

# Konstrukcje metalowe

## Wykład XII

### Blachownice spawane

## Spis treści

Dwuteowniki spawane → #t / 3

Przykład (VI klasa przekroju) → #t / 15

Stateczność półki przy smukłym średniku → #t / 41

Ścinanie → #t / 42

Siła poprzeczna → #t / 49

Interakcje sił przekrojowych → #t / 54

Belki ażurowe → #t / 57

Elementy o zmiennych przekrojach → #t / 73

Blachownice z falistym średnikiem → #t / 77

Dźwigary skrzynkowe → #t / 85

Podsumowanie → #t / 90

Zagadnienia egzaminacyjne → #t / 95

→ #11/ 14

## Dwuteowniki spawane:

- Z płaskim środkiem
  - IKS
  - HKS



Rys: weldingweb.com

- Z falistym środkiem

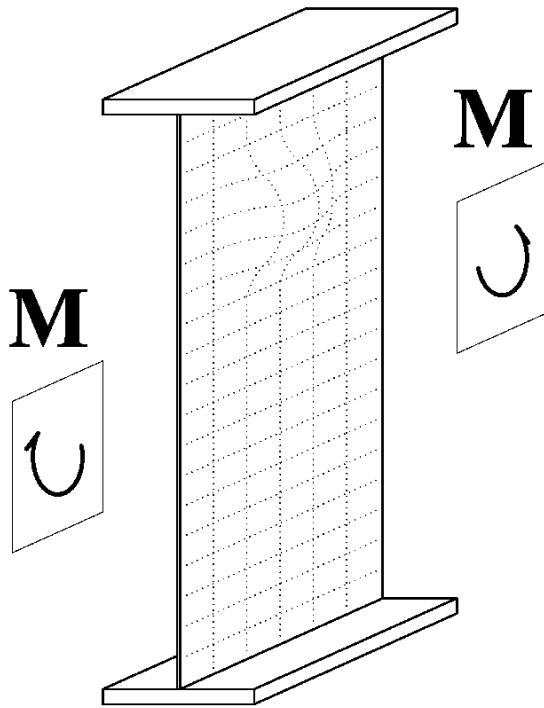


Rys: hxssvic.en.ec21.com

Najczęściej:

- ◆ VI klasa: blachownice spawane, przekroje zimnogięte;
- ◆ III klasa: blachownice spawane, rzadko dwuteowniki gorącowalcowane, przekroje zimnogięte;
  - ◆ II klasa: dwuteowniki gorącowalcowane, rury;
  - ◆ I klasa: dwuteowniki gorącowalcowane, rury.

→ #4 / 87



Rys: Autor

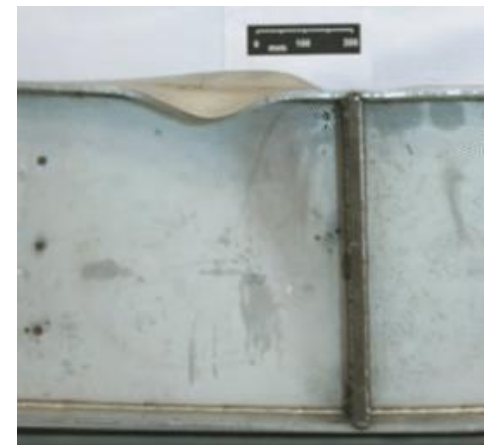


Rys: ijird.com

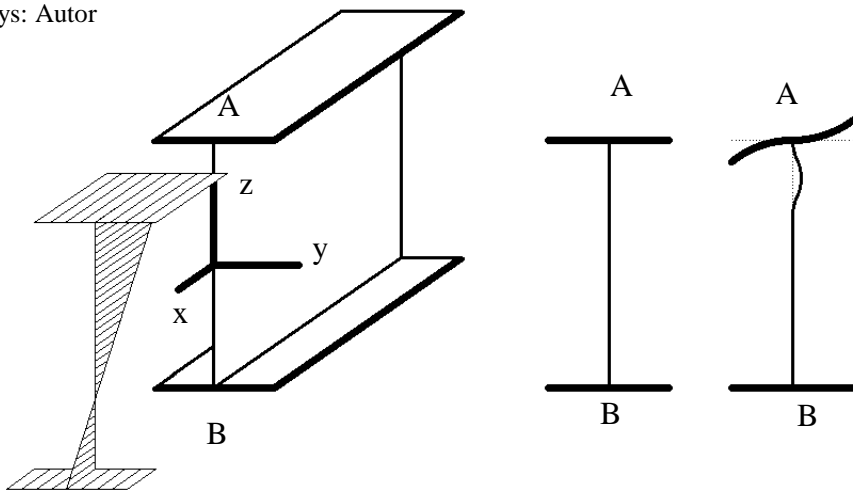
Dla smukłych środników (IV klasa) zachodzi ryzyko lokalnej utraty stateczności w części ściskanej przekroju.

# Niestateczność półki i środka przy ściskaniu

Rys: Saliba, N. Gardner, L. Experimental study of the shear response of lean duplex stainless steel plate girders. Engineering Structures. 1 / 2013



Rys: Autor



Powód: naprężenia ściskające  $\sigma_x$  (od momentu zginającego i / lub siły ściskającej). Interakcja pierwszego typu półka-środek: utrata stateczności obu części (środnika i półki) jest niezależna; zachowanie półki nie ma wpływu na środek, a zachowanie środka nie ma wpływu na półkę.

Przeciwdziałanie: żebra podłużne  $\rightarrow$  #t / 21

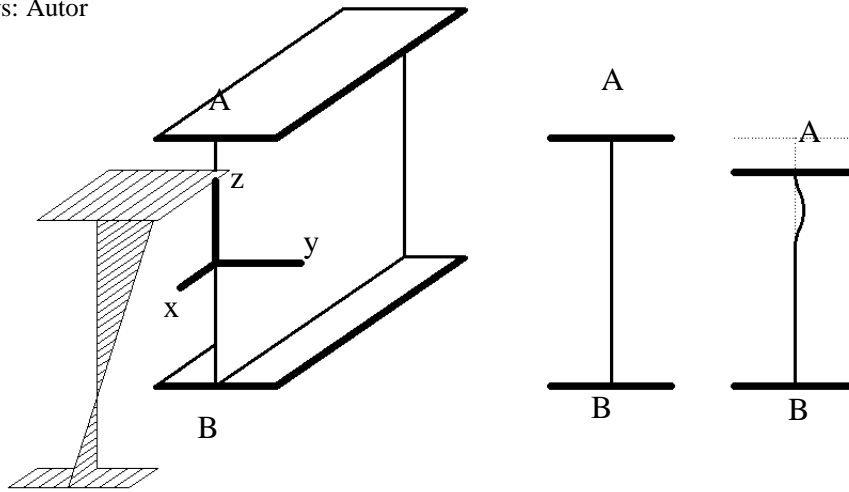
Obliczenia: geometria efektywna  $\rightarrow$  #t / 15-40

# Niestateczność półki przy smukłym środkniku)



Rys: Web Buckling of High Strength Steel Plate Girders Induced by Bending Curvature, S. Nascimento, J. Pedro, A. Biscaya, Wiley Online Library, 9 III 2020

Rys: Autor



Powód: naprężenia ściskające  $\sigma_x$  (od momentu zginającego i / lub siły ściskającej). Interakcja drugiego typu (półka-środek): utrata stabilności obu elementów jest od siebie zależna; zachowania półki i środknika są wspólne.

Przeciwdziałanie: odpowiednie proporcje geometrii półki i środknika  $\rightarrow$  #t / 41

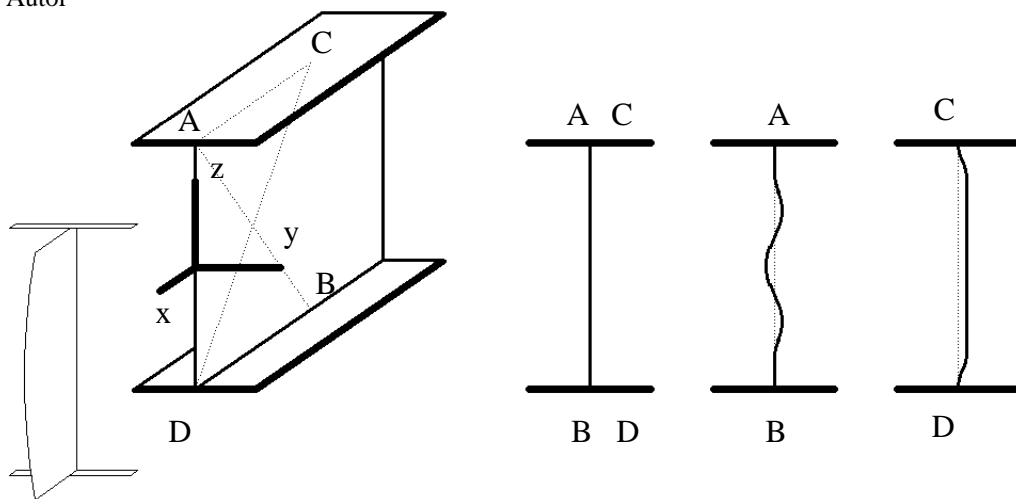
Obliczenia: sprawdzenie proporcji  $\rightarrow$  #t / 41

# Niestateczność przy ścinaniu



Rys: Saliba, N. Gardner, L. Experimental study of the shear response of lean duplex stainless steel plate girders. Engineering Structures. 1 / 2013

Rys: Autor



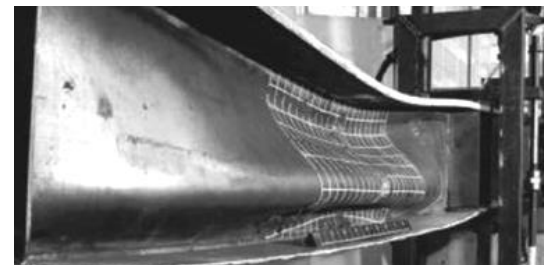
Powód: naprężenia ścinające  $\tau_{xz}$  (od siły ścinającej  $V_z$ ). Wzdłuż linii A-B lokalne ściskanie, wzdłuż linii C-D lokalne rozciąganie.

Przeciwdziałanie: żebra poprzeczne  $\rightarrow$  #t / 21

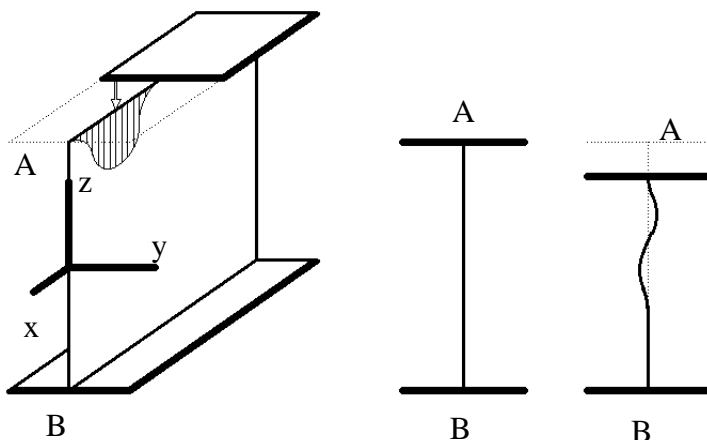
Obliczenia: sprawdzenie stateczności środnika  $\rightarrow$  #t / 42 - 48

# Niestateczność pod siłą poprzeczną

Rys : Local Web Buckling in Tapered Composite Beams - A Parametric Study, R. Hobbs, P. Vellasco, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences 23-4/2001



Rys: Autor

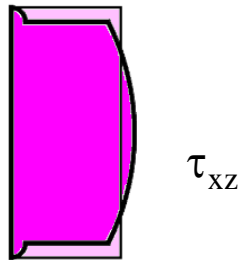
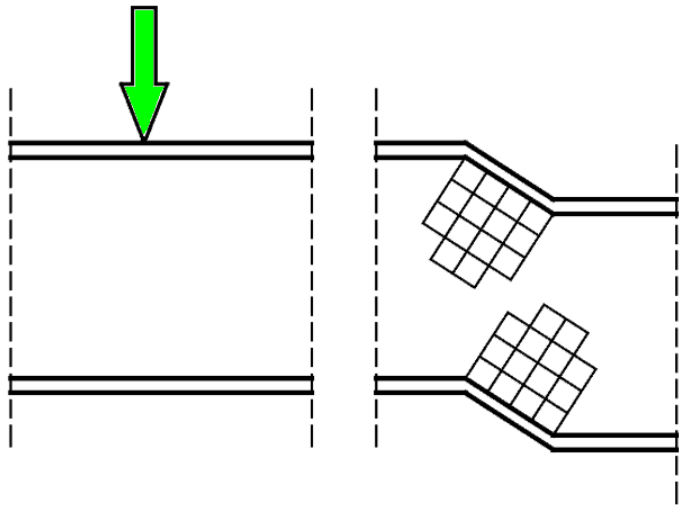


Powód: naprężenia ściskające  $\sigma_z$  (od siły poprzecznej  $F_s$  przyłożonej w punkcie). Naprężenia osiowe występują na styku środka z półką.

Przeciwdziałanie: żebra poprzeczne  $\rightarrow$  #t / 21

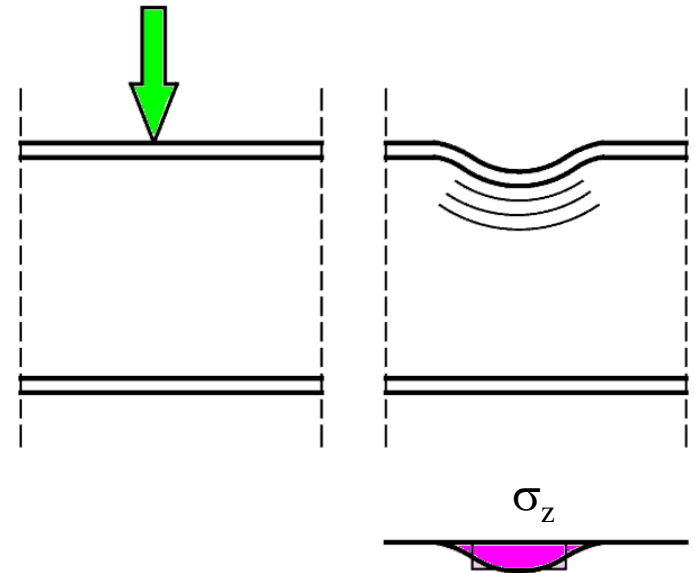
Obliczenia: sprawdzenie stateczności środka  $\rightarrow$  #t / 49 - 53

Siła poprzeczna  $F_s$  jest przyłożona punktowo do półki belki. Oczywiście, jej efektem jest też siła ścinająca  $V_{Ed}$  (rodzaj siły przekrojowej).



Siłą ścinającą: efekt globalny, rozkład naprężeń i jego idealizacja

Rys: Autor



Siła poprzeczna: efekt lokalny, rozkład naprężeń i jego idealizacja

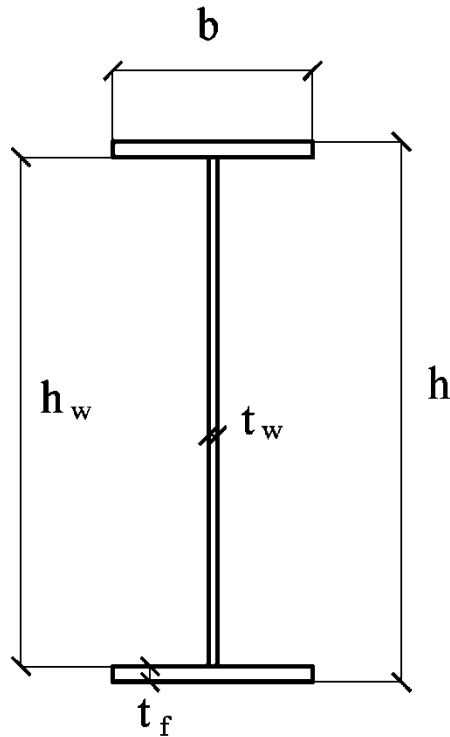
Oba zjawiska (siła poprzeczka siła ścinająca) są szczególnie niebezpieczne, gdy działają na środek nieuźebrowany.

Siła	Ponad żeblem poprzecznym	Środek nieuźebrowany
Ścinająca	Wyk # 21	#t / 42 – 48
Poprzeczna	Może być pominięta	#t / 49 - 53

Siłę ścinającą analizuje się odmiennie dla przekrojów I, II, III klasy (wyk #11) i IV klasy (wyk #t).

Siła poprzeczna jest istotna dla IV klasy, czyli belek spawanych

## Projektowanie dwuteownika spawanego:



$$h \approx L / 20 \div L / 25$$

$$t_w \text{ [mm]} \approx 7 \text{ [mm]} + 3 h \text{ [m]}$$

$$b \approx 0,2 h \div 0,3 h$$

$$t_f \approx 1,5 t_w \div 2,0 t_w$$

Przykład:

$$L = 25 \text{ m}$$

$$h \approx 1\,000 \div 1\,250 \text{ [mm]} \rightarrow 1\,300 \text{ [mm]} = 1,3 \text{ [m]}$$

$$t_w \approx 7 + 3 \cdot 1,3 = 11 \text{ [mm]}$$

$$b \approx 260 \div 390 \text{ [mm]} \rightarrow 300 \text{ [mm]}$$

$$t_f \approx 17 \div 21 \text{ [mm]} \rightarrow 20 \text{ [mm]}$$

Rys: Autor

# Spoiny między półką a środkiem

Rys: northernmfg.com



Rys: weldingweb.com



Przykład obliczeniowy przedstawiony będzie na wykładzie #17

## III klasa przekroju

Blachownice spawane należą zazwyczaj do IV klasy przekroju, czasem III.

