

Konstrukcje metalowe
Wykład XI
Belki gorącowalcowane

Spis treści

Siły przekrojowe → #t / 3

Geometria przekroju → #t / 6

Eksperyment → #t / 19

Wzory na nośność → #t / 40

Efekt szerokiego pasa → #t / 75

Redystrybucja momentów zginających → #t / 78

Ugięcia → #t / 95

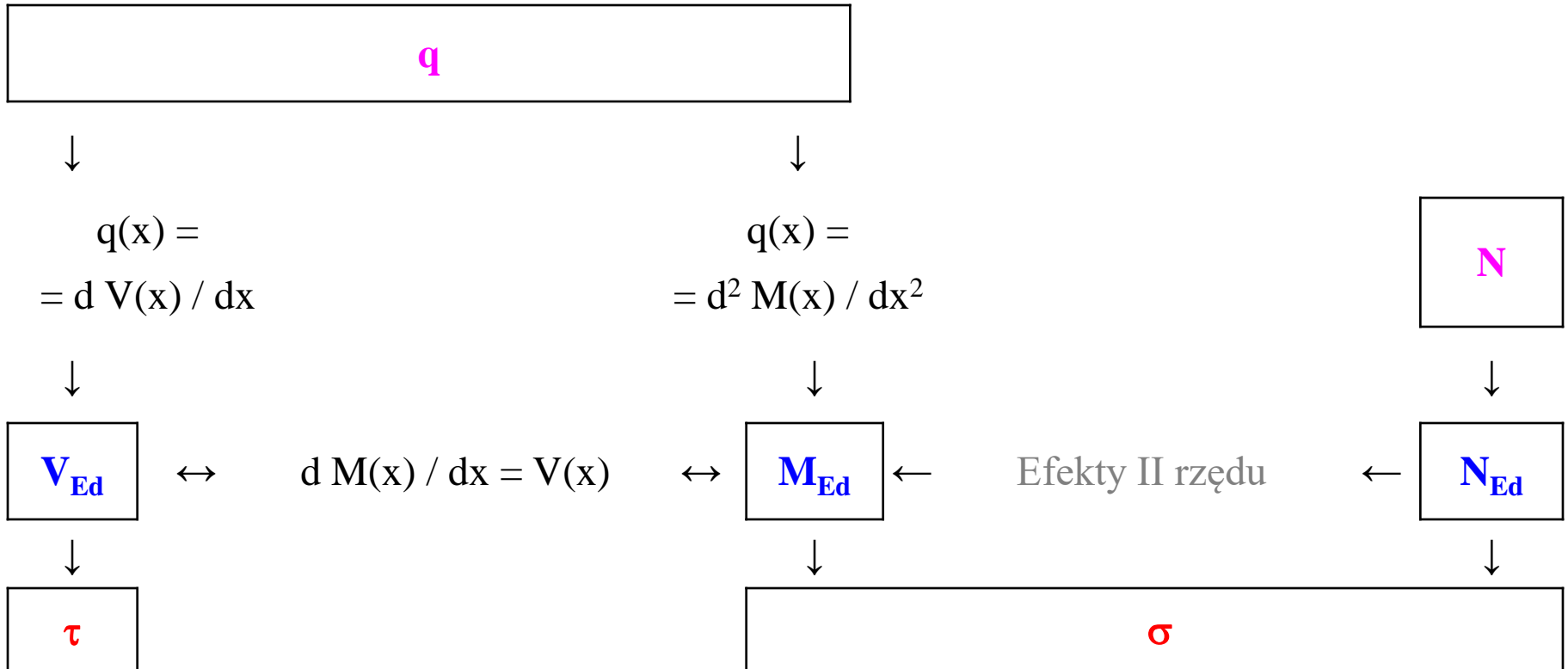
Podsumowanie → #t / 96

Zagadnienia egzaminacyjne → #t / 97

Siły przekrojowe występujące w różnych typach elementów

	N_{Ed}	M_{Ed}	V_{Ed}
Pręt kratowy	+	(+)	(+)
Pręt stężenia	+	(+)	(+)
Belka	(+)	+	+
Słup	+	+	+

Zależności pomiędzy obciążeniem, siłami przekrojowymi oraz naprężeniami



Eurokod nie różnicuje belek i słupów. Oba typy elementów są traktowane tak samo: występują w nich momenty zginające, siły ścinające i siły osiowe. Ponadto należy wziąć pod uwagę interakcje między tymi siłami.

W trakcie wykładu zostaną przedstawione osobno elementy

zginane walcowane na gorąco (#11),

zginane spawane (#12)

ściskane (#13).

