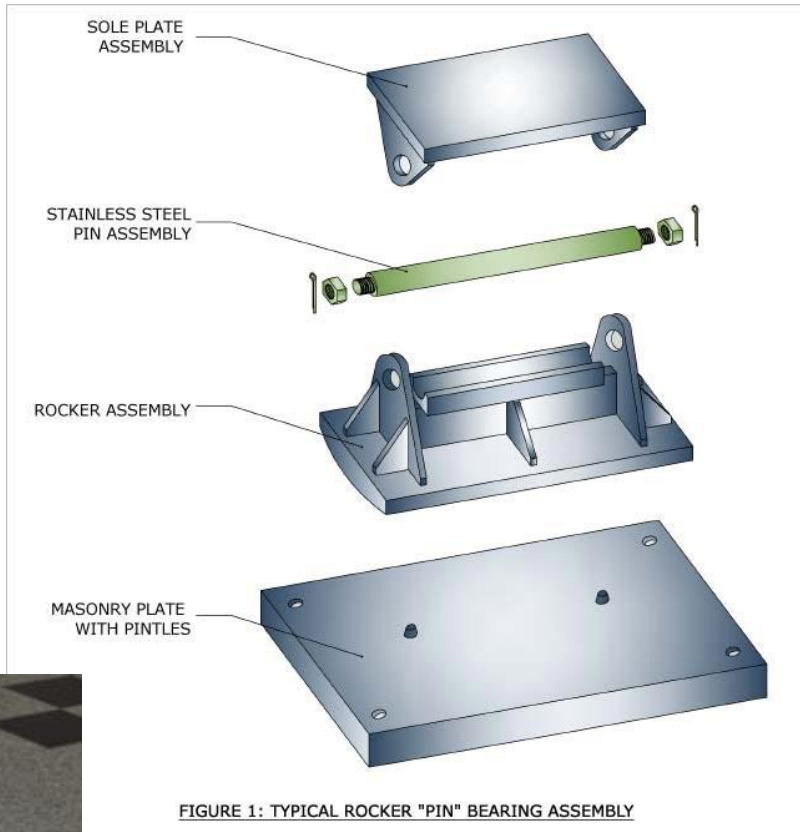

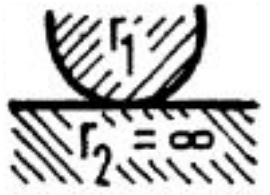



FIGURE 1: TYPICAL ROCKER "PIN" BEARING ASSEMBLY

Rys: cosmecinc.com

Wzory w PN B 03200 dla kontaktu płasko-cylindrycznego i wzory z EN 1993-1-8 dla naprężenia w łożysku dla sworzni oparte są na teorii Hertza. Nośność  $f_{\text{contact}}$  może być zdefiniowana w różny sposób ( $3,6 f_y$  w PN B 03200 lub  $2,5 f_y$  in EN 1993-1-8)

Kontakt	Teoria Hertza	PN B 03200	EN 1993-1-8
	$0,175 N_{Ed} E (r_1 + r_2) / (f_{\text{contact}}^2 L r_1 r_2) \leq 1,0$	$0,175 N_{Ed} E (r_1 + r_2) / (f_{\text{contact}}^2 L r_1 r_2) \leq 1,0$	
	$0,175 N_{Ed} E / (f_{\text{contact}}^2 L r_1) \leq 1,0$	$0,175 N_{Ed} E / (f_{\text{contact}}^2 L r_1) \leq 1,0$	
	$0,175 N_{Ed} E (r_2 - r_1) / (f_{\text{contact}}^2 L r_1 r_2) \leq 1,0$	$0,175 N_{Ed} E (r_2 - r_1) / (f_{\text{contact}}^2 L r_1 r_2) \leq 1,0$	$0,175 N_{Ed} E (r_2 - r_1) / (f_{\text{contact}}^2 L r_1^2) \leq 1,0$

Rys: chodor-projekt.net



Rys: studio-tm.com



Rys: aleo.com

Rys: Autor



Popularne sposoby rozwiązania problemu dla konstrukcji CC2: blacha-blacha (brak łożyska) lub blacha – łożysko płaskie – blacha.



Przebudowa domku jednorodzinny, belka stalowa wsparta na ścianie murowanej. Brak profesjonalnie zaprojektowanych łożysk. Dopuszczalne rozwiązanie: konstrukcja na granicy CC1 i CC2, dostatecznie sztywna, aby zapewnić wytrzymałość nawet przy nieprawidłowym oszacowaniu typu podpór (przegubowych? sztywnych?) i wartości sił przekrojowych.