Informacje w Eurkodzie o III klasie przekroju są krótkie i niekompletne. Podany jest wzór na nośność pod siłą osiową i dwukierunkowym zginaniem.

$$N_{Ed} / (f_y A / \gamma_{M0}) + M_{y, Ed} / (f_y W_y / \gamma_{M0}) + M_{z, Ed} / (f_y W_z / \gamma_{M0}) \leq 1,0$$

EN 1993-1-1 (6.42)

Wzór jest słuszny, gdy brak sił ścinających.

Brak wyjaśnienia, co w sytuacji, gdy istnieją siły ścinające i / lub siły poprzeczne.

h [mm]	t <sub>w</sub> [mm]	b [mm]	t <sub>f</sub> [mm]	F <sub>Ed</sub> [kN]	N <sub>Ed, comp</sub> [kN]	L [m]
1 300	11	300	20	717,082	64,722	25,00

**Przykład:**

Stal S355 → f<sub>y</sub> = 355 MPa

Długość belki: 25,0 m

Geometria początkowa:

$$A_0 = 258,600 \text{ cm}^2$$

$$J_{y,0} = 674\,887,800 \text{ cm}^4$$

$$W_{y,0} = 10\,382,889 \text{ cm}^3$$

Granica półka-środek

$$W_{y,0,wf} = 10\,712,505 \text{ cm}^3$$

Grubość spoin:

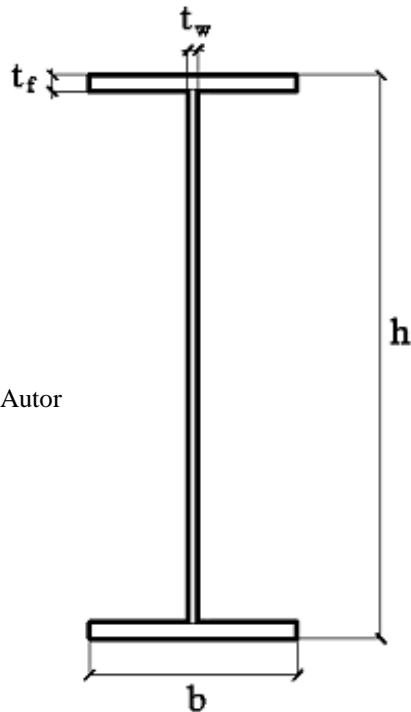
$$a = 5 \text{ mm}$$

$$F_{Ed} = 717,082 \text{ kN}$$

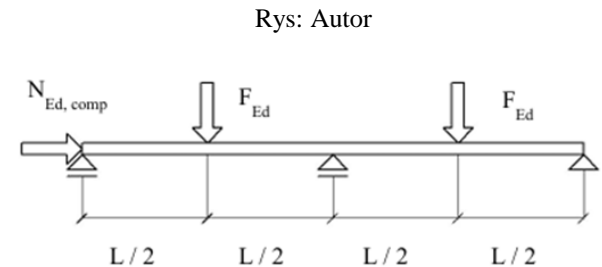
Siły przekrojowe:

$$M_{Ed,y} = 6 F_{Ed} L / 32$$

$$M_{Ed,y} = 3\,361,320 \text{ kNm}$$



Rys: Autor



Rys: Autor

## I. Efekt szerokiego pasa

Półka – zbyt szeroka lub nie?

$$L_e = \text{długość belki} = 25 \text{ m}; \rightarrow L_e / 50 = 500 \text{ mm}$$

$$b = \text{szerokość półki} = 300 \text{ mm} \rightarrow \text{połowa półki } b_0 = b / 2 = 150 \text{ mm}$$

$$b_0 < L_e / 50 \quad 150 < 500 \quad \text{EN 1993-1-5 p.3.1}$$

Półka nie jest zbyt szeroka  $\rightarrow$  efekt szerokiego pasa nie wystąpi  $\rightarrow$  po I kroku geometria nie musi być przeliczana

$$b_{\text{eff}, 1} = b_{\text{initial}}$$

$$A_{\text{eff} 1} = A_0 = 258,600 \text{ cm}^2$$

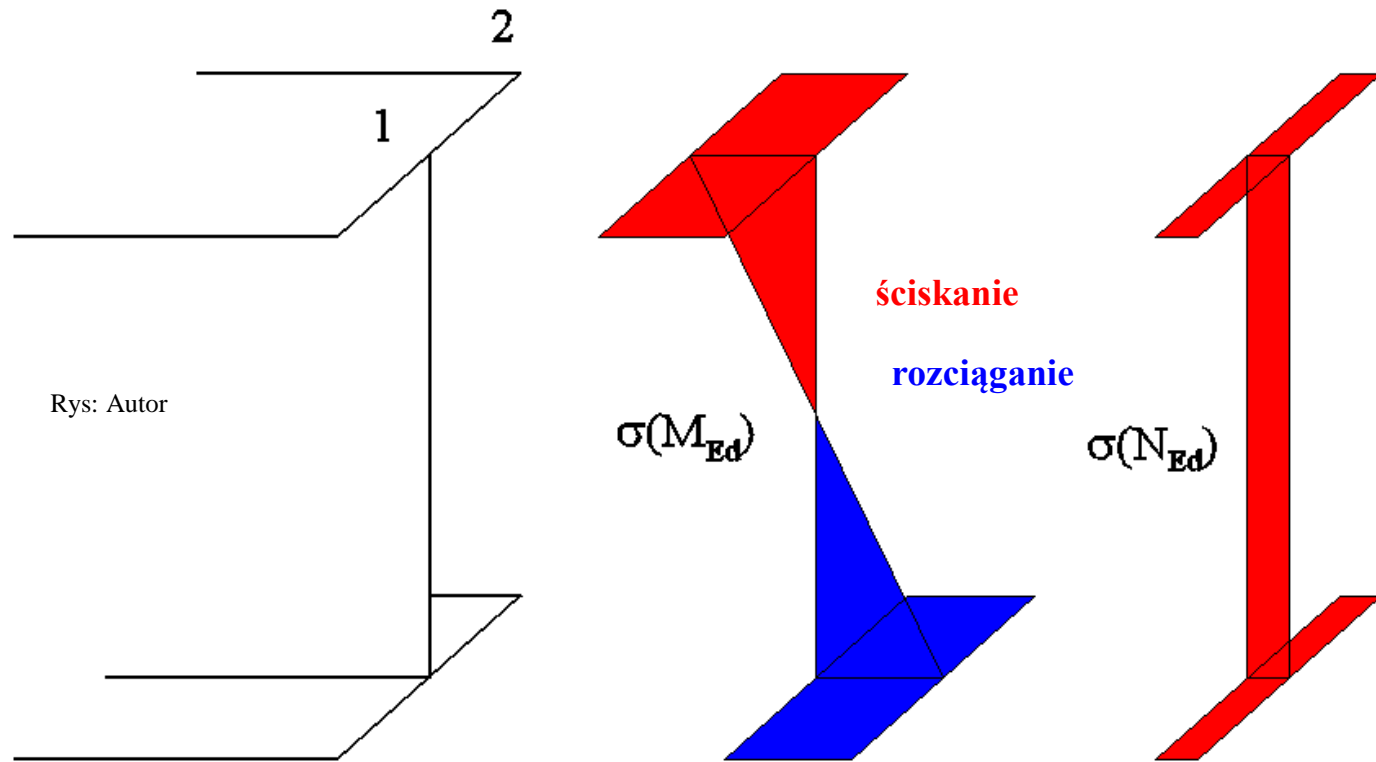
$$W_{y \text{ eff} 1} = W_{y, 0} = 10\,382,889 \text{ cm}^3$$

W ogólności: możliwe, że konieczna będzie redukcja zbyt szerokich pólek. **Redukujemy identycznie obie półki.** Przekrój pierwotnie bisymetryczny pozostaje bisymetryczny, położenie środka ciężkości nie ulega zmianie. Pojawia się nowa (efektywna) geometria przekroju: pole powierzchni  $A_{\text{eff}, 1}$  wskaźnik wytrzymałości  $W_{y \text{ eff}, 1}$ .

## II Półka ściskana

W półce ściskanej rozkład naprężeń jest identyczny od siły osiowej i od momentu zginającego. Naprężenia ściskające mogą doprowadzić do utraty stateczności półki.

**Rozkład naprężeń ustalany jest dla geometrii efektywnej po I kroku:  $A_{\text{eff}, 1}$ ,  $W_{y, \text{eff}, 1}$**



# Naprężenia w półce - po redukcji pozostaje zakreskowana część

Rozkład naprężeń (ściskanie – dodatnie)		Szerokość współpracująca $b_{eff}$			
	$1 > \psi \geq 0$ : $b_{eff} = \rho c$				
	$\psi < 0$ : $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$				
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$	
Parametr niestateczności miejscowej $k_{\sigma}$	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	
	$1 > \psi \geq 0$ : $b_{eff} = \rho c$				
	$\psi < 0$ : $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$				
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Parametr niestateczności miejscowej $k_{\sigma}$	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1 \psi^2$	23,8

Ściskanie w półce; przy  
 środku  $\leq$  na swobodnym  
 końcu

Ściskanie i rozciąganie;  
 przy środku rozciąganie

Ściskanie w półce; przy  
 środku  $\geq$  na swobodnym  
 końcu

Ściskanie i rozciąganie;  
 przy środku ściskanie

Rys: EN 1993-1-5, tab 4.2

$\Psi = (\text{rozciąganie} / \text{ściskanie}) \text{ lub } (\text{mniejsze ściskanie} / \text{większe ściskanie})$

Półka  $\rightarrow \sigma = \text{const} \rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 \rightarrow \psi = \sigma_2 / \sigma_1 = 1,0$

$\Psi = 1,0 \rightarrow \text{tab.} \rightarrow k_\sigma = 0,43$

Stal S275  $\rightarrow f_y = 275 \text{ MPa}$

$\varepsilon = \sqrt{(235 / f_y)} \rightarrow \varepsilon = \sqrt{(235 / 275)} = 0,924$

## $\rho$ – współczynnik redukcyjny dla elementów ściskanych

– ścianki przęsłowe:

$$\rho = 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p \leq 0,673$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p > 0,673, \text{ gdzie } (3 + \psi) \geq 0 \quad (4.2)$$

Ścianka przęsłowa  $\equiv$   
środek

– ścianki wspornikowe:

$$\rho = 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p \leq 0,748$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p > 0,748 \quad (4.3)$$

Ścianka wspornikowa  $\equiv$   
półka

gdzie:  $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad \text{N3}$

$\psi$  – stosunek naprężeń brzegowych wyznaczonych zgodnie z 4.4(3) i 4.4(4);

$\bar{b}$  – miarodajna szerokość ścianki (patrz EN 1993-1-1/Tablica 5.2) równa:

- $b_w$  – dla środków;
- $b$  – dla pasów będących ściankami przęsłowymi (z wyjątkiem RHS);
- $b - 3t$  – dla pasów RHS;
- $c$  – dla pasów będących ściankami wspornikowymi;
- $h$  – dla kątowników równoramiennych;
- $h$  – dla kątowników nierównoramiennych;

EN 1993-1-5 p.4.4

$b$  – szerokość półki;  $a$  – grubość spoiny;  $t_w$  – grubość środnika;  $t_f$  – grubość półki;

$$c = (b - 2 a \sqrt{2} - t_w) / 2 = (300 - 14 - 11) / 2 = 137,5 \text{ mm}$$

$$\lambda_p = (c / t_f) / (28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}) = (137,5 / 20) / (28,4 \cdot 0,814 \cdot \sqrt{0,43}) = 0,454 \rightarrow$$

$\rightarrow \text{EN 1993-1-5 (4.3)} \rightarrow 0,454 < 0,748 \rightarrow \rho = 1,0$

$$b_{\text{eff}, 2} = r b_{\text{eff}, 1} = b_{\text{eff}, 1} = b_{\text{initial}}$$

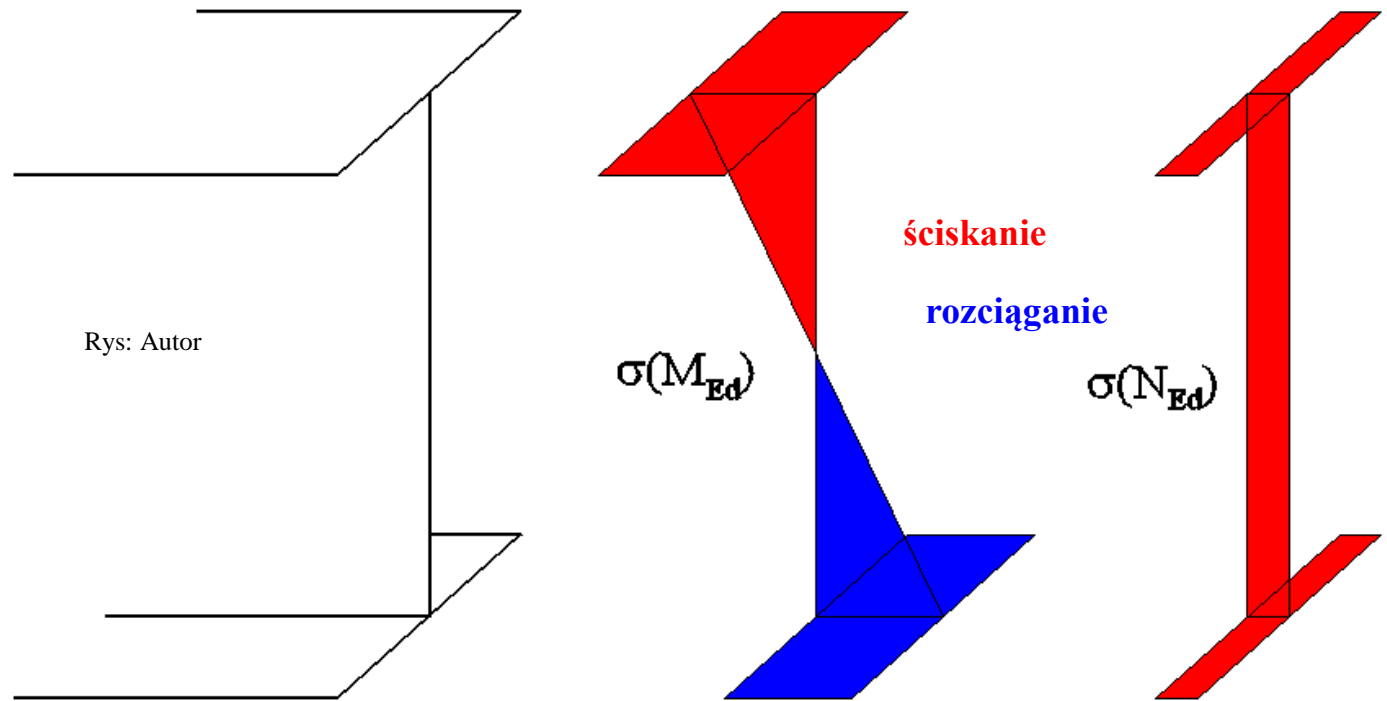
Bez redukcji półki ściskanej  $\rightarrow$  po II kroku geometria taka sama jak na początku

W ogólności możliwe jest, że po II kroku pojawi się konieczność redukcji półki. Dotyczy ona tylko półki ściskanej. W zależności od sytuacji (jedna półka ściskana / obie półki ściskane) może to oznaczać, że nowy przekrój przestanie być symetryczny względem osi poziomej. Wówczas przesunięciu ulegnie efektywny środek ciężkości, a odległości tegoż środka od górnych i dolnych włókien przekroju nie będą identyczne. Pojawi się nowa efektywna geometria przekroju:  $A_{\text{eff}, 2}$ ,  $W_{y, \text{top}, \text{eff}, 2}$ ,  $W_{y, \text{bottom}, \text{eff}, 2}$

### III środek ściskany

Rozkład naprężeń w środku jest odmienny dla zginania (połowa środka ściskana) i siły ściskającej (cały środek ściskany). W strefie ściskanej środek może utracić stateczność.