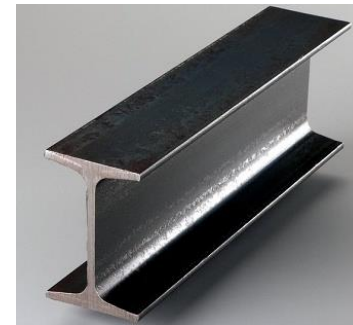
Geometria przekroju

W przypadku belek najważniejszą sprawą jest moment zginający. Z tego powodu stosuje się specyficzny kształt przekroju: dwuteowniki.

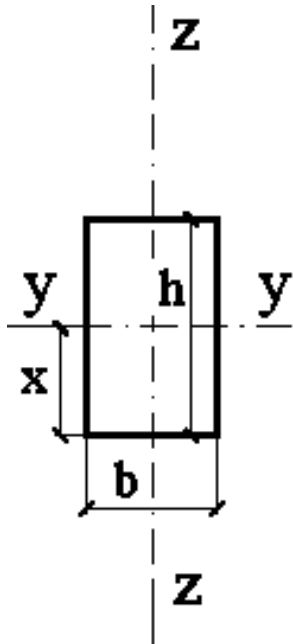


Rys: weldingweb.com

Rys: discountsteel.com



Charakterystyki geometryczne - przekrój prostokątny



$$A = b h$$

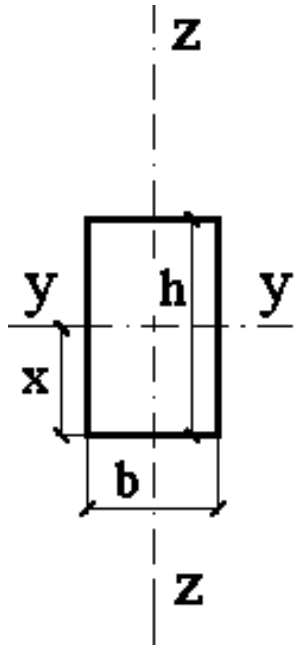
$$J_y = b h^3 / 12$$

$$W_y = J_y / x_{\max} = J_y / (0,5h) = b h^2 / 6$$

$$i_y = \sqrt{(J_y / A)} = h / (2 \sqrt{3})$$

$$\sigma = M_y / W_y \leq f_y \rightarrow M_{y \max} = W_y f_y$$

Jaki jest najlepszy kształt dla przekroju zginanego, gdy mamy do czynienia z realnymi ograniczeniami :



$A \rightarrow$ możliwie małe (mały ciężar własny)

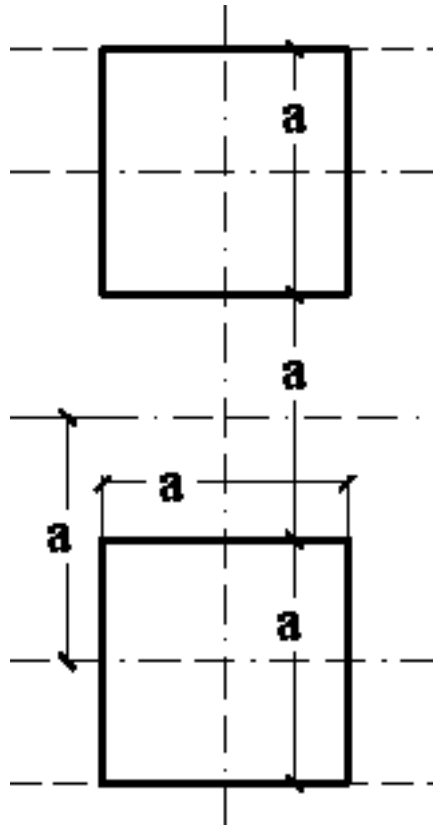
$W_y \rightarrow$ możliwie duży (duża nośność przekroju)

$h \rightarrow$ ograniczone (ograniczenie wysokości elementu)

Na przykład:

$$A = 2 a^2$$

$$h \leq 3a$$



$$J_y = 2 [b h^3 / 12] + 2 [A_1 d^2]$$

Sztywność własna Twierdzenie Steinera

$$b = a \quad h = a \quad d = a \quad x = 1,5 a \quad A_1 = a^2$$

$$J_y = 2 [b h^3 / 12] + 2 [A_1 d^2] =$$

$$= 0,167 a^4 + 2,000 a^4 = 2,167 a^4$$

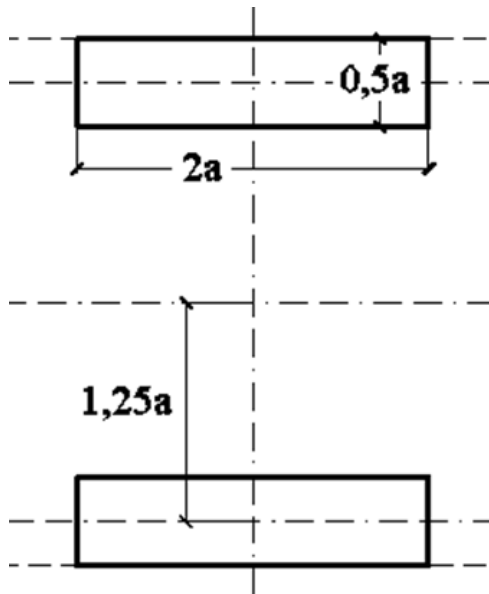
$$W_y = J_y / x = 1,444 a^3$$

$$i_y = \sqrt{ (J_y / A) } = 1,041 a$$

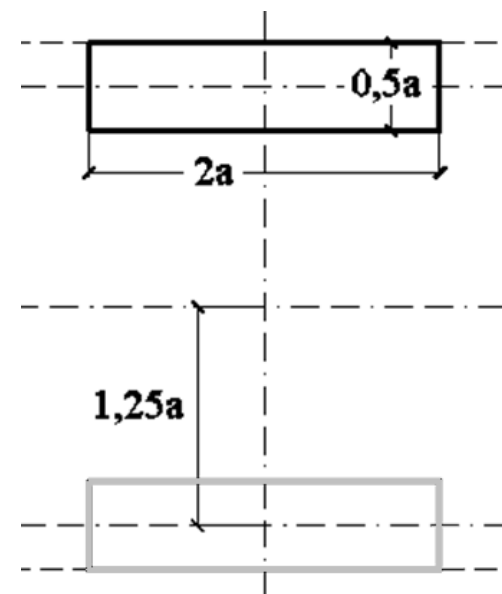
$$M_{y \max} = 1,444 a^3 f_y$$

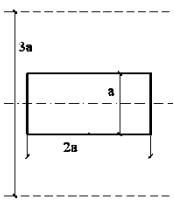
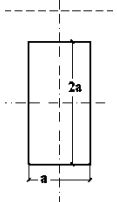
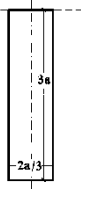
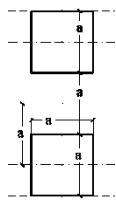
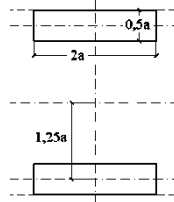
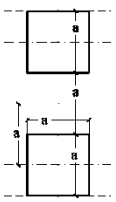
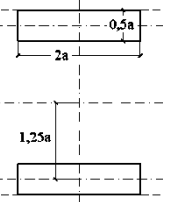
Część wynikająca z twierdzenia Streinera można uwzględnić **tylko wtedy, gdy istnieje sztywne połączenie między analizowanymi fragmentami przekroju.**

Górna i dolna część przekroju współpracują wyłącznie wtedy, gdy jest między nimi połączenie.



Rys: Autor

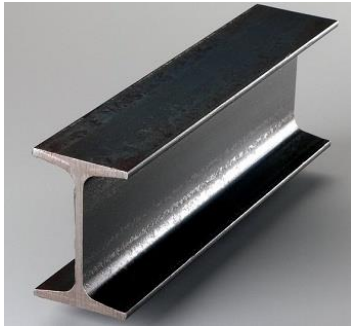


				Twierdzenie Steinera		Bez twierdzenia Steinera	
							
A	$2a^2$	$2a^2$	$2a^2$	$2a^2$	$2a^2$	$2a^2$	$2a^2$
J_y	$0,167 a^4$	$0,667 a^4$	$1,500 a^4$	$2,167 a^4$	$3,167 a^4$	$0,167 a^4$	$0,042 a^4$
W_y	$0,333 a^3$	$0,667 a^3$	$1,000 a^3$	$1,444 a^3$	$2,111 a^3$	$0,111 a^3$	$0,028 a^3$
i_y	$0,289 a$	$0,577 a$	$0,866 a$	$1,041 a$	$1,258 a$	$0,289 a$	$0,145 a$
$M_{y \max}$	$0,333 a^3 f_y$	$0,667 a^3 f_y$	$1,000 a^3 f_y$	$1,444 a^3 f_y$	$2,111 a^3 f_y$	$0,111 a^3 f_y$	$0,028 a^3 f_y$
J_y	1,000	4,000	9,000	13,000	19,000	1,000	0,250
W_y	1,000	2,000	3,000	4,333	6,333	0,333	0,083
i_y	1,000	2,000	3,000	3,602	4,221	1,000	0,500
$M_{y \max}$	1,000	2,000	3,000	4,333	6,333	0,333	0,083