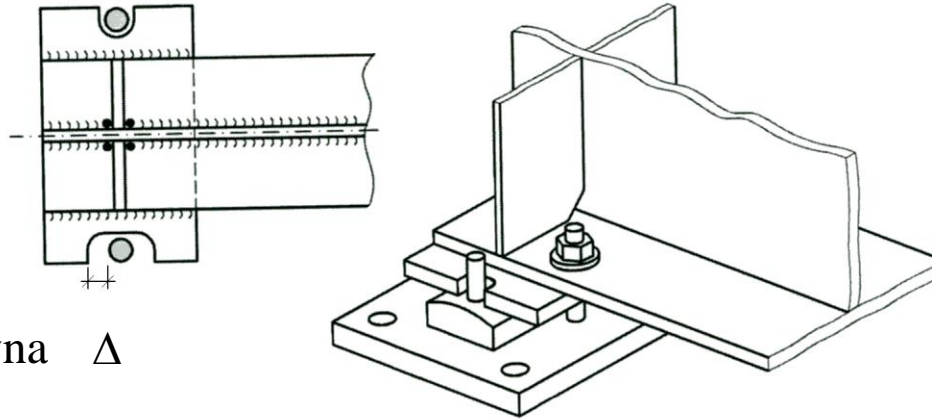
Rys: anthony-johnson-engineering.co.uk

Stopień swobody na przesuw dla łożyska elastomerowego uzyskuje się poprzez specjalne ukształtowanie szczegółów łożyska. Często jest to tajemnica producenta.

Stopień swobody na przesuw dla pozostałych rozwiązań jest uzyskiwany dzięki podłużnym otworom na śruby kotwiące.

Rys: K. Rykaluk, Konstrukcje metalowe cz I., DWS, Warszawa2016

### Podpora przegubowa



→ #14 / 34

### Podpora przesuwna $\Delta$

$$\Delta = q L^3 / (12 E W_{pl}) + \Delta T L \alpha_T$$

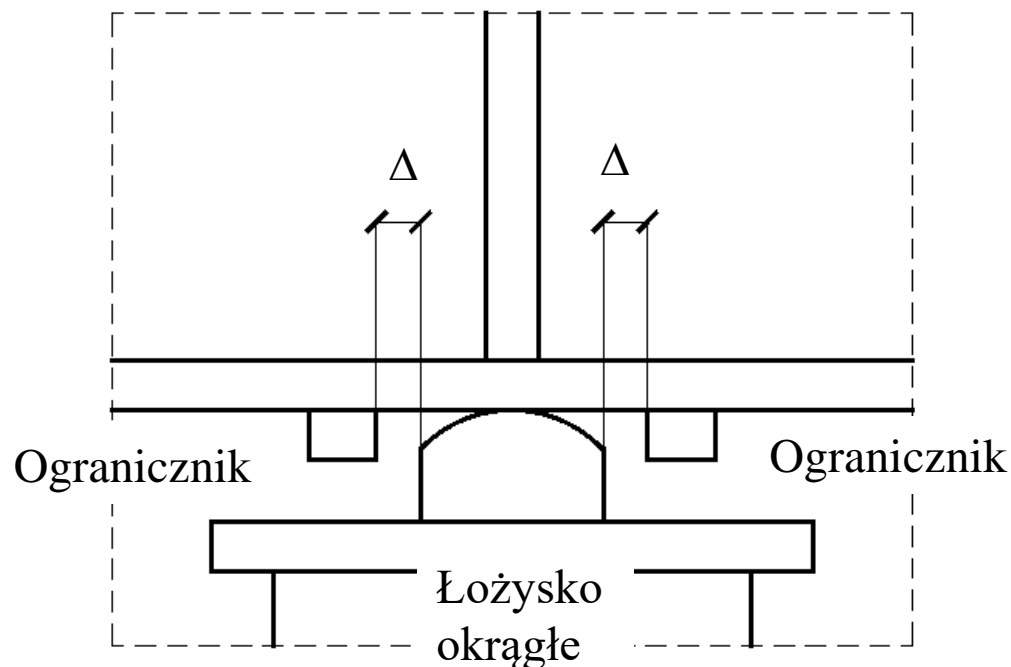
$\Delta T = |$  różnica między  $8^\circ\text{C}$  i temperaturą pracy konstrukcji  $|$

Dla kratownicy:

$$W_{pl} \approx J_{truss} / h_{1, truss}$$

Inny przykład porpory przegubowo-przesuwnej: łożysko okrągłe z ogranicznikami.

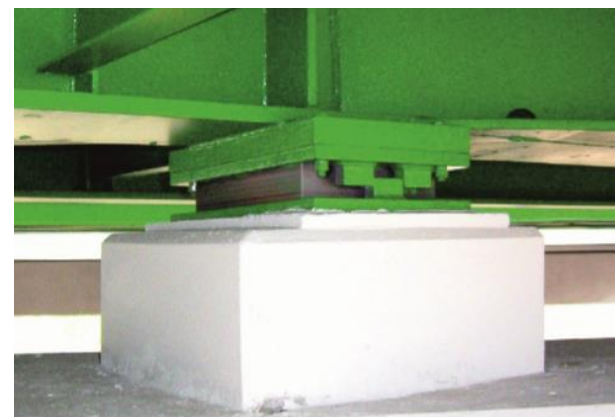
Rys: Autor



$$\Delta = q L^3 / (12 E W_{pl}) + \Delta T L \alpha_T$$

$\Delta T = |$  różnica między  $8^\circ\text{C}$  i temperaturą eksploatacji $|$