**Rozkład naprężeń jest liczony dla geometrii po II kroku:  $A_{\text{eff}, 2}$ ,  $W_{y, \text{eff}, 2}$**



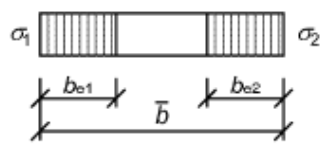
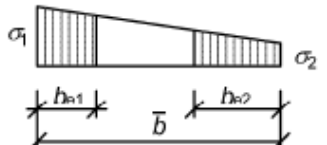
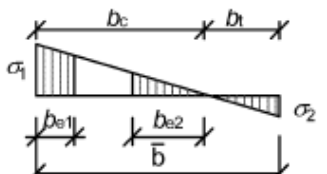
Siła osiowa:

$$\sigma_{\max} = N_{\text{Ed}} / A_{\text{eff}, 2} = 64,722 \text{ kN} / 258,600 \text{ cm}^2 = 2,503 \text{ MPa} = \text{const}$$

Moment zginający, maksymalne naprężenie (na granicy między środkiem a półką):

$$\sigma_{\max} = \pm M_{y, \text{Ed}} / W_{y, \text{eff}, 2, \text{wf}} = \pm 3\,361,320 \text{ kNm} / 10\,712,505 \text{ cm}^3 = \pm 313,775 \text{ MPa}$$

## Naprężenia w środku - po redukcji pozostaje zakreskowana część

Rozkład naprężeń (ściskanie – dodatnie)				Szerokość współpracująca $b_{eff}$		
				$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff}$	$b_{e2} = 0,5 b_{eff}$	
				$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff}$	$b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$	
				$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$	$b_{e2} = 0,6 b_{eff}$	
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Parametr niestateczności miejscowej $k_{\sigma}$	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Ściskanie osiowe

Ściskanie mimośrodowe - cały środk w strefie ściskanej

Ściskanie mimośrodowe - środk częściowo rozciągnany

EN 1993-1-5, tab 4.1

$\Psi = (\text{rozciąganie} / \text{ściskanie}) \text{ lub } (\text{mniejsze ściskanie} / \text{większe ściskanie})$

Siła osiowa  $\rightarrow \sigma = \text{const} \rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 \rightarrow \Psi = \sigma_2 / \sigma_1 = 1,0$

$\Psi = 1,0 \rightarrow \text{tabela} \rightarrow k_\sigma = 4,000$

Ściskany cały średnik,  $h_{wc,3} = 1\,260 \text{ mm}$

Moment zginający  $\rightarrow \sigma_1 = -\sigma_2 \rightarrow \Psi = \sigma_2 / \sigma_1 = -1,0$

$\Psi = -1,0 \rightarrow \text{tabela} \rightarrow k_\sigma = 23,900$

Ściskana połowa średnika,  $h_{wc,3} = 630 \text{ mm}$

Stal S 355  $\rightarrow f_y = 355 \text{ MPa}$

$\varepsilon = \sqrt{(235 / f_y)} \rightarrow \varepsilon = \sqrt{(235 / 355)} = 0,814$

Smukłość przy sile osiowej:

$b$  – całkowita wysokość środnika;  $a$  – grubość spoiny;  $t_w$  – grubość środnika;

$$c = b - 2 a \sqrt{2} = 1\,260 - 14 = 1\,246 \text{ mm}$$

$$\lambda_p = (c / t_w) / (28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}) = (1\,246 / 11) / (28,4 \cdot 0,814 \cdot \sqrt{4,000}) = 2,450$$

Smukłość przy momencie zginającym:

$b$  – całkowita wysokość środnika;  $a$  – grubość spoiny;  $t_w$  – grubość środnika;

$$c = b - 2 a \sqrt{2} = 1\,260 - 14 = 1\,246 \text{ mm}$$

$$\lambda_p = (c / t_w) / (28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}) = (1\,246 / 11) / (28,4 \cdot 0,814 \cdot \sqrt{23,900}) = 1,002$$

## $\rho$ – współczynnik redukcyjny dla elementów ściskanych

– ścianki przęsłowe:

$$\rho = 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \quad *$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p > 0,673, \text{ gdzie } (3 + \psi) \geq 0 \quad * \quad (4.2)$$

Ścianka przęsłowa  $\equiv$   
środnik

– ścianki wspornikowe:

$$\rho = 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p \leq 0,748$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad \text{dla } \bar{\lambda}_p > 0,748 \quad (4.3)$$

Ścianka wspornikowa  $\equiv$   
półka

gdzie:  $\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}} \quad \text{N3}$

$\psi$  – stosunek naprężeń brzegowych wyznaczonych zgodnie z 4.4(3) i 4.4(4);

$\bar{b}$  – miarodajna szerokość ścianki (patrz EN 1993-1-1/Tablica 5.2) równa:

- $b_w$  – dla środników;
- $b$  – dla pasów będących ściankami przęsłowymi (z wyjątkiem RHS);
- $b - 3t$  – dla pasów RHS;
- $c$  – dla pasów będących ściankami wspornikowymi;
- $h$  – dla kątowników równoramiennych;
- $h$  – dla kątowników nierównoramiennych;

**POPRAWKA !**

EN 1993-1-5, 4.4

**Poprawka do EN 1993-1-5: granice dla różnych wartości  $r$  wynoszą nie 0,673**

**ale**

$$0,5 + \sqrt{(0,085 - 0,055 \psi)}$$

**Zatem:**

**Siła osiowa ( $\psi = 1,0$ ):  $0,5 + \sqrt{(0,085 - 0,055 \psi)} = 0,673$**

**Moment zginający ( $\psi = -1,0$ ):  $0,5 + \sqrt{(0,085 - 0,055 \psi)} = 0,874$**

Smukłości dla siły osiowej (2,450) i momentu zginającego (1,002) są większe od wartości granicznych (odpowiednio 0,673 i 0,874), zatem w obu przypadkach konieczna jest redukcja średnika.

Siła osiowa:

$$\rho = [\lambda_p - 0,055 (3 + \psi)] / \lambda_p^2 = [2,450 - 0,055(3 + 1)] / 2,450^2 = 0,372$$

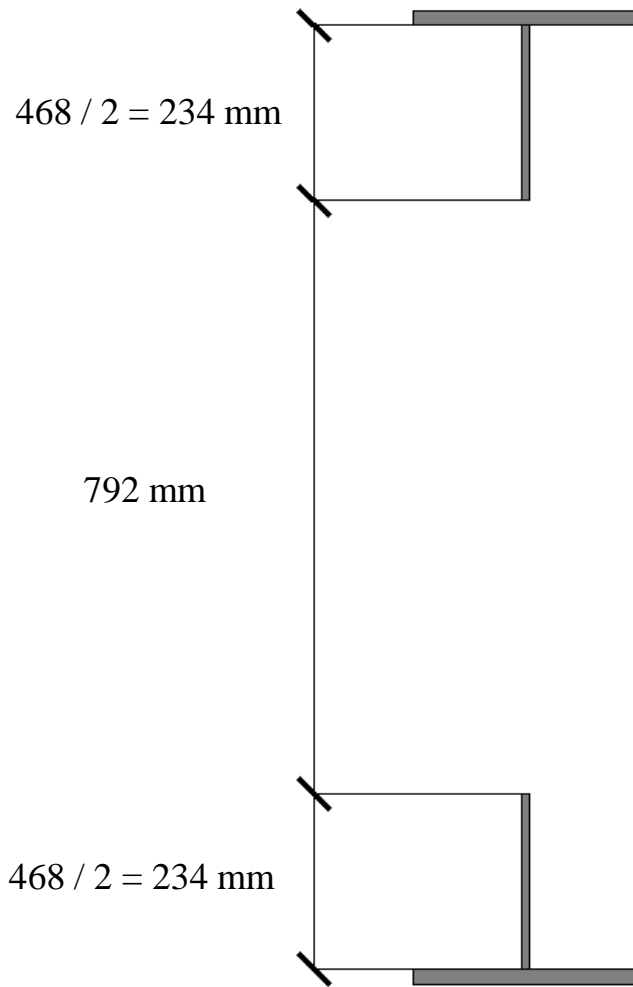
Wysokość części ściskanej po redukcji:  $1\,260 \cdot 0,372 = 468$  mm

Moment zginający:

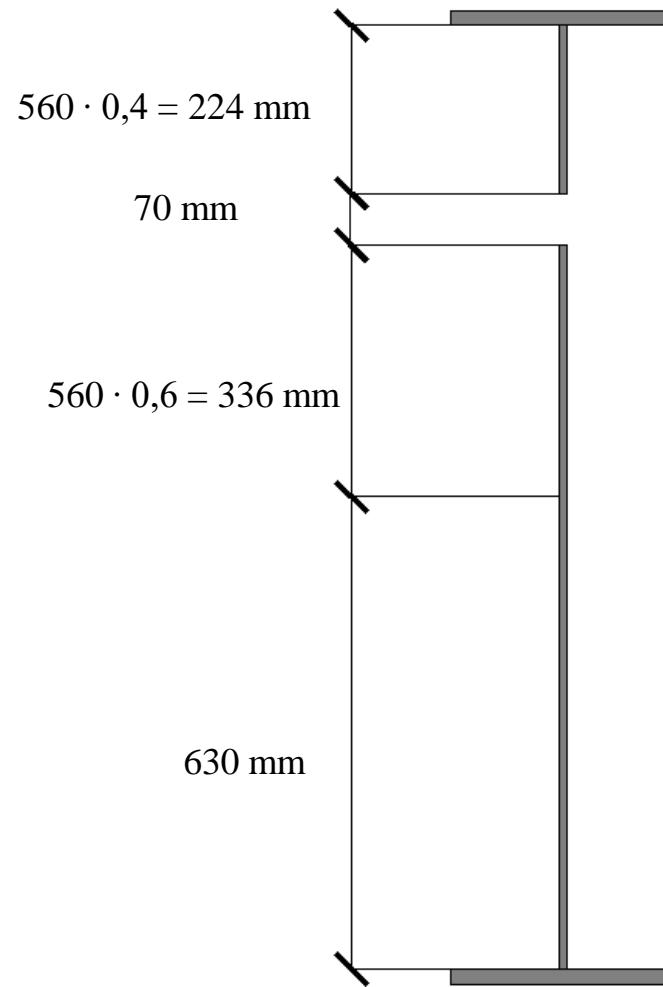
$$\rho = [\lambda_p - 0,055 (3 + \psi)] / \lambda_p^2 = [1,002 - 0,055(3 - 1)] / 1,002^2 = 0,888$$

Wysokość części ściskanej po redukcji:  $630 \cdot 0,888 = 560$  mm

# Geometria efektywna po III kroku:



Siła osiowa



Moment zginający

Rys: Autor

# Charakterystyki geometryczne

## Siła osiowa

$$A_{\text{eff}, 3, N} = 171,480 \text{ cm}^2$$

## Moment zginający

$$A_{\text{eff}, 3, M} = 250,900 \text{ cm}^2$$

$$S_y \text{ (względem „starego” środka ciężkości)} = -285,670 \text{ cm}^3$$

$$\Delta_y = S_y / A_{\text{eff}, 3, M} = -1,1 \text{ cm (efektywny środek ciężkości)}$$

$$z_{\text{top}} = 64,1 \text{ cm}$$

$$z_{\text{bottom}} = 61,9 \text{ cm}$$

$$J_{\text{eff}, 3, M} = 623\,222,349 \text{ cm}^4$$

$$W_{y, \text{top}, \text{eff}, 3, M} = J_{\text{eff}, 3, M} / z_{\text{top}} = 9\,722,658 \text{ cm}^3$$

$$W_{y, \text{bottom}, \text{eff}, 3, M} = J_{\text{eff}, 3, M} / z_{\text{bottom}} = 10\,068,212 \text{ cm}^3$$

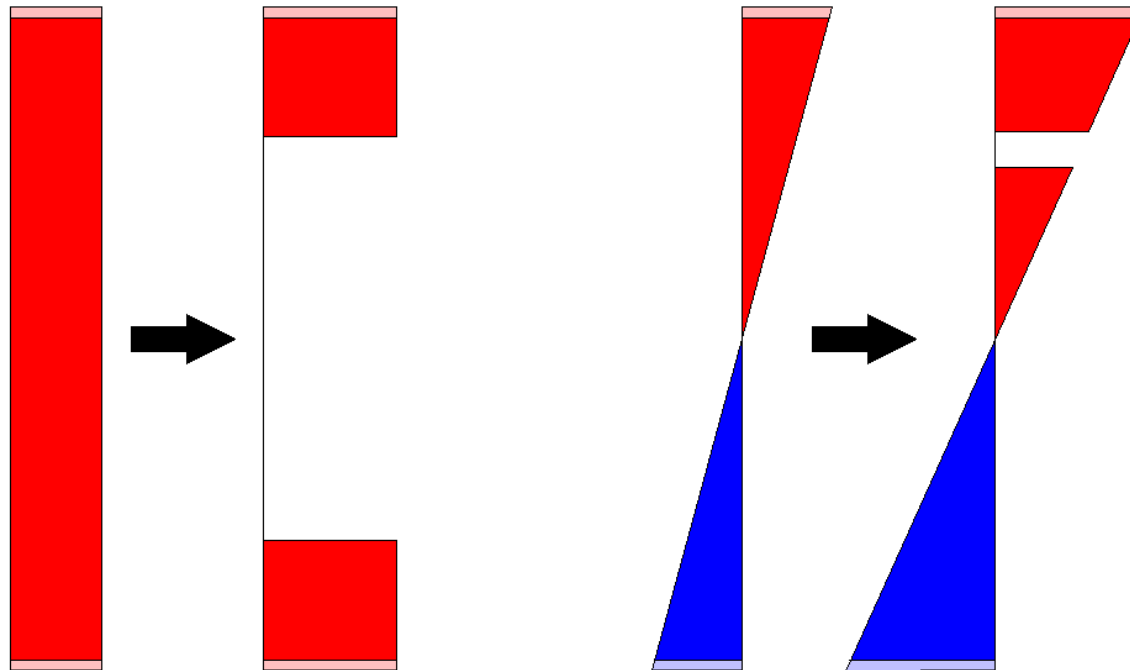
Na granicy średnika z półkami:

$$W_{y, \text{top}, \text{eff}, 3, M, \text{w-f}} = 10\,035,787 \text{ cm}^3$$

$$W_{y, \text{bottom}, \text{eff}, 3, M, \text{w-f}} = 10\,404,380 \text{ cm}^3$$

## IV środek ściskany - weryfikacja

Rozkład napr e  dla geometrii po III korku:  $A_{\text{eff}, 3}$ ,  $W_{y, \text{eff}, 3}$ . Całkowa zmiana wykresów napr e 



Rys: Autor

## Siła osiowa

Nowe wartości naprężeń w środku:

$$\sigma_{\max} = N_{\text{Ed}} / A_{\text{eff}, 3, N} = 64,722 \text{ kN} / 171,480 \text{ cm}^2 = 3,774 \text{ MPa} = \text{const (poprzednio } 2,503 \text{ Mpa} = \text{const)}.$$

Ale w dalszym ciągu jest to stały rozkład (const) naprężeń.  $\Psi = 1,0$  tak jak poprzednio. Tak jak poprzednio, ściskany jest cały środek (1 260 mm). Zatem wszystkie pozostałe kroki obliczeń nie ulegną zmianie i po IV kroku dostaniemy dokładnie taki samy wynik jak po III korku.

## Moment zginający

Nowe wartości naprężeń w środku :

$$\begin{aligned}\sigma_{\max, \text{top}} &= M_{y, \text{Ed}} / W_{y, \text{top, eff, 3, M, wf}} = 3\,361,320 \text{ kNm} / 10\,035,707 \text{ cm}^3 = \\ &= 334,936 \text{ MPa (ściskanie)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\max, \text{bottom}} &= -M_{y, \text{Ed}} / W_{y, \text{bottom, eff, 3, M, wf}} = -3\,361,320 \text{ kNm} / 10\,404,380 \text{ cm}^3 = \\ &= -323,068 \text{ MPa (rozciąganie)}\end{aligned}$$

Dodatkowo, z powodu przesunięcia efektywnego środka ciężkości, inna część środka ulega ścisnaniu: 64.1 cm (poprzednio 63 cm).

$\Psi$  = (rozciąganie / ściskanie) lub (mniejsze ściskanie / większe ściskanie)

$$\psi = -323,068 / 334,936 = -0,965$$

$$\Psi = -0,965 \rightarrow \text{tabela} \rightarrow k_{\sigma} = 7,81 - 6,29 \psi + 9,78 \psi^2 = 22,987 \quad (\text{poprzednio } 23,900)$$

$$\text{Stal S 355} \rightarrow f_y = 355 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \sqrt{(235 / f_y)} \rightarrow \varepsilon = \sqrt{(235 / 355)} = 0,814$$

Smukłość przy momencie zginającym:

$b$  – całkowita wysokość środnika;  $a$  – grubość spoiny;  $t_w$  – grubość środnika;

$$c = b - 2 a \sqrt{2} = 1\,260 - 14 = 1\,246 \text{ mm}$$

$$\lambda_p = (c / t_w) / (28,4 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}) = (1\,246 / 11) / (28,4 \cdot 0,814 \cdot \sqrt{22,987}) = 1,022$$

**Wartość graniczna smukłości (poprawka) ( $\psi = -0,965$ ):**

$$\mathbf{0,5 + \sqrt{(0,085 - 0,055 \psi)} = 0,872}$$

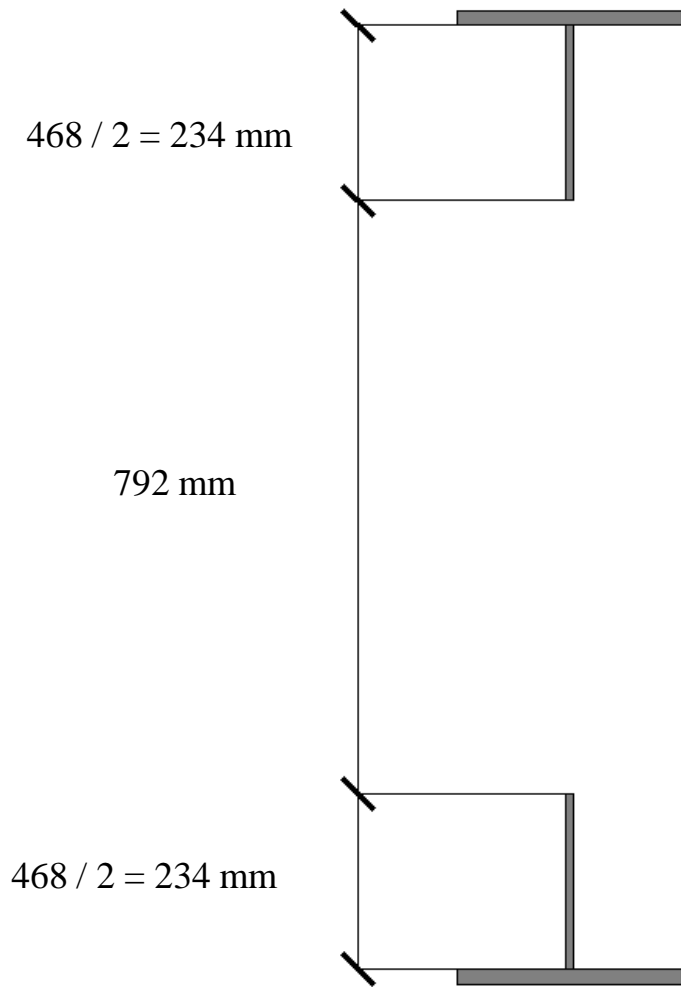
Smukłość większa od wartości granicznej, konieczna redukcja.