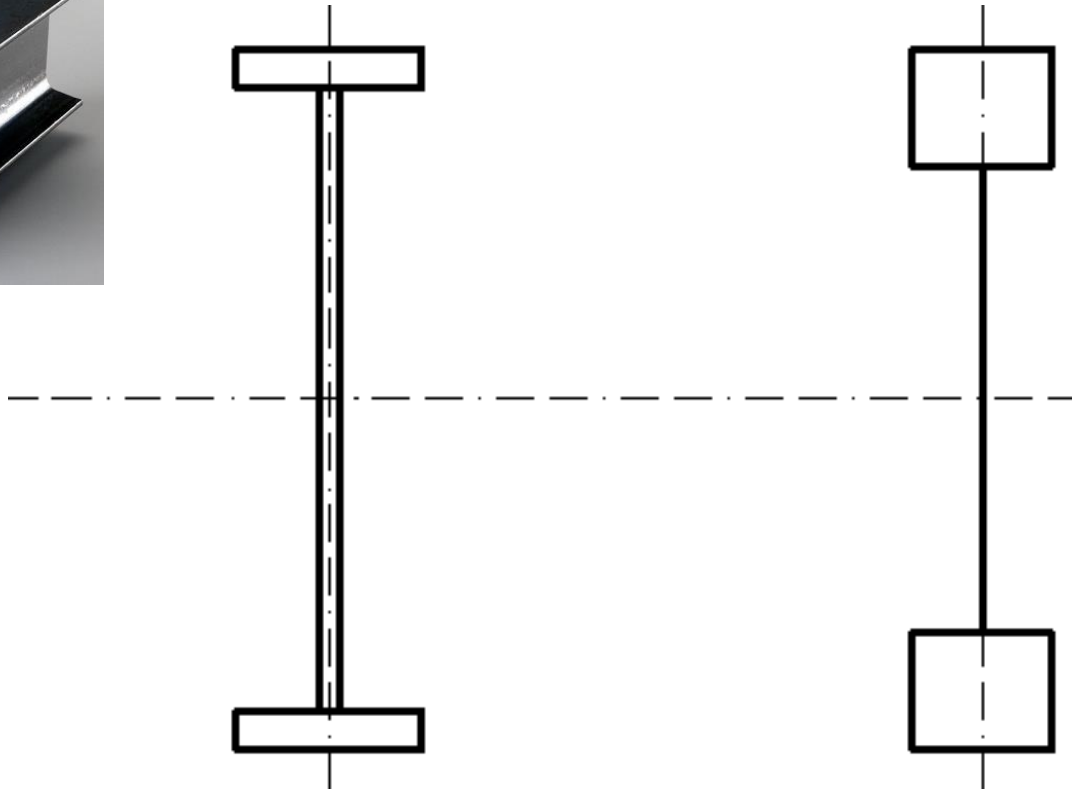
Rys: Autor

Najlepszy kształt przekroju dla elementu zginanego:

Rys: discountsteel.com

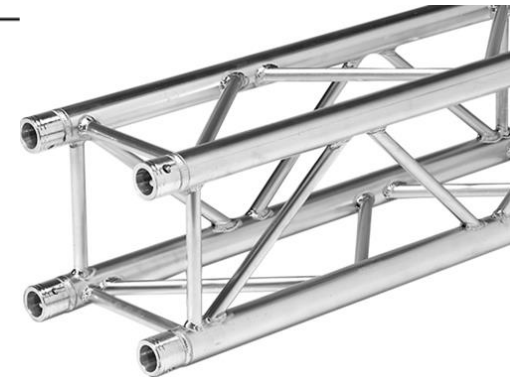


I



Belka dwuteowa

Kratownica



Rys: conference-truss-hire.co.uk

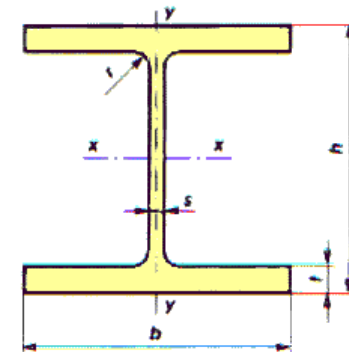
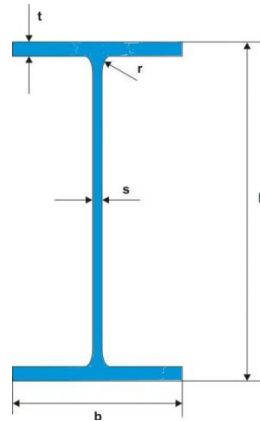
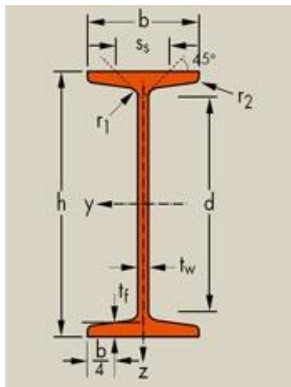
Goręcowlcowane:

→ #1 / 71

I H

IP

HE



IPN

IPE, IPE-A, IPE-AA IPE-O

HEB, HEA, HEAA, HEM

Dwuteowniki spawane:








- Z płaskim środkiem
 - IKS
 - HKS



- Z falistym środkiem

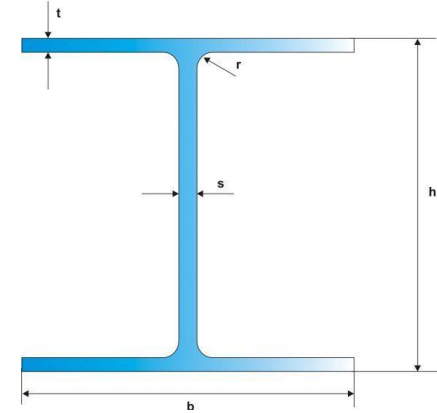
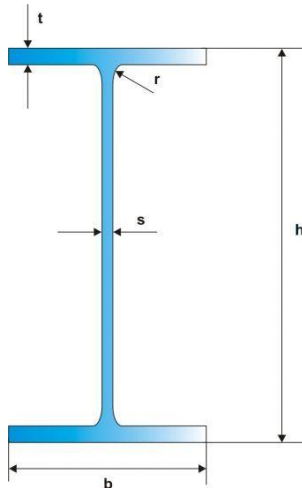


Jaki rodzaj przekroju zalecany dla jakiego obciążenia:

	IP	HE
N_{Ed}		
$M_{y, Ed}$		
$M_{z, Ed}$		
$M_{y, Ed} + M_{z, Ed}$		
$N_{Ed} + M_{y, Ed}$		
$N_{Ed} + M_{z, Ed}$		
$N_{Ed} + M_{y, Ed} + M_{z, Ed}$		

→ #8 / 53

Proporcje przekroju



Przekrój	J_z / J_y	
	100 - 300	> 300
IP	~ 1 / 13	~ 1 / 13 - 1 / 30
HE	~ 1 / 3	~ 1 / 3 - 1 / 40



Rys: setrometalgroup.com



Rys: traskostal.pl

$L < 25 - 30$ m → dwuteowniki goręcowlcowane IP

$L > 25 - 30$ m → dwuteowniki spawane IK

Ramy szkieletowe (ramy 3d)



Rys: metroland.com.au

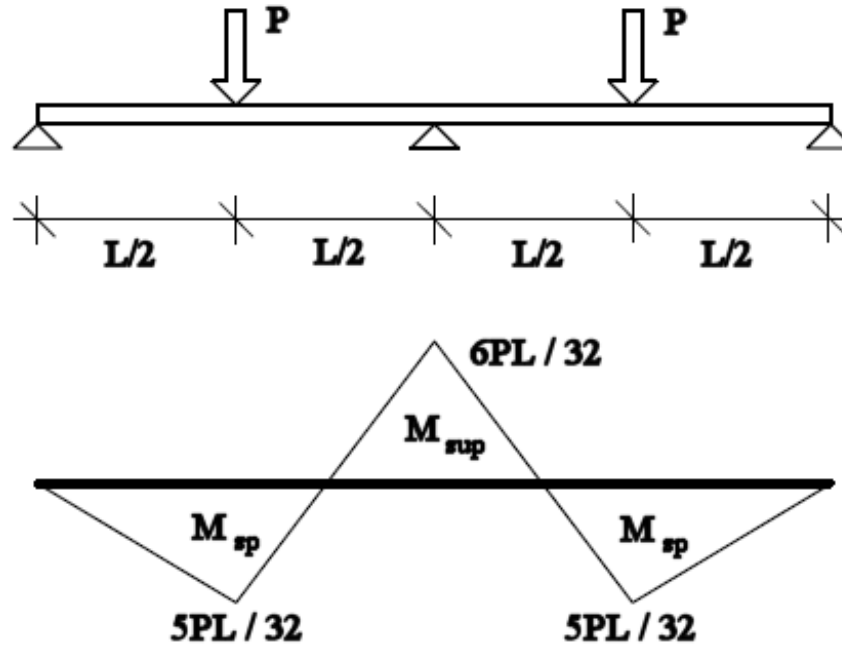
Rygle, belki → gorącowalcowane IP, spawane IK

Słupy → gorącowalcowane IP, HE, spawane IK, HK

Eksperyment

→ #4 / 12

Belka dwuprzęsłowa, obciążona parą sił P o zmiennej wartości.