Rys: Historia współczesnych łożysk mostowych. J. Niemirko, Drogownictwo 1/2015



Analogiczne rozwiązanie w przypadku łożyska elastomerowego

# Węzeł kratownica – słup stalowy

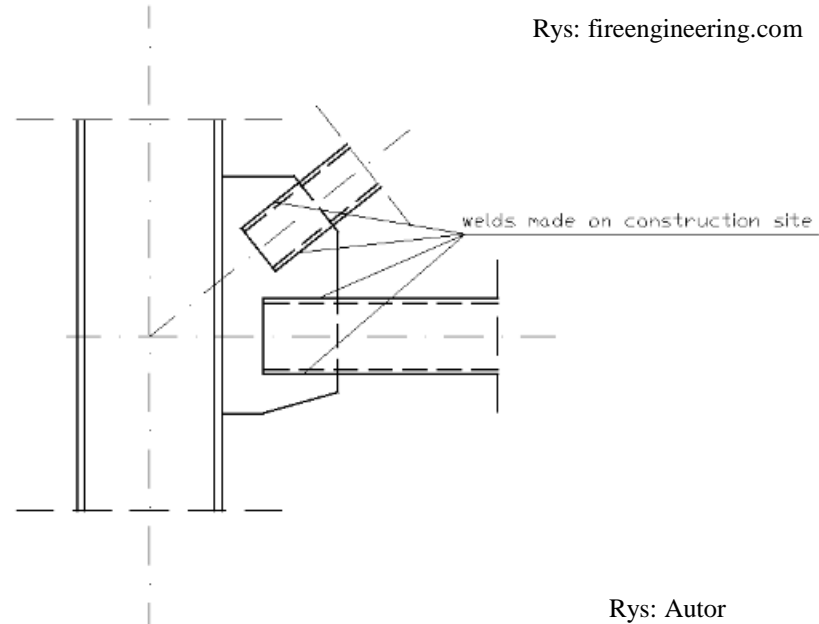
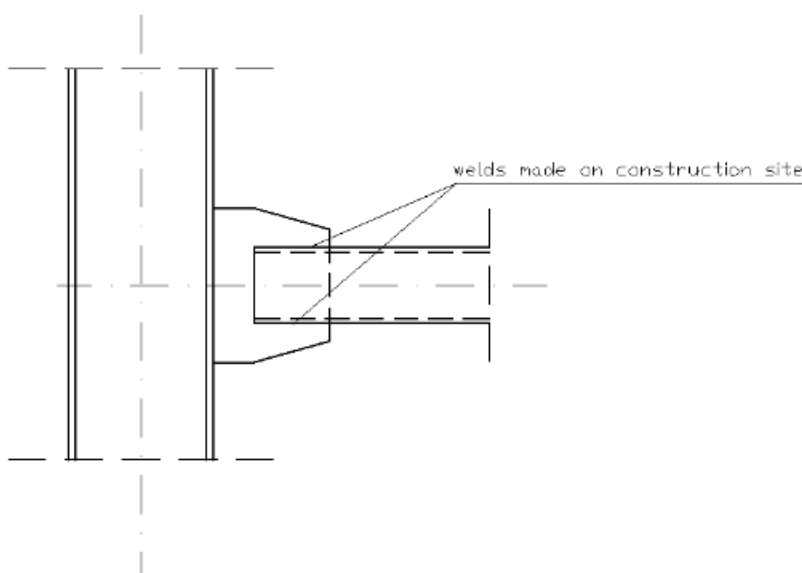


Rys: waŝatchsteel.blogspot.com

Najczęstsze rozwiązanie:  
przez blachę węzłową i  
spawanie na montażu.



Rys: fireengineering.com



Rys: Autor



Inne rozwiązanie: przez niewielki wspornik lub przez węzeł śrubowy do środka słupa..

Słup żelbetowy: analogicznie do stalowego, marka stalowa w żelbecie i spawanie na montażu.

Rys: Autor

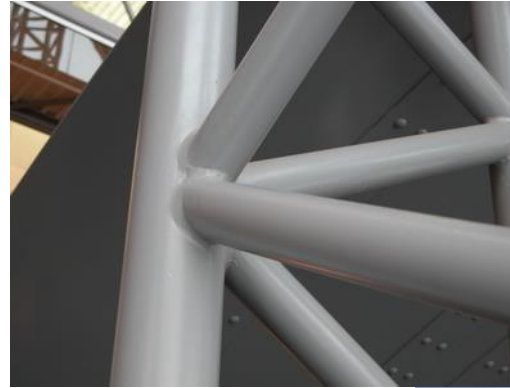


Rys: Autor



Rys: i.pining.com

Boczne podpory kratownic nie odwzorowują przegubu tak dokładnie, jak podpory od dołu. Są to jednak rozwiązania analogiczne do węzłów wewnątrz kratownicy – połączenia spawane. Ich charakterystykę należy sprawdzić w taki sam sposób, jak innych połączeń w kratownicy (→ wykład #21). W przypadku wystąpienia problemu należy dokonać korekt w modelu statycznym.