$$\rho = [\lambda_p - 0,055 (3 + \psi)] / \lambda_p^2 = [1,022 - 0,055(3 - 0,965)] / 1,022^2 = 0,871$$

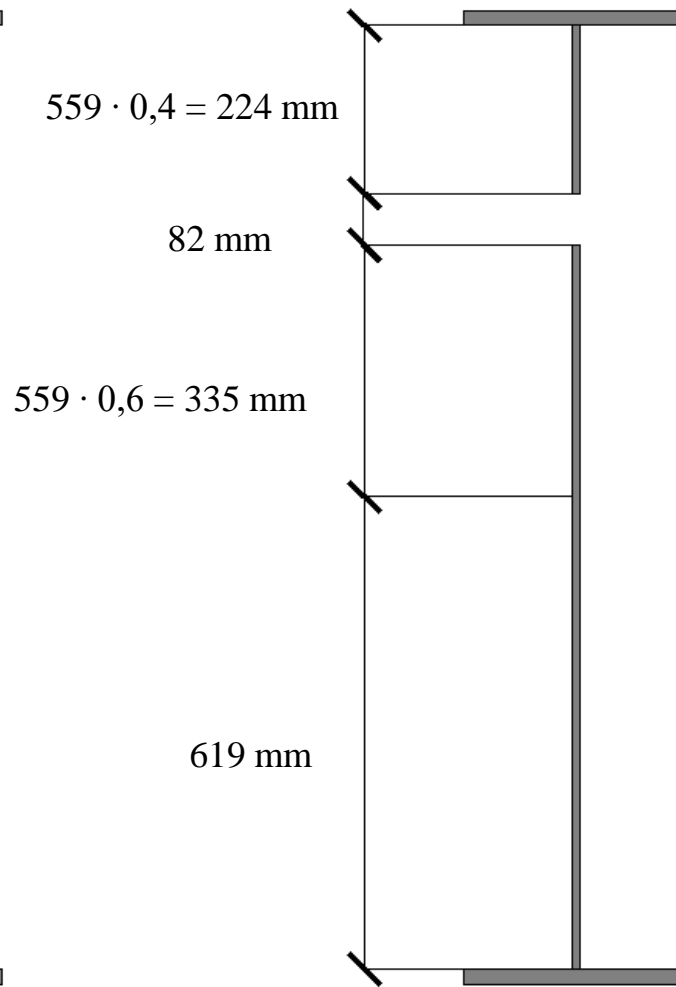
Wysokość strefy ściskanej po redukcji:  $641 \cdot 0,871 = 559 \text{ mm}$

# Geometria efektywna po IV korku:

Rys: Autor



Siła osiowa



Moment zginający

## Przeliczenie charakterystyk geometrycznych

Siła osiowa (bez zmian):

$$A_{\text{eff}, 4, N} = 171,480 \text{ cm}^2$$

Moment zginający:

$$A_{\text{eff}, 4, M} = 249,580 \text{ cm}^2$$

$$S_y \text{ (względem „pierwotnego” środka ciężkości)} = -329,230 \text{ cm}^3$$

$$\Delta_y = S_y / A_{\text{eff}, 4, M} = -1,3 \text{ cm (efektywny środek ciężkości)}$$

$$z_{\text{top}} = 64,3 \text{ cm}$$

$$z_{\text{bottom}} = 61,7 \text{ cm}$$

$$J_{\text{eff}, 4, M} = 621\,804,844 \text{ cm}^4$$

$$W_{y, \text{top}, \text{eff}, 4, M} = J_{\text{eff}, 4, M} / z_{\text{top}} = 9\,670,371 \text{ cm}^3$$

$$W_{y, \text{bottom}, \text{eff}, 4, M} = J_{\text{eff}, 4, M} / z_{\text{bottom}} = 10\,077,874 \text{ cm}^3$$

Na granicy półki i środka:

$$W_{y, \text{top}, \text{eff}, 4, M, \text{wf}} = 9\,980,816 \text{ cm}^3$$

$$W_{y, \text{bottom}, \text{eff}, 4, M, \text{wf}} = 10\,415,492 \text{ cm}^3$$

		A [cm <sup>2</sup> ]	W <sub>y, top</sub> [cm <sup>2</sup> ]	W <sub>y, bottom</sub> [cm <sup>2</sup> ]
0	Start	258,600	10 382,889	10 382,889
I	Efekt szerokiego pasa	258,600	10 382,889	10 382,889
II	Półka ściskana	258,600	10 382,889	10 382,889
III	Środek ściskany	171,480	9 722,658	10 068,212
IV	Środek ściskany - weryfikacja	171,480	9 670,371	10 077,874
...	...	...	...	...

Różnica między dwoma ostatnimi krokami

0,000 %

-0,538 %

0,096 %

Można przyjąć, że obliczenia kończymy gdy wszystkie różnice < 2%

$$N_{Rd} = A_{\text{eff}, 4, N} f_y / \gamma_{M0} = 6\,087,540 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = W_{y, \text{top}, \text{eff}, 4, M} f_y / \gamma_{M0} = 3\,432,982 \text{ kNm}$$

## Stateczność półki przy smukłym środniku

$$h_w / t_w \leq k (E / f_{yf}) [\sqrt{(A_w / A_{fc})}]$$

Klasa przekroju	k
1	0,30
2	0,40
3, 4	0,55

EN 1993-1-5 (8.1)

W Eurokodzie brak informacji, co należy zrobić, jeśli warunek nie jest spełniony → geometria dwuteownika musi spełniać warunek.

## Statecznośćśrodnika przy ścinaniu

w analogii do ściskania:

Gdy nie ma wyboczenia

$$N_{c,Rd (1-3)} = A f_y / \gamma_{M0}$$

Gdy jest wyboczenie

$$N_{c,Rd (1-3)} = \chi A f_y / \gamma_{M0}$$

Różnica: współczynnik wyboczeniowy  $\chi \leq 1,0$

Oba przypadki można zapisać jako:

$$N_{c,Rd (1-3)} = \chi A f_y / \gamma_{M0}$$

(jeśli wyboczenia nie ma,  $\chi = 1,0$ )

Zależność ogólna:

EN 1993–1–5 (5.1), (5.2)

$$V_{b,Rb} = \min \left[ \chi_w f_{yw} h_w t_w / (\gamma_{M1} \sqrt{3}) + V_{bf,Rd} ; \eta f_{yw} h_w t_w / (\gamma_{M1} \sqrt{3}) \right]$$

Nośność środnika

Nośność środnika

Wpływ utraty stateczności

Wpływ gatunku stali

Wsparcie przez półkę

Nośność środnika jest liczona identycznie dla wszystkich klas przekroju belki

Nośność środnika zależy od gatunku stali i geometrii przekroju

Wpływ utraty stateczności zależy od liczby i rozmieszczenia żeber poprzecznych i podłużnych, geometrii przekroju i gatunku stali

Wsparcie przez półkę zależy od obciążenia ( $N_{Ed}$ ,  $M_{Ed}$ ) i nośności półki

Wpływ gatunku stali zależy od gatunku stali

## Odporność na utratę stateczności przy ścinaniu

EN 1993-1-5 5.1(2):

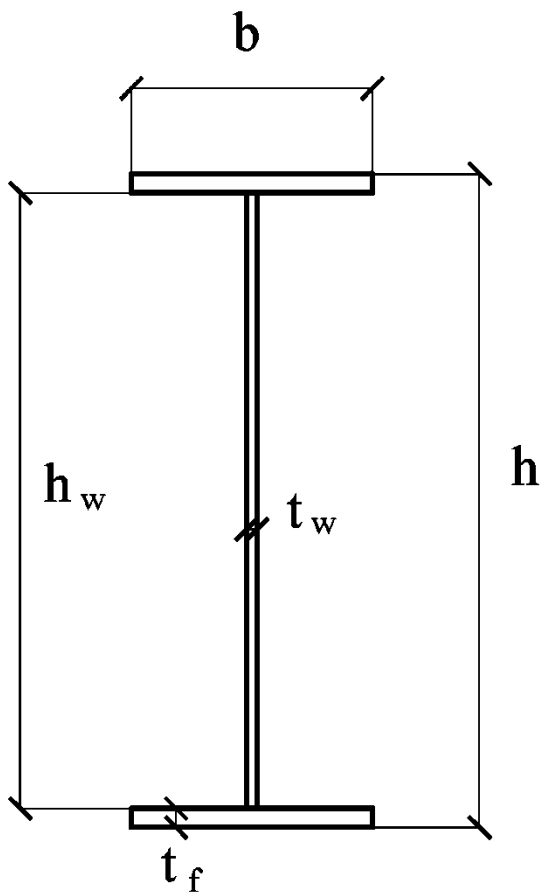
Brak żeber	Środek uźebrowany
$h_w / t_w \leq 72 \varepsilon / \eta$	$h_w / t_w \leq 31 \varepsilon \sqrt{k_\tau} / \eta$

$$k_\tau \rightarrow \#t / 46$$

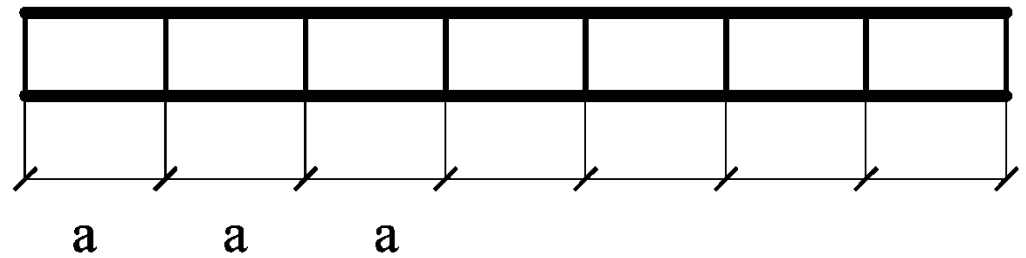
$f_y \leq 460 \text{ MPa}$	$f_y > 460 \text{ MPa}$
$\eta = 1,2$	$\eta = 1,0$

Warunek spełniony  $\rightarrow$  brak niestateczności  $\rightarrow \chi_w = 1,0$

Warunek niespełniony  $\rightarrow$  niestateczność  $\rightarrow \chi_w \leq 1,0 \rightarrow \#t / 48$



Geometria:



Rys: Autor

Żebra podłużne	Liczenie $k_{\tau}$ $\alpha = a / h_w$	
Brak	Procedure A	
1 lub 2	$\alpha < 3,0$ Procedura B	$\alpha \geq 3,0$ Procedura A
3 lub więcej	Procedura A	

### Procedura A

	$\alpha < 1,0$	$\alpha \geq 1,0$
$k_{\tau}$	$k_{zts} + 4,00 + 5,34 / \alpha^2$	$k_{zts} + 5,35 + 4,00 / \alpha^2$

$$k_{zts} = \max \{ [2,1 \sqrt[3]{(J_{st} / h_w)}] / t_w ; [9 h_w^2 \sqrt[4]{(J_{st} / (h_w t_w^3))}] / a^2 \}$$

$J_{st}$  – dla żebrow podłużnych (= 0 gdy brak)

EN 1993-1-5 A.3 (1)

### Procedura B

$$k_{\tau} = 4,1 + [6,3 + 0,18 J_{st} / (t^3 h_w)] / a^2 + 2,2 \sqrt[3]{[J_{st} / (t^3 h_w)]}$$

EN 1993-1-5 A.3 (2)

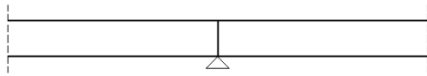
## Wpływ siły osiowej

$$\rho = 1 - N_{Ed} / [ (A_{f, top} + A_{f, bottom}) f_{yf} / \gamma_{M0} ]$$

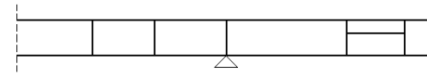
EN 1993-1-5 (5.9)

Dla obliczenia  $\chi_w$  ważna jest smukłość przy ścinaniu:

Rys: Autor



$$\bar{\lambda}_w = h_w / (86,4 t_w \varepsilon)$$



$$\bar{\lambda}_w = h_{wi} / (37,4 t_w \varepsilon \sqrt{k_\tau})$$

$$k_\tau \rightarrow \#t / 46$$

EN 1993-1-5 (5.5), (5.6)

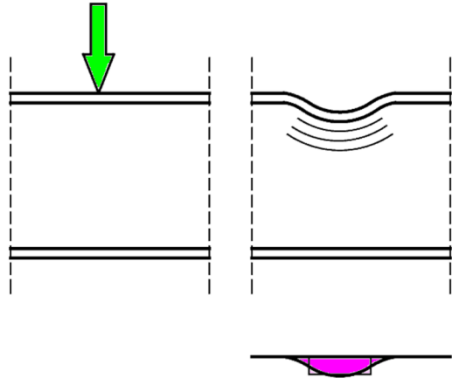
$\bar{\lambda}_w$	$\chi_w =$	
	Żebro sztywne	Żebro podatne
$< 0,83 / \eta$	$\min (1 ; \eta)$	
$0,83 / \eta \div 1,08$	$0,83 / \bar{\lambda}_w$	
$\geq 1,08$	$1,37 / (0,7 + \bar{\lambda}_w)$	$0,83 / \bar{\lambda}_w$

EN 1993-1-5 tab. 5.1

$\eta \rightarrow \#t / 44$

Różnica między żebrem sztywnym i podatnym  $\rightarrow$  wyk #21

## Sila poprzeczna



$$F_s / F_{Rd} \leq 1,0$$

$$F_{Rd} = f_{yw} L_{eff} t_w / \gamma_{M1}$$

$$L_{eff} = \zeta_y \chi_F$$

$$\text{EN 1993-1-5 (6.1)}$$

Rys: Autor

$$\chi_F = \min (1,0 ; 0,5 / \bar{\lambda}_F)$$

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{(\zeta_y t_w f_{yw} / F_{cr})}$$

$$\text{EN 1993-1-5 (6.2) - (6.5)}$$

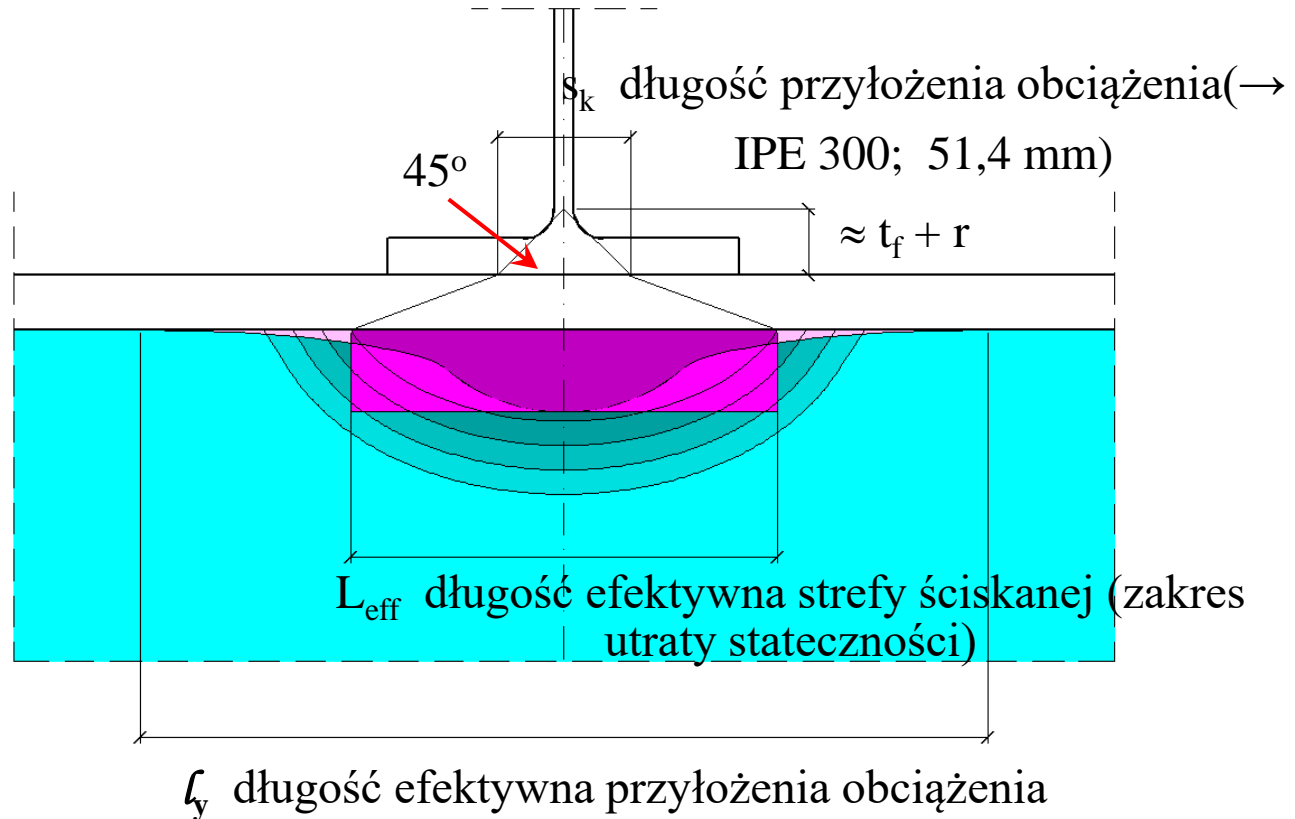
$$k_F \rightarrow \#t / 51$$

$$F_{cr} = 0,9 k_F E t_w^3 / h_w$$

$$\zeta_y \rightarrow \#t / 50, 52$$

## Długości:

Rys: Autor



EN 1993-1-5 fig. 6.1, gdy brak żeber podłużnych:

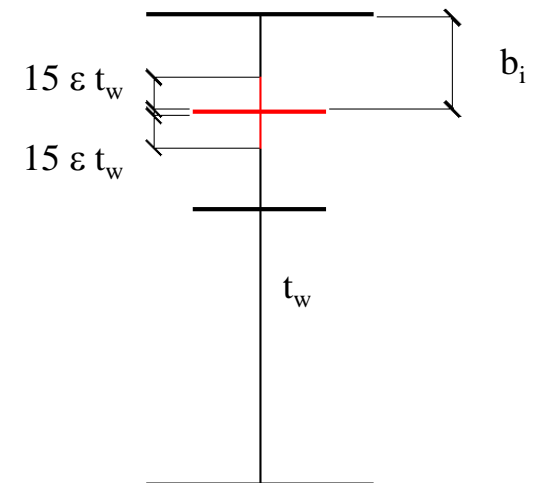
Rys: EN 1993-1-5 fig. 6.1

$k_F =$	$6 + 2 (h_w / a)^2$	$3,5 + 2 (h_w / a)^2$	$\min \{ 2 + 6 [ (s_s + c) / h_w ] ; 6,0 \}$

Wpływ żeber podłużnych:

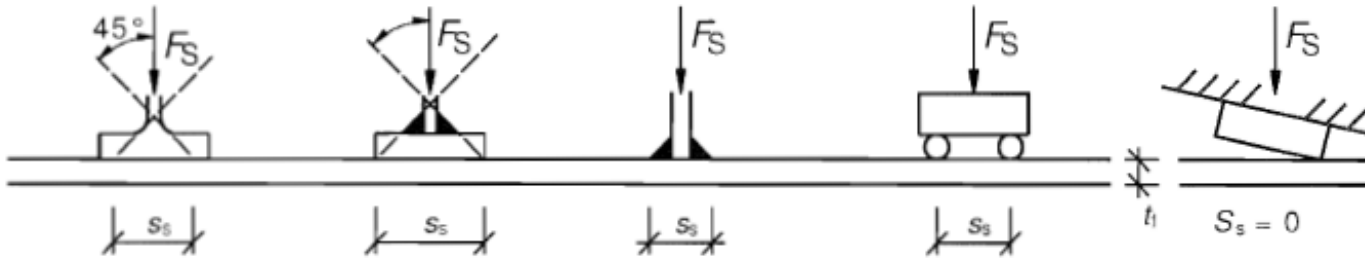
$$k_f = 6 + 2 (h_w / a)^2 + (5,44 b_i / a - 0,21) \sqrt{\gamma_s}$$

$$\gamma_s = \min [ 10,9 J_{st,I} / (h_w^3 t_w) ; 13 a / h_w + 210 (0,3 - h_{wi} / a) ]$$



EN 1993-1-5 (6.6), (6.7)

Rys: Autor



Rys: EN 1993-1-5 fig. 6.2

Rys: EN 1993-1-5 fig. 6.1

<p>EN 1993-1-5 fig. 6.1</p>		
<p><math>\zeta_y</math></p>	<p><math>\min \{ a ;</math> <math>s_s + 2 t_f [ 1 + \sqrt{ ( m_1 + m_2 ) } ] \}</math></p>	<p><math>\min \{ \zeta_e + t_f \sqrt{ [ m_1 / 2 + ( \zeta_e / t_f )^2 + m_2 ] } ;</math> <math>\zeta_e + t_f \sqrt{ [ m_1 + m_2 ] } \}</math></p>

$$\zeta_e = \min [ s_s + c ; k_F E t_w^2 / ( 2 f_{yw} h_w ) ]$$

$$m_1, m_2 \rightarrow \#t / 53$$

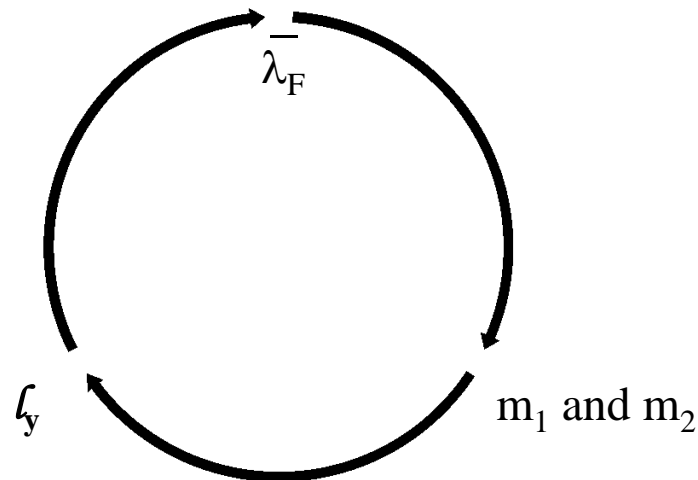
EN 1993-1-5 (6.10) - (6.13)

	$\bar{\lambda}_F \leq 0,5$	$\bar{\lambda}_F > 0,5$
$m_1$	$(f_{yf} b_f / f_{yw} t_w)$	
$m_2$	0	$0,02 (h_w / t_f)^2$

EN 1993-1-5 (6.8), (6.9)

$\bar{\lambda}_F \rightarrow \#t / 49$

Konieczność  
zastosowania  
procedury  
iteracyjnej:



Rys: Autor

## Interakcje sił przekrojowych $M_{Ed}$ , $V_{Ed}$ , $N_{Ed}$ , $F_s$

Przykład interakcji dla belki gorącowalcowanej: między siłą ścinającą a momentem zginającym

$$V_{Ed} / V_{c,Rd} \leq 0,5$$

Brak redukcji nośności na zginanie

$$0,5 < V_{Ed} / V_{c,Rd} \leq 1,0$$

Redukcja nosności na zginanie

$$\rho = [ 2 ( V_{Ed} / V_{c,Rd} ) - 1 ]^2$$

$$M_{y, V, Rd} = \min \{ M_{Rd} ; [W_{pl} - (\rho h_w^2 t_w / 4)] f_y / \gamma_{M0} \}$$

EN 1993-1-1 (6.29), (6.30)

Symbole:

$$\eta_1 = N_{Ed} / (f_y A_{eff} / \gamma_{M0}) + (M_{y, Ed} + N_{Ed} e_{y,N}) / (f_y W_{y, eff} / \gamma_{M0}) + \\ + (M_{z, Ed} + N_{Ed} e_{z,N}) / (f_y W_{z, eff} / \gamma_{M0}) \leq 1,0$$

EN 1993-1-5 (4.15)

$$\eta_2 = F_s / (f_{yw} L_{eff} t_w / \gamma_{M0}) \leq 1,0$$

EN 1993-1-5 (6.14)

$$L_{eff} \rightarrow \# t / 49$$

$$\eta_3 = V_{Ed} / V_{b, Rd} \leq 1,0$$

EN 1993-1-5 (5.10)

$$V_{b, Rd} \rightarrow \# t / 43$$

$$\bar{\eta}_1 = \max (M_{f,Rd} / M_{pl,Rd} ; M_{Ed} / M_{pl,Rd})$$

EN 1993-1-5 (7.1)

$$\bar{\eta}_3 = V_{Ed} / V_{bw,Rd}$$

EN 1993-1-5 (7.1)

$$V_{bw,Rd} = \chi_w f_{yw} h_w t_w / (\gamma_{M1} \sqrt{3})$$

## Interakcje:

Jeśli  $\bar{\eta}_3 \leq 0,5$ :

$$\eta_1 \leq 1,0 \quad \text{i} \quad \eta_2 \leq 1,0 \quad \text{i} \quad \eta_3 \leq 1,0 \quad \text{i} \quad \eta_2 + 0,8 \eta_1 \leq 1,4$$

Jeśli  $0,5 < \bar{\eta}_3 \leq 1,0$ :

$$\bar{\eta}_1 + (1 - M_{f,Rd} / M_{pl,Rd}) (2 \bar{\eta}_3 - 1)^2 \leq 1,0$$

i

$$\eta_1 \leq 1,0 \quad \text{i} \quad \eta_2 \leq 1,0 \quad \text{i} \quad \eta_3 \leq 1,0 \quad \text{i} \quad \eta_2 + 0,8 \eta_1 \leq 1,4$$

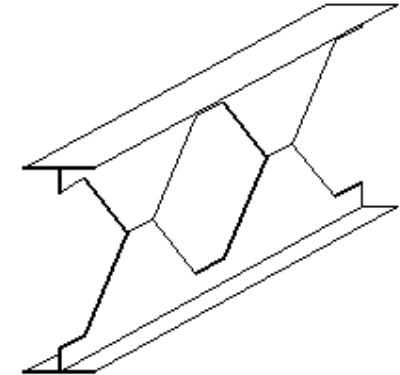
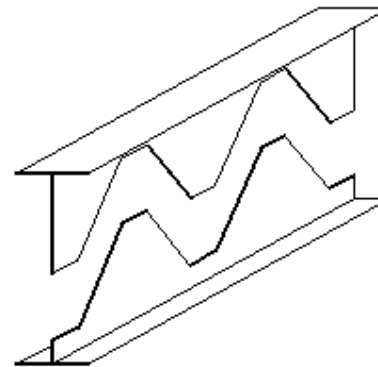
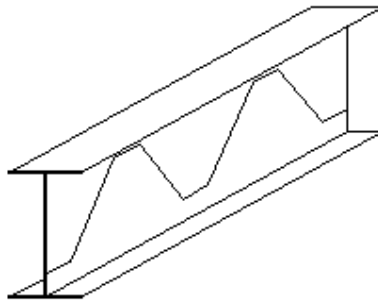
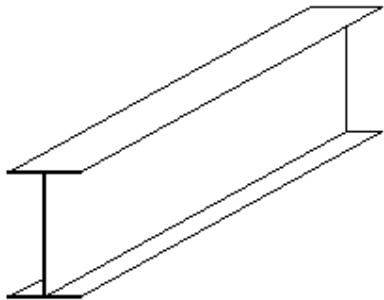
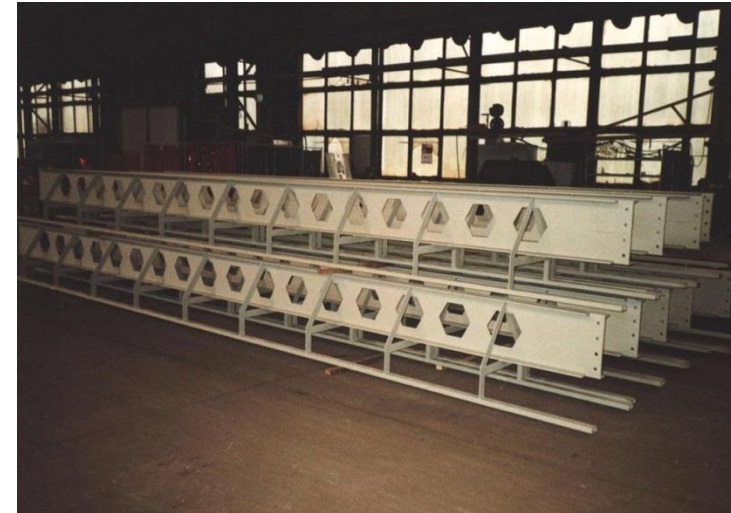
# Belki ażurowe

→ #8 / 35

Rys: zremb-wojkowice.pl



Rys: gunungsteel.com



Rys: Autor

Niezmieniony ciężar własny, znacznie większy moment bezwładności i wskaźnik wytrzymałości dla osi silnej, niezmienione charakterystyki dla osi słabej.



Elementy niezalecane dla konstrukcji narażonych na obciążenia dynamiczne. W miejscach koncentracji naprężeń (nad podporami, w połączeniach ze słupami) stosuje się środniki bez otworów.



Rys: rfstearns.com



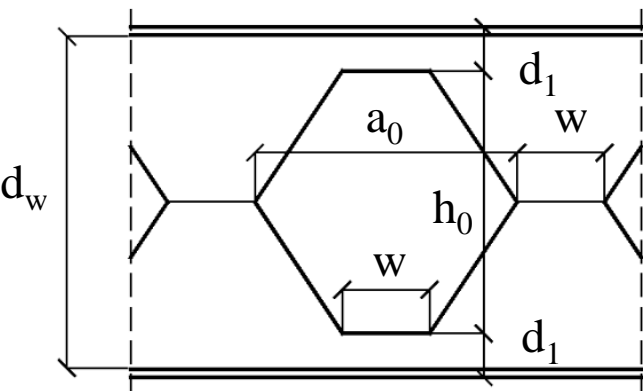
Rys: newsteelconstruction.com

Rys: abmrack.com

Sposób prowadzenia obliczeń nie jest całkiem jasny:

- belki ażurowe były przedstawione we wstępnej wersji Eurokodu ENV 1993-1-1 w roku 1992;
- ta część nie znalazła się w wersji ostatecznej EN 1993-1-1;
- obecnie trwają prace nad Eurokodem dla belek z dużymi otworami w środku o nazwie roboczej EN 1993-1-13 ; wstępny dokument był przedstawiony w roku 2018.

# Zalecana geometria (ENV 1993-1-1 )



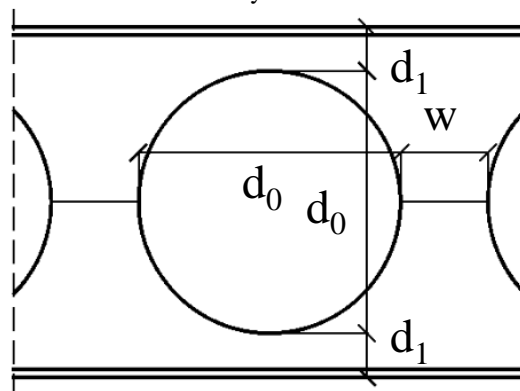
$$d_1 \geq 0,10 d_w$$

$$h_0 \leq 0,75 d_w$$

$$a_0 \leq h_0$$

$$0,25 a_0 \leq w \leq 0,50 a_0$$

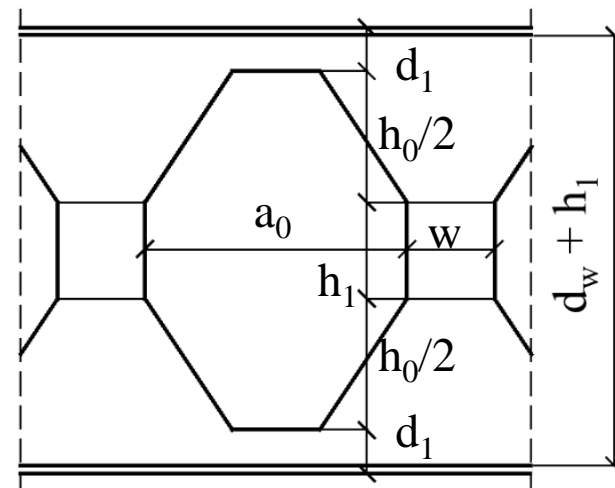
Rys: Autor



$$d_1 \geq 0,10 d_w$$

$$d_0 \leq 0,75 d_w$$

$$0,25 d_0 \leq w \leq 0,50 d_0$$



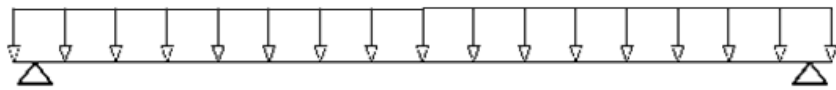
$$d_1 \geq 0,10 d_w$$

$$h_0 \leq 0,75 d_w$$

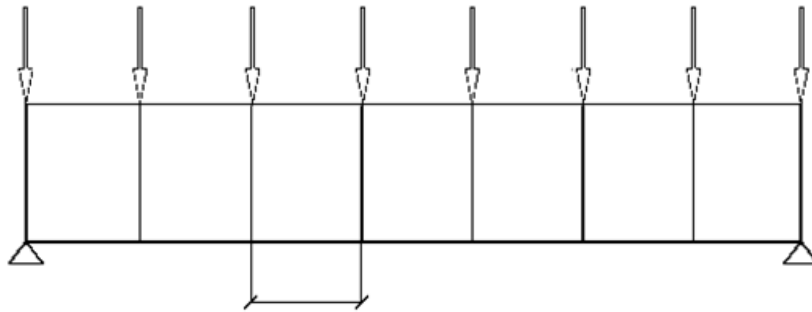
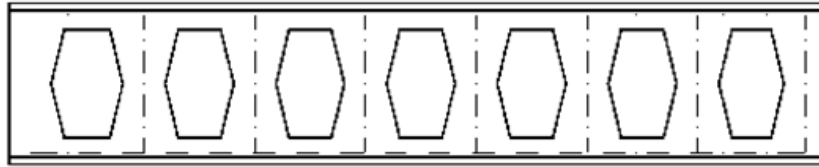
$$a_0 \leq h_0$$

$$0,25 a_0 \leq w \leq 0,50 a_0$$

$$w \leq h_1 \leq 2,00 w$$

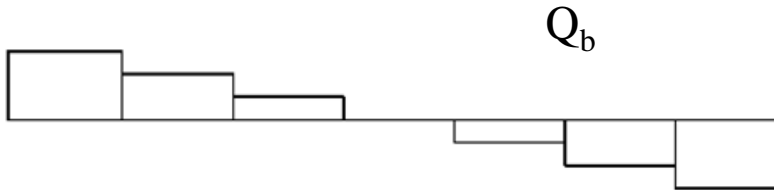
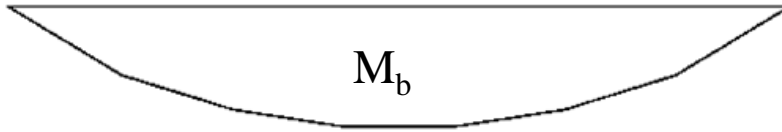