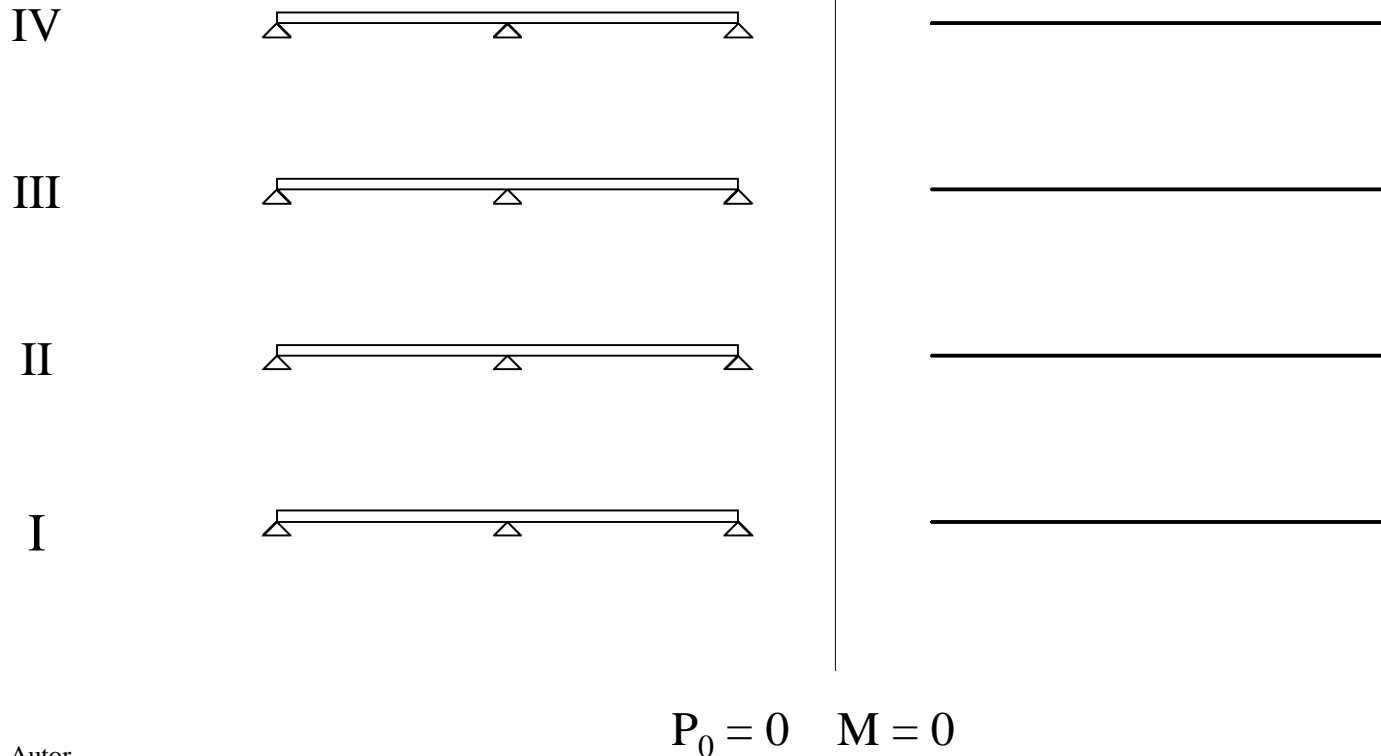
$$M_{sup} = 6 PL / 32$$

$$M_{sp} = 5 PL / 32$$

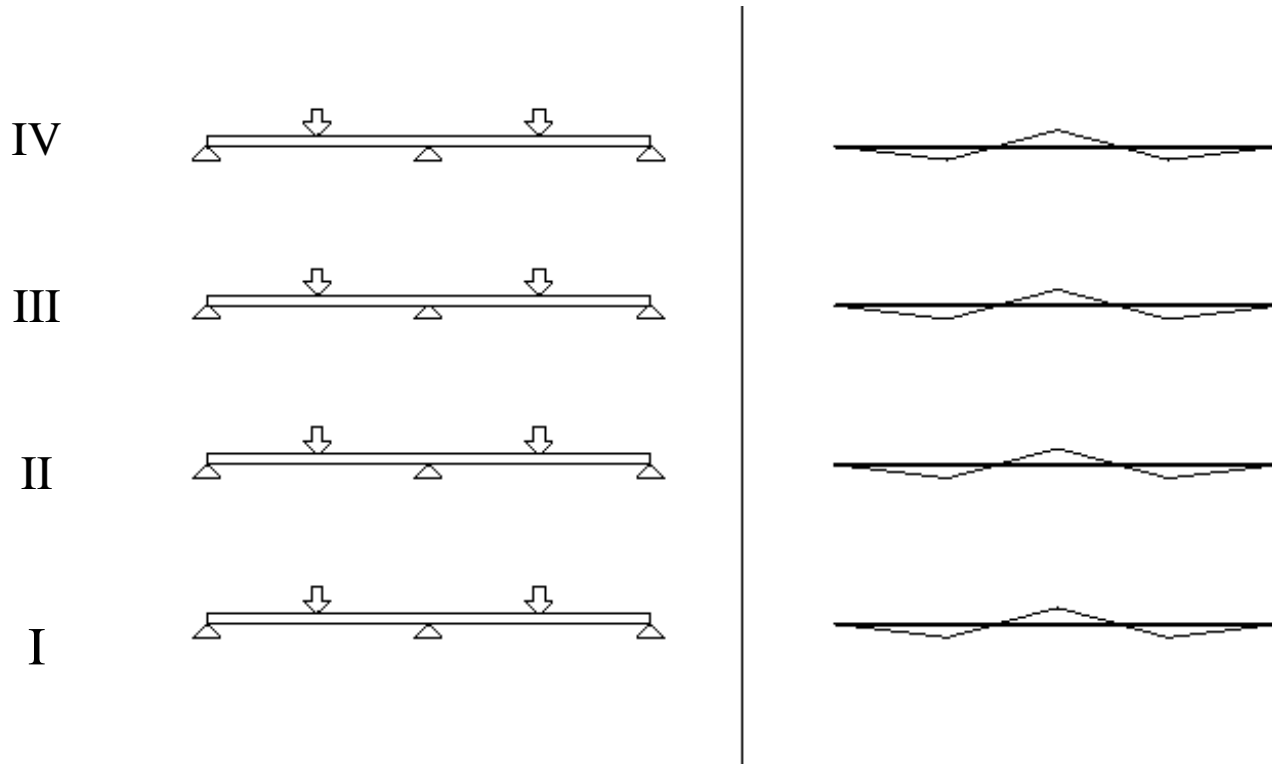
$$M_{max} = M_{sup}$$

$$\sigma_{max} = \sigma(M_{sup})$$

Co się będzie działo dla różnych klas przekroju?