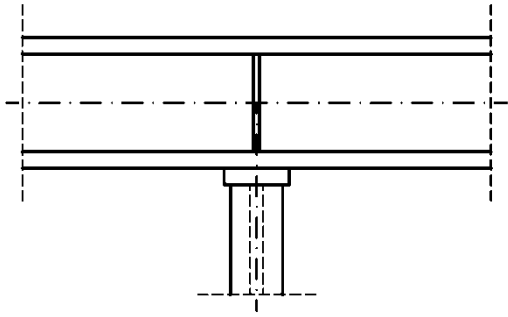
Rys: tboake.com



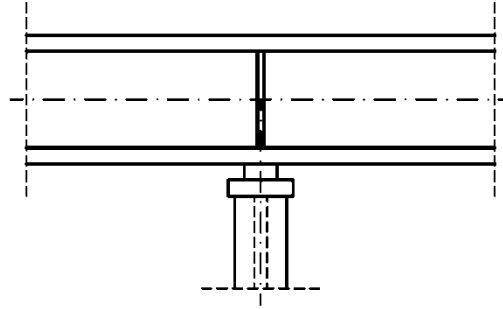
Różnice (dodatkowe momenty zginające) między idealnym (przegubowym) a rzeczywistym (sztywnym) podparciem skupiają się na prętach bezpośrednio przylegających do węzła. Są to pasy, czyli pręty o najwyższej nośności w całej kratownicy; oraz skrajne pręty przekątne, również masywniejsze niż pręty przekątne w środkowej części kratownicy. Przeciążenie, spowodowane różnicami między teorią a rzeczywistością, można łatwo przenieść dzięki dużej nośności.

W przypadku prętów położonych dalej różnice szybko zanikają i nie mają wpływu na wyężenie elementów.

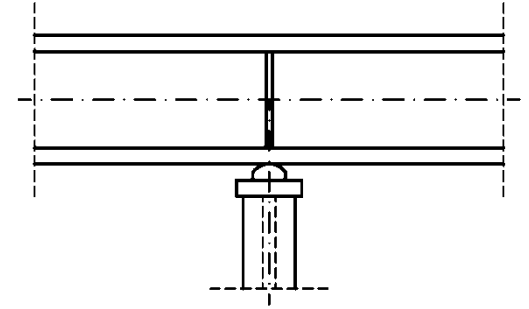
# Obliczenia



Brak łożyska



Łożysko płaskie



Łożysko przegubowe

Rys: Autor

- ◆ Docisk łożyska do belki
- ◆ Spoiny łożysko – blacha górna
- ◆ Docisk łożyska do blachy
- ◆ Nośność podpory

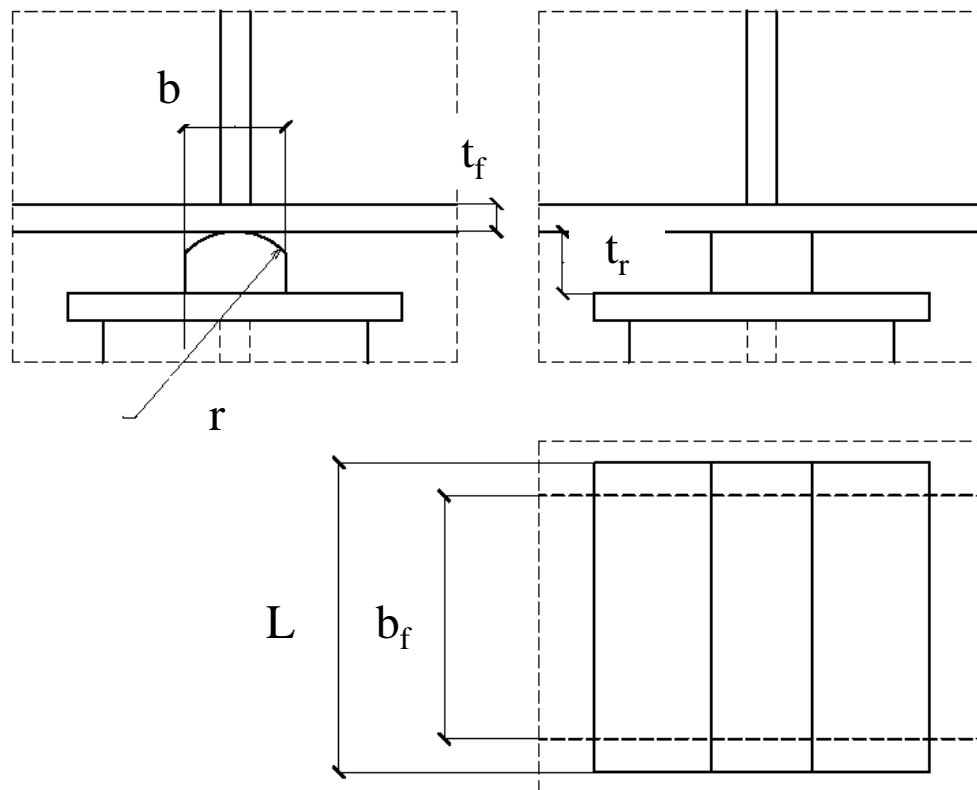
- ◆ Docisk łożyska do belki
- ◆ Spoiny łożysko – blacha górna
- ◆ Docisk łożyska do blachy
- ◆ Nośność podpory