$q$



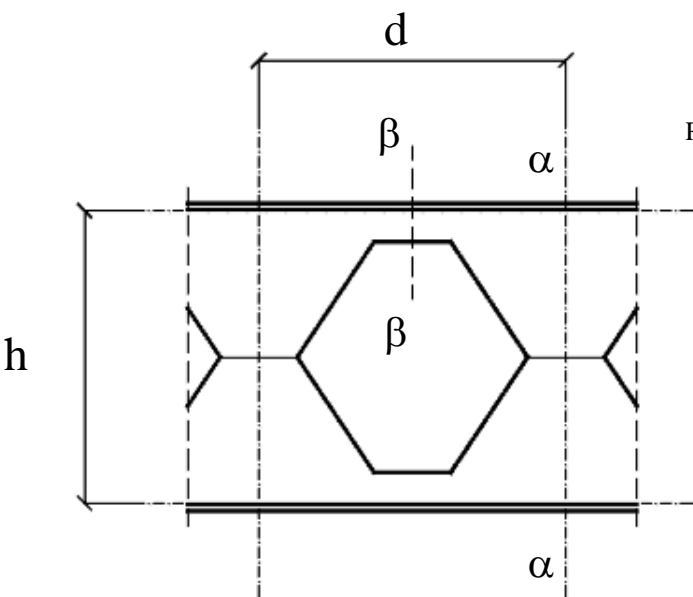
$P = q d$

$d$



Klasyczny algorytm obliczeń belki  
ażurowej

Rys: Autor



Rys: Autor

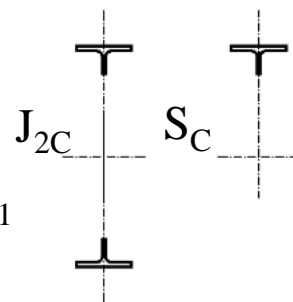
$P$  – obciążenie zewnętrzne ( $\rightarrow \#t / 61$ )

$Q_{b\beta} \rightarrow Q_b$  ( $\rightarrow \#t / 61$ ) w przekroju  $\beta-\beta$

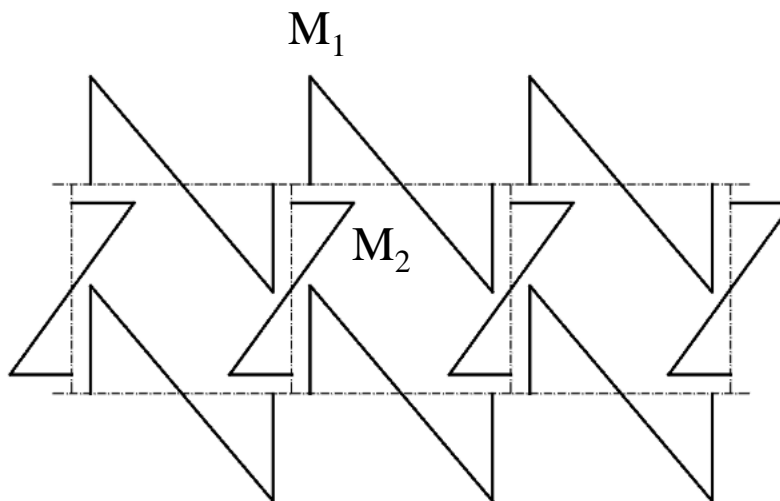
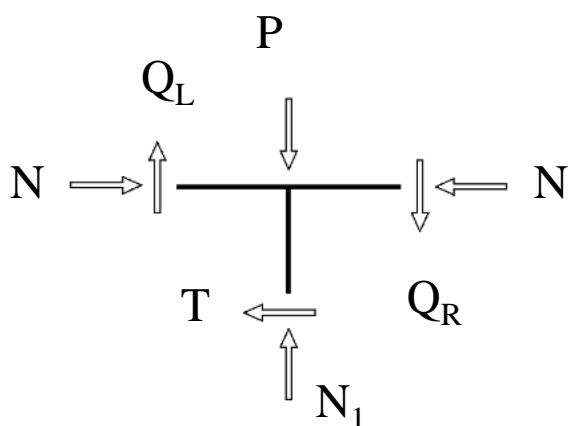
$M_{b\alpha} \rightarrow M_b$  ( $\rightarrow \#t / 61$ ) w przekroju  $\alpha-\alpha$

$$M_1 \approx Q_r z / 2 ; z = a_0 \text{ or } d_0$$

$$M_2 \approx T (h - y) / 2 ; y = h_0 \text{ or } d_0 \text{ or } h_0 + h_1$$



Rys: Autor



Rys: Autor

$$Q_L \approx (Q_{b\alpha} + P) / 2$$

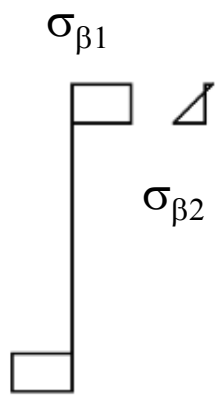
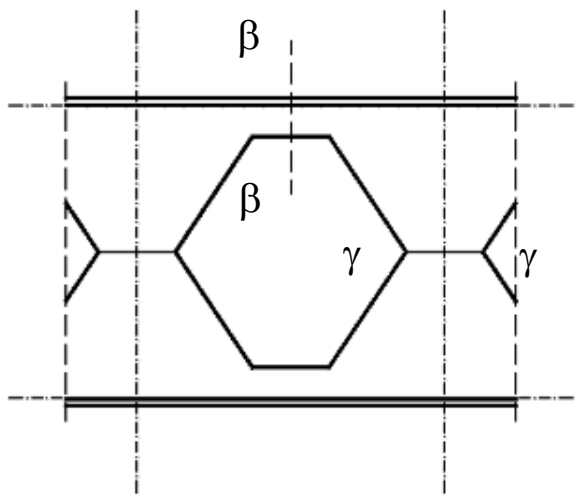
$$Q_R \approx Q_{b\alpha} / 2$$

$$N \approx M_{b\alpha} / h$$

$$T \approx (2Q_{b\beta} + P) d / (2 h)$$

$$N_1 \approx P / 2$$

Rys: Autor

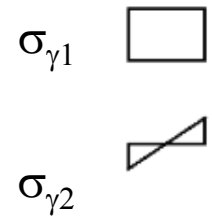


$$\sigma_{\beta 1} = N / A_C$$

$$\sigma_{\beta 2} = M_1 / W_C$$

$$\tau_{\beta} = Q_R / A_{Cv}$$

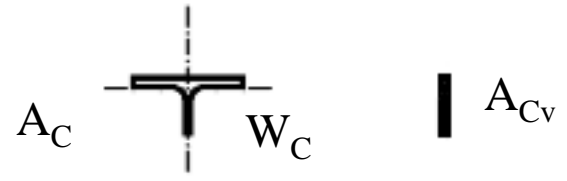
Rys: Autor



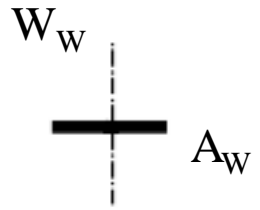
$$\sigma_{\gamma 1} = N_1 / A_W$$

$$\sigma_{\gamma 2} = M_2 / W_W$$

$$\tau_{\gamma} = T / A_W$$



Rys: Autor



Wymagane warunki:

- Nośność przekroju  $\beta$ – $\beta$ ;
- Stateczność przekroju  $\beta$ – $\beta$ ;
- Nośność przekroju  $\gamma$ – $\gamma$ ;
- Stateczność przekroju  $\gamma$ – $\gamma$ ;
- Stateczność globalna;
- Ugięcia;

Przekrój  $\beta$ - $\beta$ :

Nosność:

$$\{ \sqrt{ [ (\sigma_{\beta 1} + \sigma_{\beta 2})^2 + 3 (\tau_{\beta})^2 ] } \} / f_y \leq 1,0$$

Stability:

$$N_{eq} / (\chi N_{Rd}) \leq 1,0$$

$$N_{eq} = (\sigma_{\beta 1} + \sigma_{\beta 2}) A_C$$

$$N_{Rd} = A_C f_y$$



Rys: Validation of an analytical model for curved and tapered cellular beams at normal and fire conditions, S. Durif, O. Vassart, Periodica Polytechnica Civil Engineering 57(1):83 · January 2013



$\chi$  dla przekroju  $\beta$ - $\beta$

i długości krytycznej=  $d$  ( $\rightarrow$  #t / 62)

Rys: Autor

Przekrój  $\gamma$ - $\gamma$ :

Nośność:

$$\{ \sqrt{ [ (\sigma_{\gamma 1} + \sigma_{\gamma 1})^2 + 3 (\tau_{\gamma})^2 ] } \} / f_y \leq 1,0$$

Stability:

$$N_{eq} / (\chi N_{Rd}) \leq 1,0$$

$$N_{eq} = (\sigma_{\gamma 1} + \sigma_{\gamma 1}) A_w$$

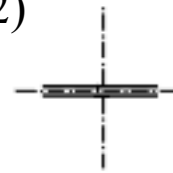
$$N_{Rd} = A_w f_y$$

$\chi$  dla przekroju  $\gamma$ - $\gamma$

i długości krytycznej =  $h$  ( $\rightarrow \#t / 62$ )



Rys: Validation of an analytical model for curved and tapered cellular beams at normal and fire conditions, S. Durif, O. Vassart, Periodica Polytechnica Civil Engineering 57(1):83 · January 2013



Rys: Autor

Analiza globalnej stabilności (różne typy) belek ażurowych jest skomplikowana. Należy obliczyć cztery najważniejsze charakterystyki geometryczne:

Charakterystyka	Ważna dla
$J_y$ ; moment bezwładności względem osi silnej	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wyboczenie względem osi silnej</li> </ul>
$J_z$ ; moment bezwładności względem osi słabej	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wyboczenie względem osi słabej                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Wyboczenie skretno-giętne                                     <ul style="list-style-type: none"> <li>Zwichrzenie</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>
$J_T$ ; moment bezwładności przy skręcaniu	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wyboczenie skretno-giętne                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Zwichrzenie</li> </ul> </li> </ul>
$J_w$ ; wycinkowy moment bezwładności	<ul style="list-style-type: none"> <li>Wyboczenie skretno-giętne                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Zwichrzenie</li> </ul> </li> </ul>

Ogólne informacje o niestateczności podane były na wyk. #5.

Najsłabszy przekrój – o największym prawdopodobieństwie wyboczenia – to przekrój przez otwór w środku. Geometria tego przekroju składa się z dwóch oddzielnych obszarów.



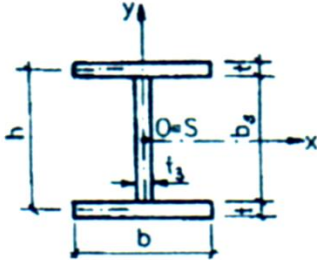
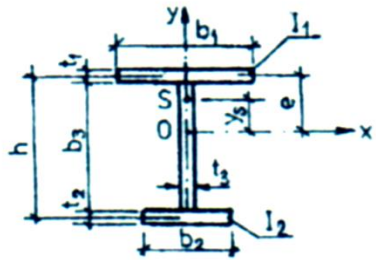
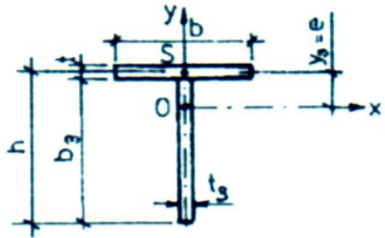
Rys: Autor

Liczenie  $J_y$  i  $J_z$  opiera się na twierdzeniu Steinera

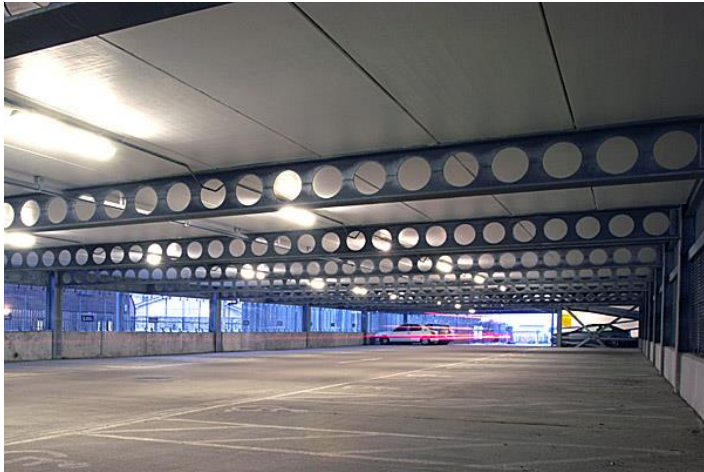
Dla  $J_T$  można przywołać wzory uproszczone ( $\rightarrow$  #t / 69)

Zgodnie z klasyczną teorią pręta cienkościennego,  $J_w$  można obliczyć tylko dla jednolitego przekroju poprzecznego, a nie dla zespołu oddzielnych części. Tak więc, istnieje problem z analizą zwiczenia.

If we have cross-section, which not exists in tables:

Przekrój	Cechy geometryczne
	$y_s = 0$ $I_\omega = \frac{I_y h^2}{4}$ $I_T = \frac{1}{3} (2 b t_f^3 + b_3 t_3^3)$ $r_x = 0$
	$y_s = \frac{1}{I_y} [e I_1 - (h - e) I_2] = e - \frac{I_2}{I_y} h$ $I_\omega = \frac{I_1 I_2 h^2}{I_1 + I_2}$ $I_T = \frac{1}{3} (b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3 + b_3 t_3^3)$ $r_x = \frac{1}{I_x} [y_s I_y + b_1 t_1 e^3 - b_2 t_2 (h - e)^3 + \frac{t_3}{4} [e^4 - (h - e)^4]]$
	$y_s = e$ $I_\omega = 0$ $I_T = \frac{1}{3} (b t_f^3 + b_3 t_3^3)$ $r_x = \frac{1}{I_x} [e I_y + b t_f e^3 + \frac{t_3}{4} [e^4 - (h - e)^4]]$

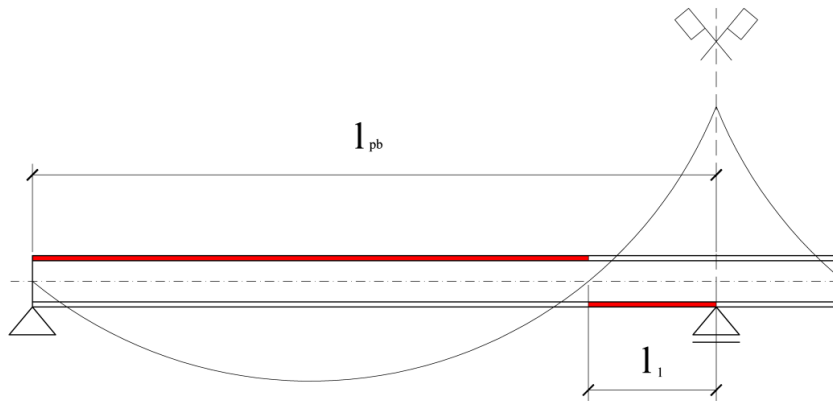
Belki azurowe najczęściej współpracują z płytami żelbetowymi, zabezpieczającymi je przed utratą stateczności.



Rys: steelconstruction.info



Rys: newsteelconstruction.com



Rys: Autor

Ale ta ochrona dotyczy przede wszystkim górnej półki. W pobliżu słupa półka dolna jest ściskana, a zwichrzenie zaczyna się od dolnej – niezabezpieczonej – półki.

Podpora na słupie powinna być wykonana dla pełnego, niezazurzonego przekroju. Jednak nie zawsze tak jest.



W przypadku problemu ze zwichrzeniem belki azurowej można zastosować uproszczoną metodę przedstawioną w EN 1993-6 6.3. Zwichrzenie przekroju azurowego oblicza się jako wyboczenie giętkie jednego pasa.