Rys: Autor

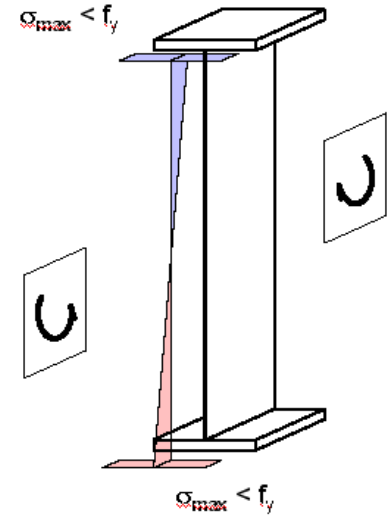


$$P_1 \neq 0$$

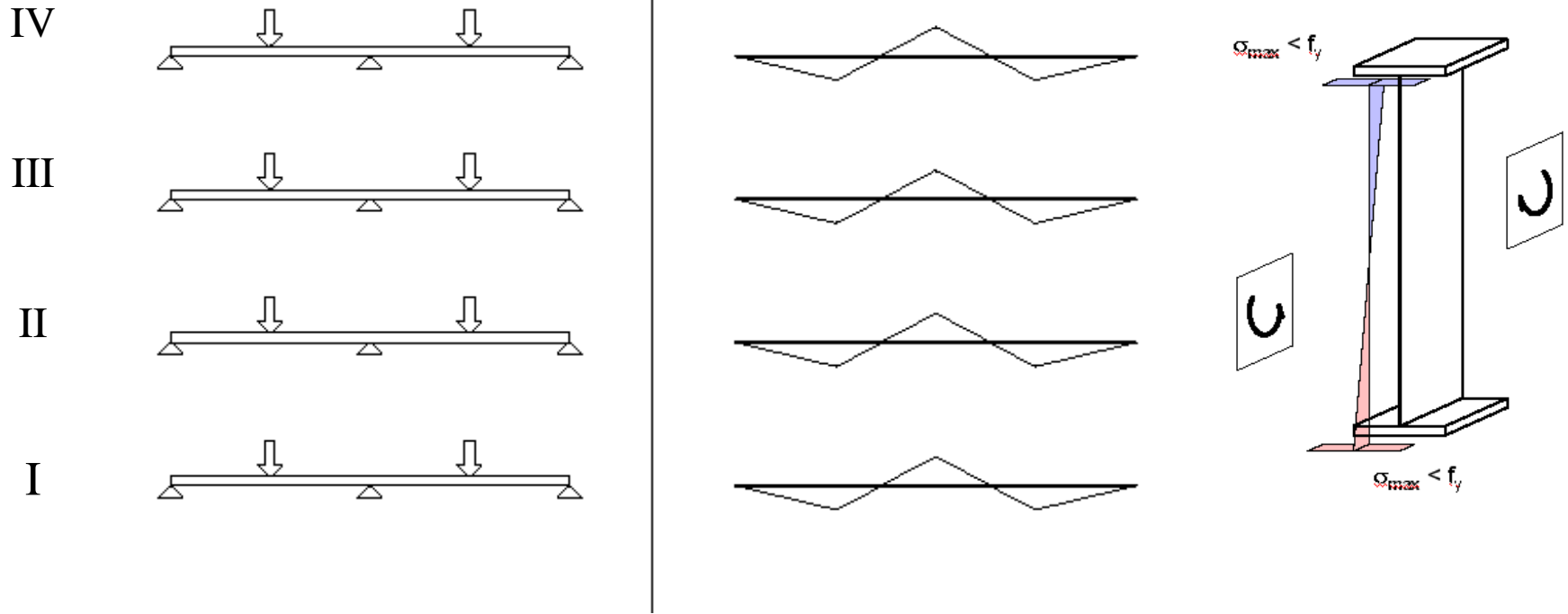
$$M_{sup} = 6 P_1 L / 32$$

$$M_{sp} = 5 P_1 L / 32$$

$M_{sup} / M_{sp} = 1,2 =$ stała wartość dla wszystkich belek



Rys: Autor



$$P_2 = P_1 + \Delta P$$

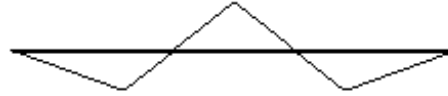
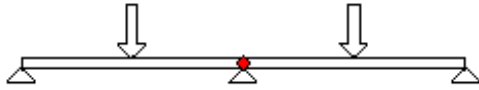
$$M_{sup} = 6 P_2 L / 32$$

$$M_{sp} = 5 P_2 L / 32$$

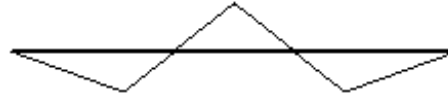
$M_{sup} / M_{sp} = 1,2 =$ stała wartość dla wszystkich belek

Rys: Autor

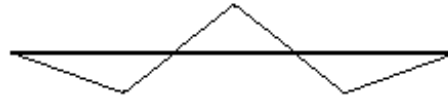
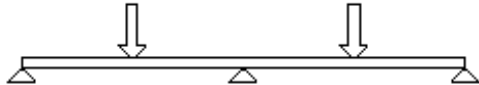