- ◆ Nośność podpory

## Docisk łożyska do blachy

EN 1337-6

Łożyska konstrukcyjne - wahaczowe



Nośność belki (łożysko płaskie):

$$(N_{Ed} / b_f) / [23 r f_u^2 / (E \gamma_M)] \leq 1,0 \quad \gamma_M = 1$$

(łożysko okrągłe):

$$(N_{Ed} / b_f) / [f_y (2 t_f + b) / \gamma_M] \leq 1,0 \quad \gamma_M = 1,1$$

Rys: Autor

Nośność łożyska (obu rodzajów):

$$(N_{Ed} / b_f) / [f_y (2 t_r + b) / \gamma_M] \leq 1,0 \quad \gamma_M = 1,1$$

Alternatywnie, według starej Polskiej Normy PN B 03200:

### Styk elementu płaskiego z okrągłym:

$$N_{Ed} E / (73,5 b_f r f_y^2) \leq 1,0$$

W porównaniu do EN 1337-6:

$$N_{Ed} E / (23 b_f r f_u^2) \leq 1,0$$

$$f_u \approx 1,5 f_y$$

Oba wzory można przedstawić jako:

$$\text{PN B 03200: } N_{Ed} E / (73,5 b_f r f_y^2) \leq 1,0$$

$$\text{EN 1337-6: } N_{Ed} E / (52 b_f r f_y^2) \leq 1,0$$

EN 1337-6 daje mniejszą wartość nośności

### Styk elementu płaskiego z płaskim:

$$N_{Ed} / (1,25 f_y b b_f) \leq 1,0$$

W porównaniu do EN 1337-6:

$$1,1 N_{Ed} / [f_y (2 t + b) b_f] \leq 1,0$$

$$2 t + b \approx 1,6 b$$

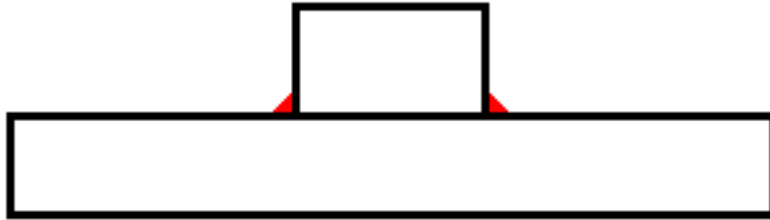
Oba wzory można przedstawić jako:

$$\text{PN B 03200: } N_{Ed} / (1,25 f_y b b_f) \leq 1,0$$

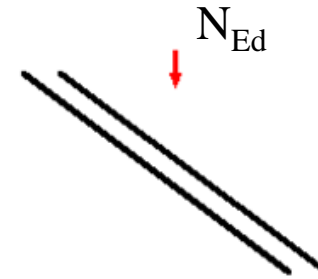
$$\text{EN 1337-6: } N_{Ed} / (1,45 f_y b b_f) \leq 1,0$$

PN B 03200 daje mniejszą wartość nośności

## Spoiny łożysko – blacha górna



Rys: Autor



Para prostokątnych spoin obciążonych siłą

Wykład #17, przykład #3:

$$M_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

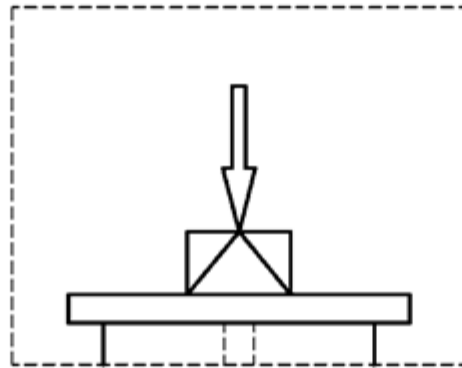
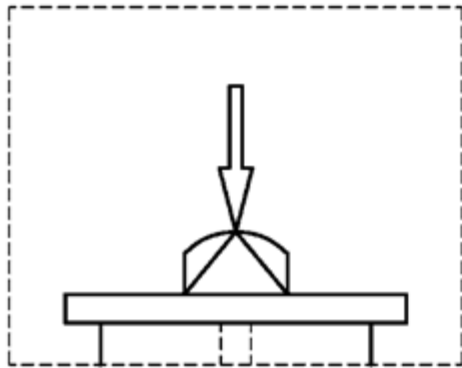
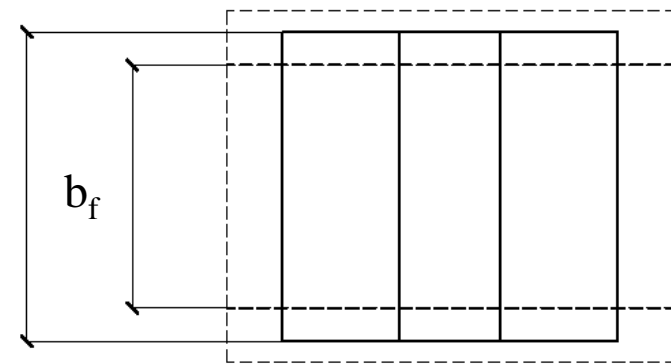
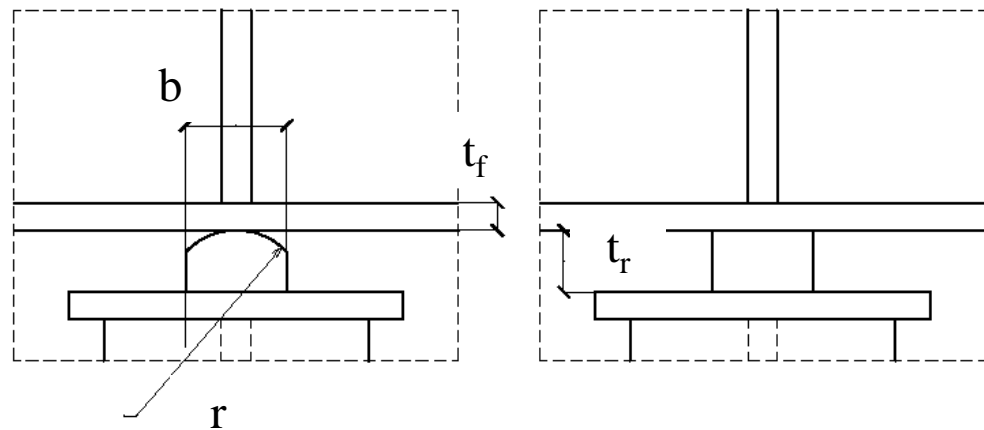
$$F_x = N_{Ed}$$