Rys: Autor



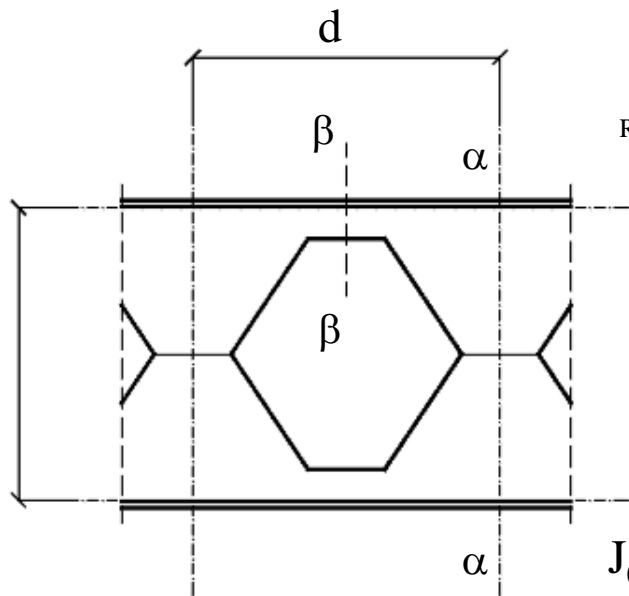
$$M_{Ed} / (\chi_{LT} M_{Rd}) \leq 1,0 \rightarrow N_{Ed, equ} / (\chi_y N_{Rd}) \leq 1,0$$

$N_{Rd}$  liczone dla przekroju T

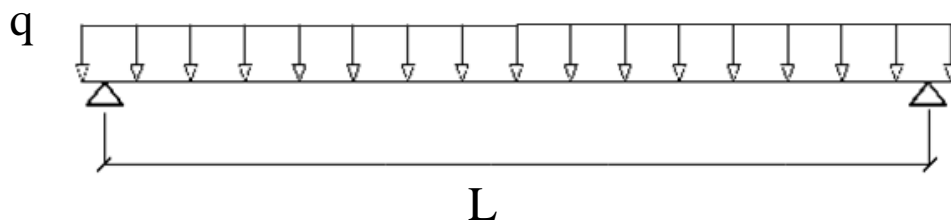
$\chi_y$  dla  $J_y$  (osi pionowej) przekroju T, krzywej wyboczeniowej c długości krytycznej, równej długości ściskanego odcinka półki.

$$N_{Ed, equ} = (\sigma_{\beta 1} + \sigma_{\beta 2}) A_C$$

$$\sigma_{\beta 1}, \sigma_{\beta 2}, A_C \rightarrow \#t / 63$$



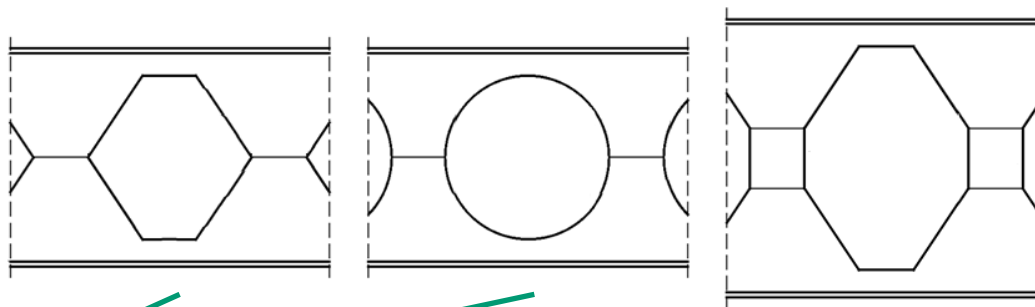
Rys: Autor



Ugięcia – metoda przybliżona

$$J_0 = (2 J_\beta + J_\alpha) / 3$$

Rys: Autor



$$\Delta = 5 q L^4 / (384 E J_0)$$

$$\Delta = 6 q L^4 / (384 E J_0)$$



Rys: borga.pl

## Elementy o zmiennych przekrojach

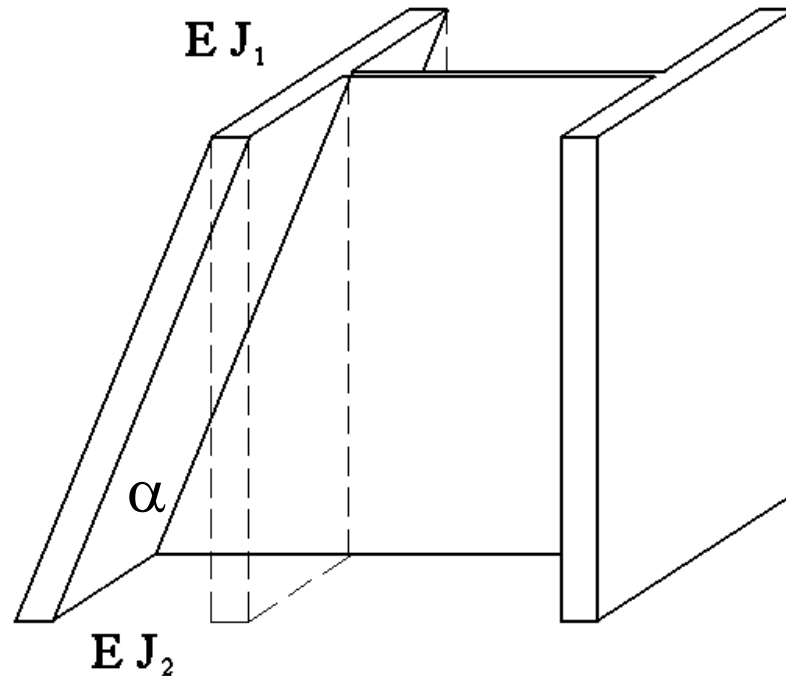


Rys: largohale.com.pl

1. Przypadek  $EJ = \text{const}$  jest najczęściej spotykany w konstrukcjach stalowych. Jeśli kąt zbieżności  $\alpha \leq 10^\circ$ , można pominąć fakt zmiany przekroju i do obliczeń przyjąć  $EJ = \min(EJ_1; EJ_2)$ . Jeśli kąt  $\alpha > 10^\circ$ , konieczne stają się dodatkowe obliczenia.



Rys: borga.pl

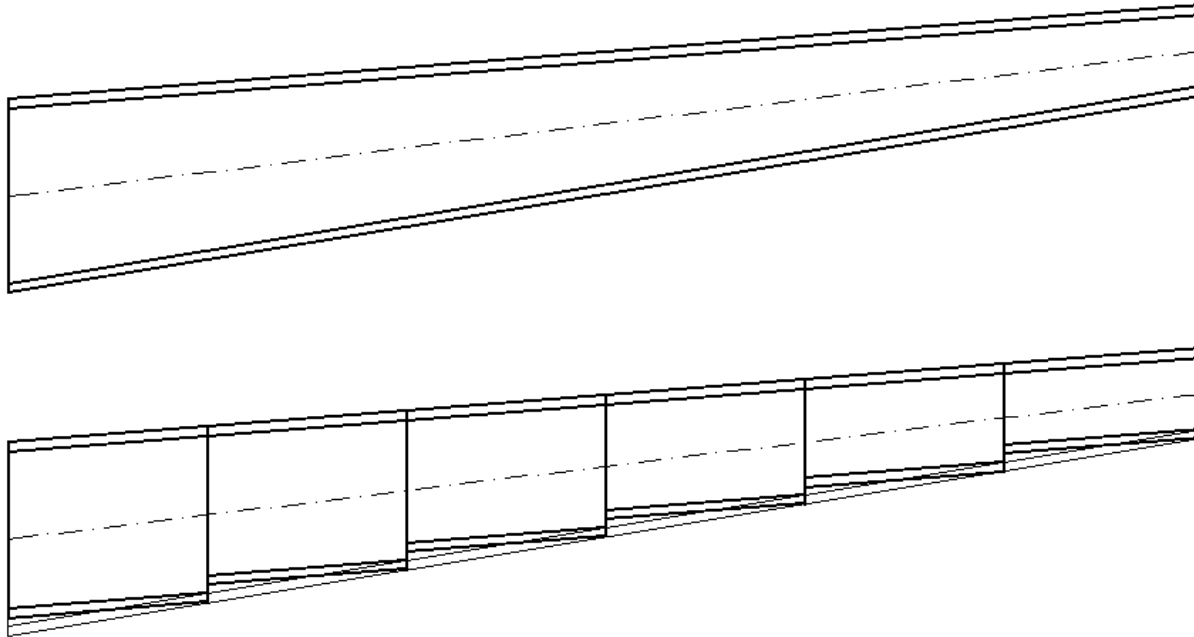


Rys: Autor

Dla obliczeń nośności (I – III klasa przekroju) można podzielić cały element na kilka części i dla każdej z nich przyjąć:

$$EJ = \min (EJ_1 ; EJ_2 ).$$

Rys: Autor



Bardziej skomplikowane są sprawy związane ze statecznością (zwichrzenie, wyboczenie, stateczność lokalna środnika ↔ przekrój efektywny dla IV klasy).

Eurokod definiuje kilka drobnych zmian we wzorach.

Zjawisko		Zmiana dla	Pokazana w
Stateczność lokalna środnika		$\rho$ 1993-1-5 4.2	1993-1-5 2.5
		$\lambda$ 1993-1-5 5	1993-1-5 B.1
		$e_0$ 1993-1-1 5.2	
Zwichrzenie, wyboczenie	Długość krytyczna	$\alpha_{cr}$ 1993-1-1 5.2, 6.3.4	1993-1-1 6.3.4
		$\alpha_{ult, k}$ 1993-1-1 6.3.4	1993-1-5 B2
	Długość samostateczna	$L_{stable}$	1993-1-1 BB.3.2 1993-1-1 BB.3.3.3

## Dwuteowniki z falistym środkiem



Rys: hxssvic.en.ec21.com

Siła osiowa i zginanie dwukierunkowe nie są zalecanymi sposobami obciążenia tego typu przekrojów.



Rys: zemanhdf.pl



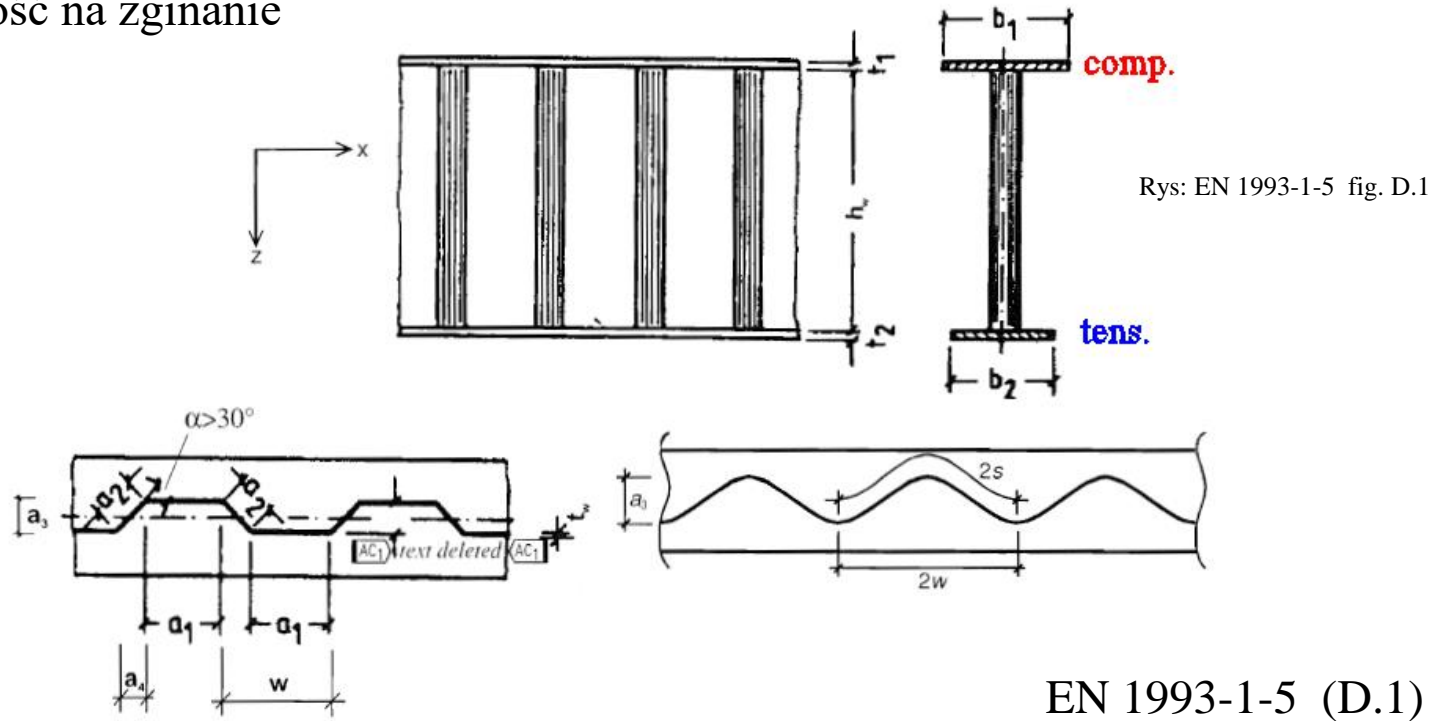
Rys: sugamengineers.com



Rys: builtconstructions.in

W miejscu dużej koncentracji naprężeń (nad podporami, w miejscu połączenia ze słupami, w miejscu załamania osi elementu) należy lokalnie dać „klasyczne” płaskie srodniki.

# Nosność na zginanie



$$M_{Rd} = \min( b_2 t_2 f_{yf,r} x / \gamma_{M0} ; b_1 t_1 f_{yf,r} x / \gamma_{M0} ; b_1 t_1 \chi f_{yf} x / \gamma_{M1} )$$

$$x = h_w + (t_1 + t_2)$$

$b_1, b_2$  - przekrój efektywny

$$f_{yf,r} \rightarrow \#t / 80$$

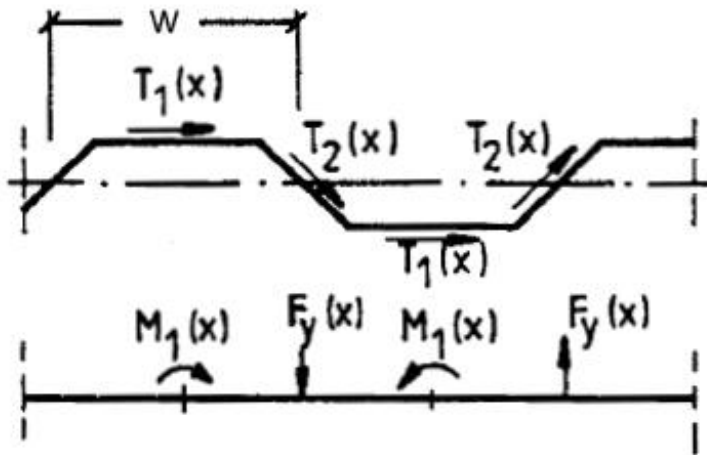
$$\chi \rightarrow \#t / 81$$

przekrój efektywny  $\rightarrow \#t / 82$

$$f_{yf,r} = f_{yf} f_T$$

EN 1993-1-5 (D.1)

	średnik sinusoidalny	inny średnik
$f_T$	1,0	$1 - 0,4 \sqrt{\{\sigma_x(M_z) / [f_{yf} / \gamma_{M0}]\}}$



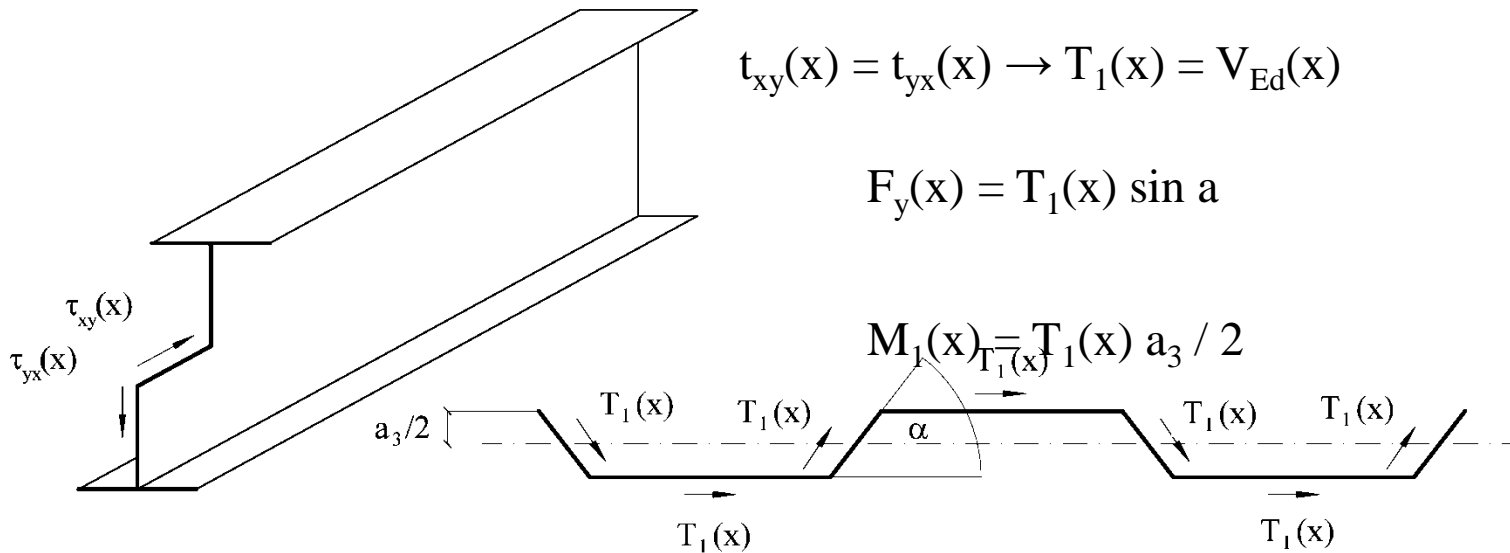
$$M_z = M_1(x)$$

Rys: EN 1993-1-5 fig. D.2

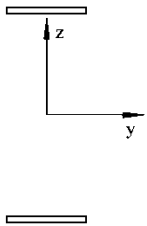
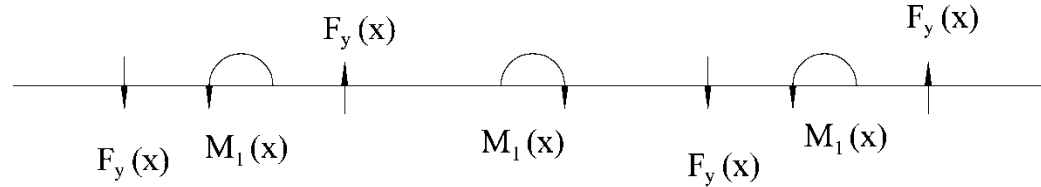
$$M_1(x), T_1(x) \rightarrow \#t / 81$$

$$t_{xy}(x) = t_{yx}(x) \rightarrow T_1(x) = V_{Ed}(x)$$

$$F_y(x) = T_1(x) \sin \alpha$$



Rys: Autor



Współczynnik wyboczeniowy

$$\chi = \chi_z$$

Liczony tylko dla przekroju półek

## Geometria efektywna:

Płaski środnik	Środnik falisty
Geometria początkowa $A_0 J_0$	Geometria początkowa $A_0 J_0$ półki
Efekt szerokiego pasa – tak samo oba przypadki	
Redukcja półki ściskanej (#t / 18-23)	Redukcja półki ściskanej – podobnie do płaskiego środnika; inny wzór dla $k_\sigma$ : 4.a. $k_\sigma = 0,43 + (b_1 / 2a)^2$ ; $a = a_1 + 2a_4$ or 4.b. $k_\sigma = 0,60$ $k_\sigma = \min (4.a. ; 4.b)$
Redukcja ściskanego środnika (#t / 24-33)	-
Weryfikacja ściskanego środnika (#t / 34-39)	Weryfikacja ściskanej półki
...	...
Zmiana % między dwoma ostatnimi wynikami	
Koniec obliczeń przy małej zmianie	

## Nośność na ścinanie

$$V_{Rd} = \chi_c f_{yw} h_w t_w / (g_{M1} \sqrt{3})$$

$$\chi_c = \min (\chi_{c,1} ; \chi_{c,g})$$

$$\chi_{c,g} \rightarrow \#t / 84$$

EN 1993-1-5 (D.4)

$$\chi_{c,1} = \min [1,0 ; 1,15 / (0,9 + \lambda_{c,1})]$$

$$\lambda_{c,1} = \sqrt{[ f_y / (\tau_{cr,1} \sqrt{3}) ]}$$

	Środek sinusoidalny	Inny
$\tau_{cr,1}$	$[ 5,34 + a_3 s / (h_w t_w ) ] (t_w / s)^2 \{ \pi^2 E / [12 (1-\nu^2) ] \}$	$4,83 E (t_w / a_{max})^2$

$$a_{max} = \max (a_1 ; a_2)$$

$$a_1 , a_2 , s \rightarrow \#t / 79 \text{ (rys)}$$

$$\chi_{c,g} = \min [1,0 \quad ; \quad 1,5 / [0,5 + (\bar{\lambda}_{c,g})^2]$$

$$\bar{\lambda}_{c,g} = \sqrt{[ f_y / (\tau_{cr, g} \sqrt{3}) ]}$$

$$\tau_{cr, g} = 32,4 \sqrt[4]{(D_x D_z^3) / (h_w^2 t_w)}$$

$$D_x = t_w^3 E w / [12 s (1-\nu^2) ]$$

$$D_z = E J_z / w$$

w, s → #t / 79 (rys)

## Dźwigary skrzynkowe

Przekroje używane przede wszystkim w konstrukcjach używanych do transportu. Przekroje zamknięte z blach płaskich, wzmocnionych żebrami podłużnymi i poprzecznymi.