$$F_z = 0 \text{ kN}$$

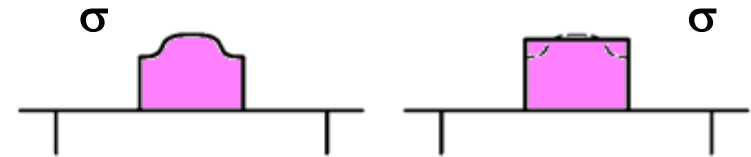
## Docisk łożyska do blachy

Łożysko – zazwyczaj element wąski i gruby; rozkład naprężeń między łożyskiem i blachą jest prawie stały

$$\sigma \approx \text{constans} = N_{Ed} / (L b)$$

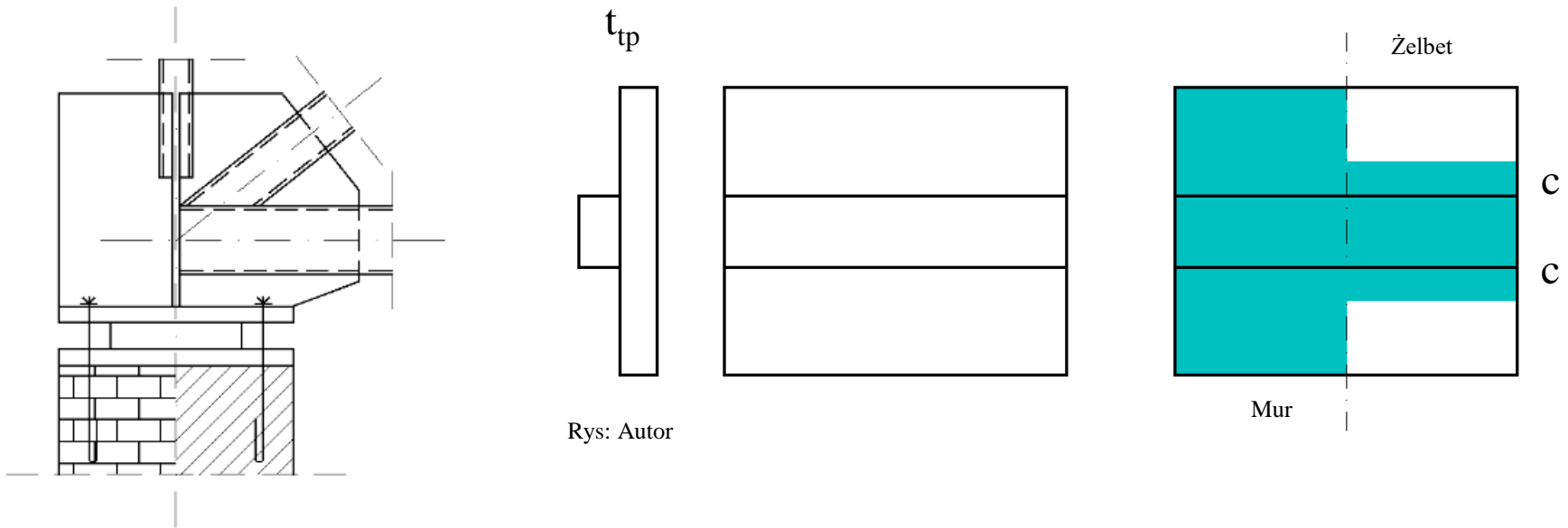


$$N_{Ed} / (L b f_y) \leq 1,0$$



Rys: Autor

## Nośność podpory

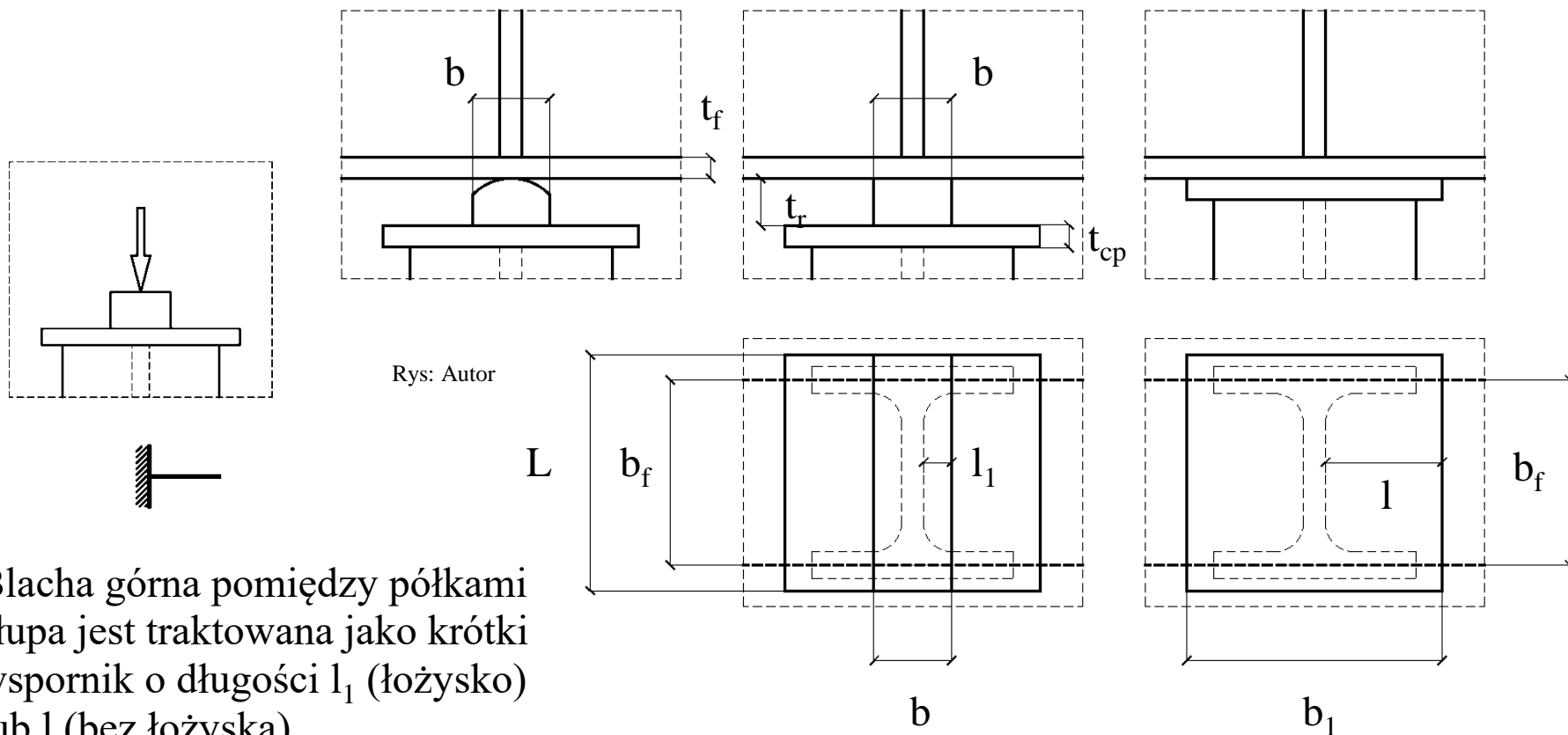


Rys: Autor

Nośność konstrukcji murowej lub żelbetowej pod łożyskiem jest liczona zgodnie z #t / 9 - 49. W przypadku łożyska (płaskiego lub okrągłego), oba rodzaje podpory liczone są inaczej.

- Konstrukcja murowa:  $A_b$  jest równe całkowitej powierzchni blachy;
- Konstrukcja żelbetowa:  $A_{c0}$  wynika z powierzchni łożyska i strefy przyległej na szerokości  $c$ ;  $c$  wynika z grubości blachy  $t_{tp}$

W przypadku słupa stalowego, pojęcie „nośność podpory” oznacza nośność blachy górnej, spoin między blachą górną a trzonem, oraz nośność trzonu na docisk.



Rys: Autor

Blacha górną pomiędzy półkami słupa jest traktowana jako krótki wspornik o długości  $l_1$  (łożysko) lub  $l$  (bez łożyska)

$$L = l \text{ or } l_1 \quad B = b \text{ or } b_1$$

$$q = \sigma = N_{Ed} / (L B)$$

$$M_{Ed, \max} (\text{wspornik}) = q \text{ a } L^2 / 2$$

$$\begin{aligned}
M_{\text{Ed, max}} / M_{\text{Rd}} &\leq 1,0 \rightarrow M_{\text{Ed, max}} / [f_y a t_{p1}^2 / (6 \gamma_{M0})] \leq 1,0 \rightarrow \\
&\rightarrow 6 \gamma_{M0} M_{\text{Ed, max}} / (f_y a t_{p1}^2) \leq 1,0 \rightarrow \\
&\rightarrow t_{p1} \geq \sqrt[3]{(6 M_{\text{Ed, max}} / (a f_y \gamma_{M0}))}
\end{aligned}$$

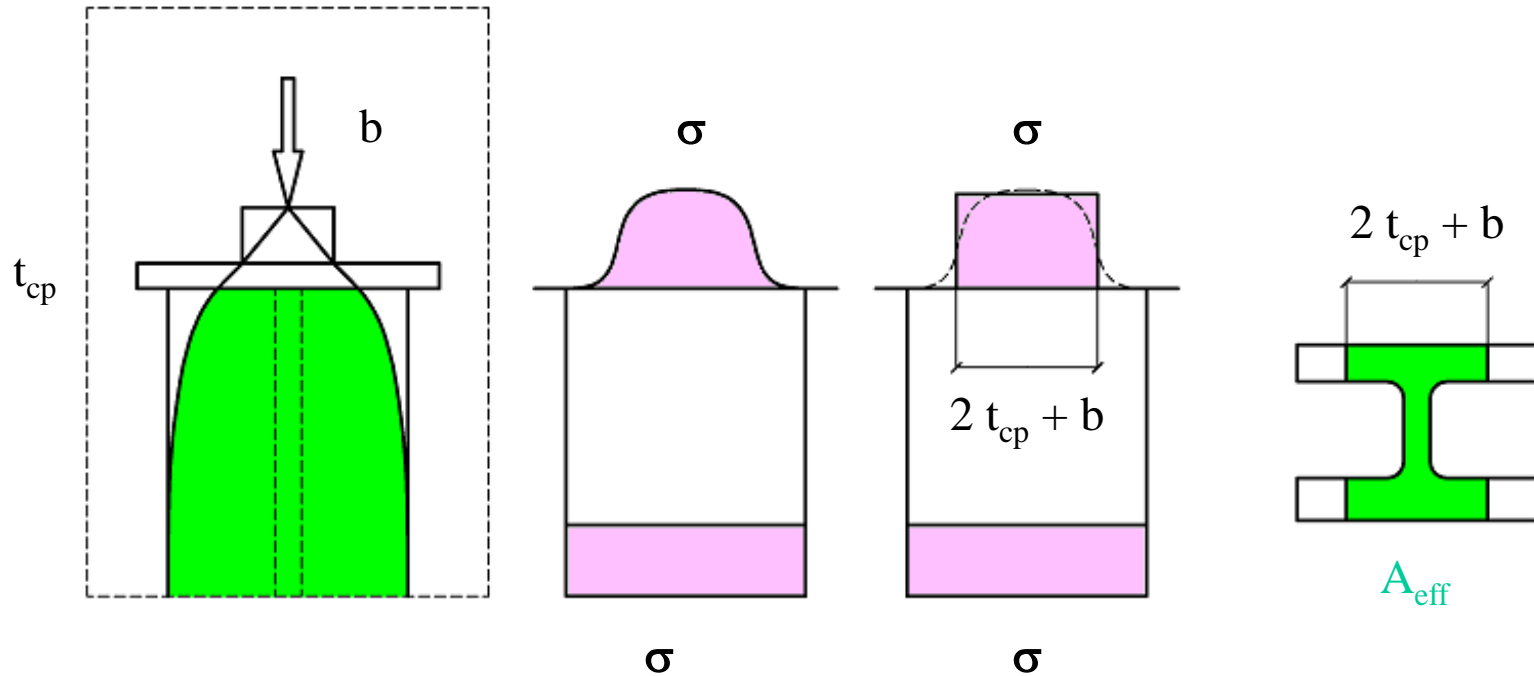
Z łożyskiem:

$$t_{cp} \geq \max \{ 0,75 t_f ; \sqrt[3]{(3 N_{\text{Ed}} l_1^2) / (L b f_y)} - t_r \}$$

Bez łożyska:

$$t_{cp} \geq \max \{ 0,75 t_f ; \sqrt[3]{(3 N_{\text{Ed}} l^2) / (L b_1 f_y)} \}$$

# Trzon słupa w warunkach docisku



Rys: Autor

Blacha górna - szeroki cienki element; naprężenie między blachą a słupem ma charakter silnie nieliniowy; przyjmujemy dużą stałą wartość w części środkowej i zero na końcach półek.

$$N_{Ed} / (A_{eff} f_y) \leq 1,0$$

## Zagadnienia egzaminacyjne

Nośność konstrukcji murej w kontakcie ze stalą - algorytm

Nośność konstrukcji żelbetowej w kontakcie ze stalą - algorytm

Nośność stopy przegubowej słupa - algorytm

Nośność stopy sztywnej słupa - algorytm

Rodzaje łożysk

Rozwiązania techniczne dla podpór przegubowych i przegubowo-przesuwnych

Nośność łożyska - algorytm

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż. Tomasz Michałowski

[tmichal@usk.pk.edu.pl](mailto:tmichal@usk.pk.edu.pl)