Rys: steelconstruction.info



Rys: pixhder.com



Rys: constructionRysgraphy.com

# Mosty stalowe, galerie transportowe.

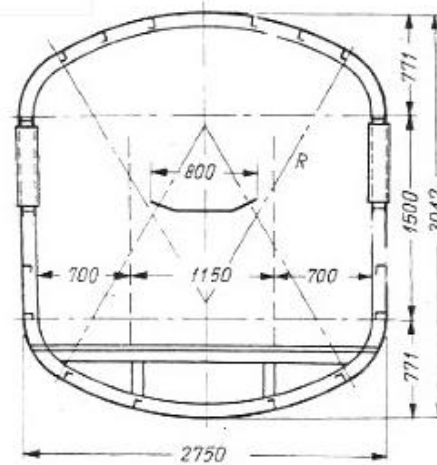
Rys: newsgd.com



Rys: china.org.cn



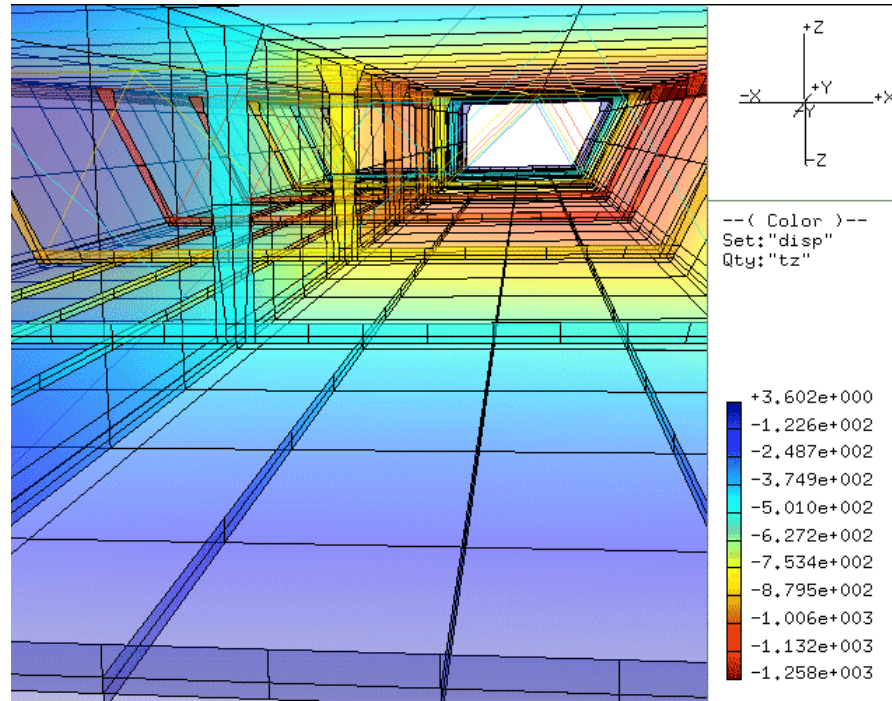
Rys: cambelt.com



Rys: chodor-projekt.net

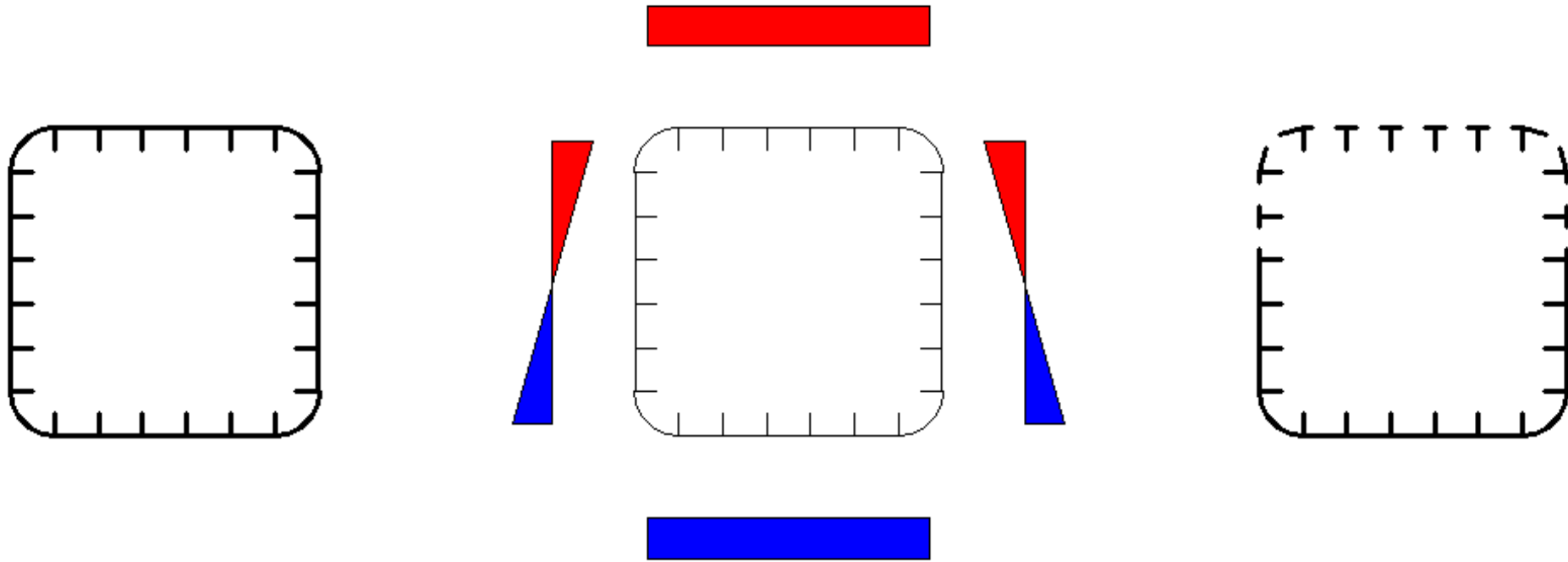
Możliwe są dwa sposoby obliczania takich konstrukcji.

Pierwsza to wykonanie pełnego modelu przy użyciu MES.



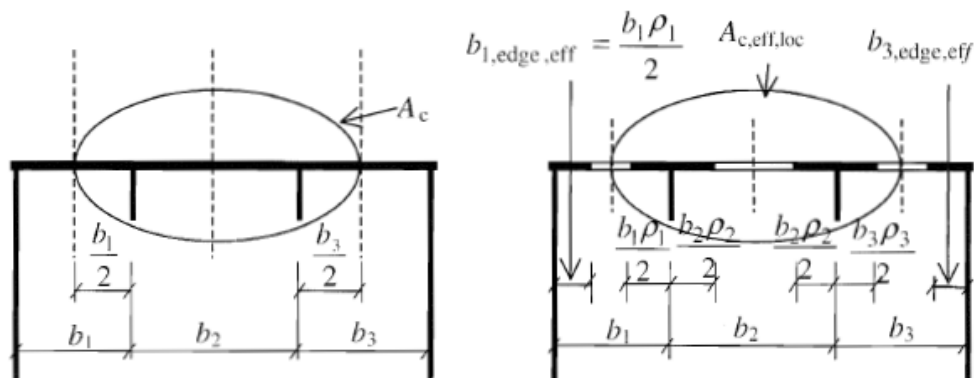
Rys: essie.ufl.edu

Metoda druga: dźwigar skrzynkowy jest traktowany jako pręt. Wyliczane są siły przekrojowe i naprężenia. Na podstawie naprężeń i geometrii przekroju obliczana jest geometria efektywna. Nośność wynika z geometrii efektywnej.

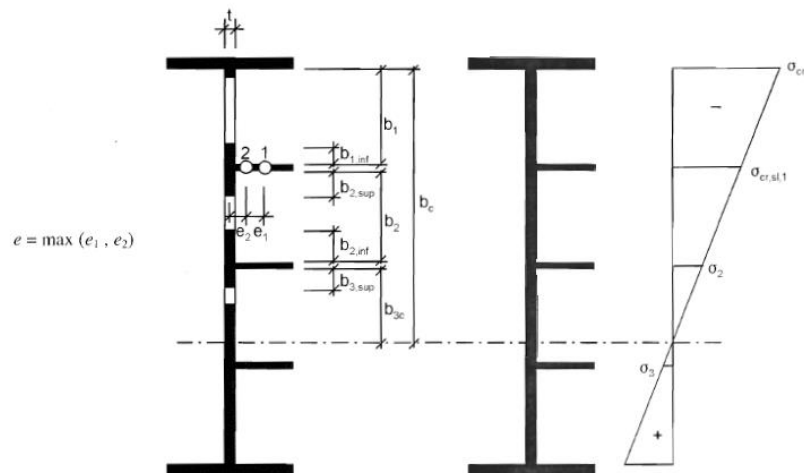


Rys: Autor

Obliczenie efektywnej geometrii przekroju skrzynekowego z żebrami podłużnymi – uogólnienie metody dla średnika dwuteownika. Przedstawiona jest w EN 1993-1-5 p.4.5; dodatkowe informacje w EN 1993-1-5 załącznik A.



Rys: EN 1993-1-5 fig. 4.4



Rys: EN 1993-1-5 fig. A.1

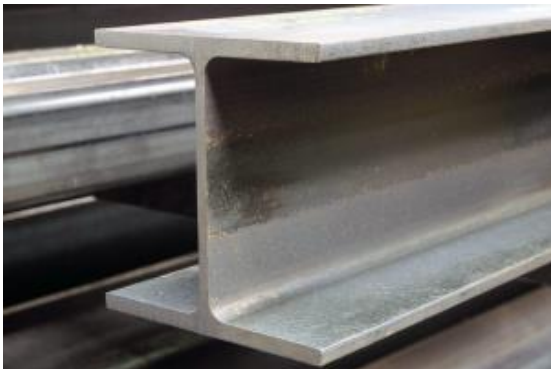
## Podsumowanie

Zagadnienie	Belka gorącowlacowana	Błachownica spawana
Klasa przekroju (najczęściej)	I, II	III, IV
Analiza	Plastyczna (I – dodatkowo redystrybucja)	Sprężysta (IV – dodatkowo geometria efektywna)
Efekt szerokiego pasa	Te same wymagania	
Nośność	Ścinanie, zginanie, ich interakcja; (siła poprzeczna nie stanowi zagrożenia dla większości przekrojów)	Ścinanie, zginanie, siła poprzeczna, ich interakcje
Stateczność lokalna	Przy sile ścinającej (zazwyczaj nie stanowi zagrożenia dla gorącowlacowanych)	Cztery formy utraty stateczności lokalnej (→#t / 6-9)
Stateczność globalna	Zwichrzenie (geometria całkowita, nie efektywna)	
Ugięcie	Te same wymagania	
Powód zastosowania	Łatwe w użyciu „fabryczne wymiary” zabezpieczają przed częścią niestateczności lokalnych	Dowolnie duża wysokość przekroju (w teorii – dowodnie duża nośność na zginanie)

## Goręcowałcowane i spawane v.s. ażurowe:



Rys: weldingweb.com



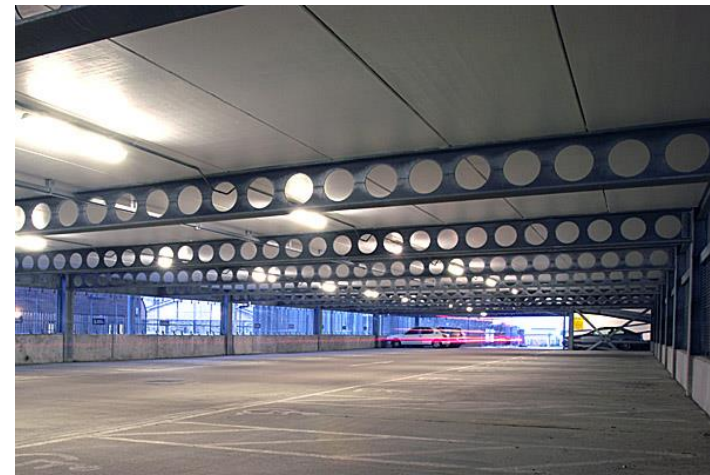
Rys: harrissteels.co.uk

Lżejsze w przypadku konstrukcji zespolonych →

Łatwe umieszczanie przewodów i instalacji →

Bardziej skomplikowana produkcja →

Niezalecane obciążenia dynamiczne →



Rys: steelconstruction.info

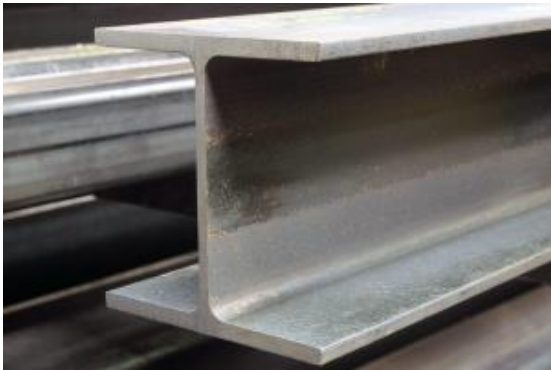


Rys: c-beams.com

Goręcownicowe & spawane v.s. zbieżne:



Rys: weldingweb.com



Rys: harrissteels.co.uk

Lżejsza konstrukcja →

Lepsze dopasowanie przekroju do sił przekrojowych →

Bardziej skomplikowana produkcja →

Bardziej skomplikowane obliczenia stateczności globalnej →

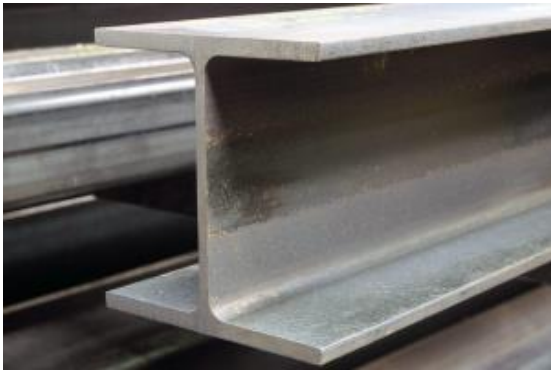


Rys: borga.pl

Goręcownicowe & spawane v.s. z falistym środnikiem:



Rys: weldingweb.com



Rys: harrissteels.co.uk

Wyższa nośność na ścinanie i siłę poprzeczną →

Mniejsza nośność na zginanie →

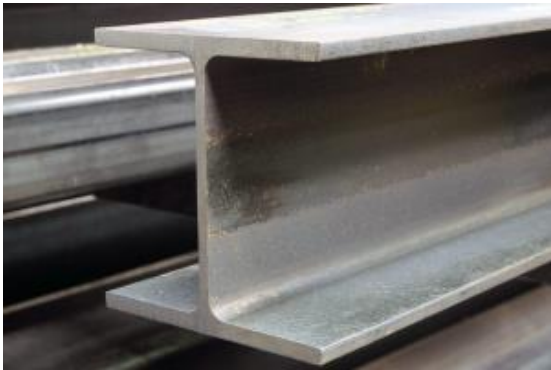
Bardziej skomplikowana produkcja →



Rys: hxssvic.en.ec21.com



Rys: weldingweb.com



Rys: harrissteels.co.uk

Goręcowałcowane & spawane  
v.s. skrzynkowe:

Zalecane dla mostów →

Bardziej skomplikowana  
produkcja →



Rys: pixhder.com

## Zagadnienia egzaminacyjne

Wstępny dobór geometrii przekroju

Algorytm obliczeń geometrii efektywnej

Niestateczności lokalne w IV klasie przekroju

Zabezpieczenie półki i środka przed niestatecznością

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż. Tomasz Michałowski

[tmichal@usk.pk.edu.pl](mailto:tmichal@usk.pk.edu.pl)