IV



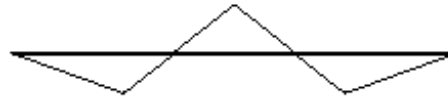
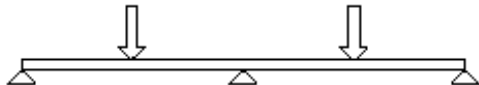
III



II



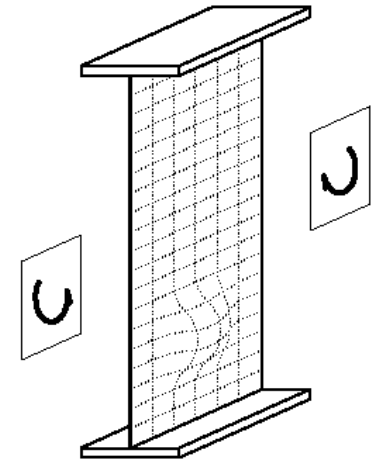
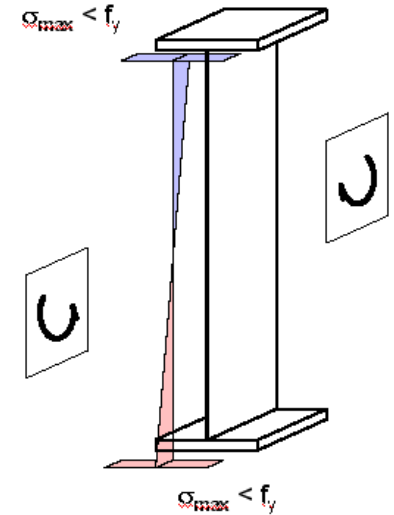
I



$$P_3 = P_2 + \Delta P$$

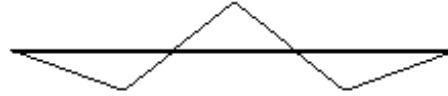
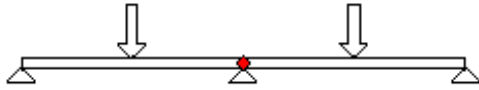
Niestateczność lokalna środnika w części ściskanej; pojawi się w przekroju obciążonym największym momentem zginającym (przekrój podporowy)

Kres nośności dla belki o IV klasie przekroju..

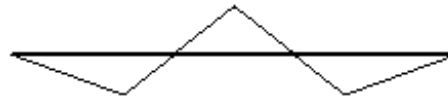


Rys: Autor

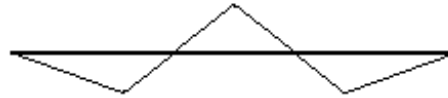
IV



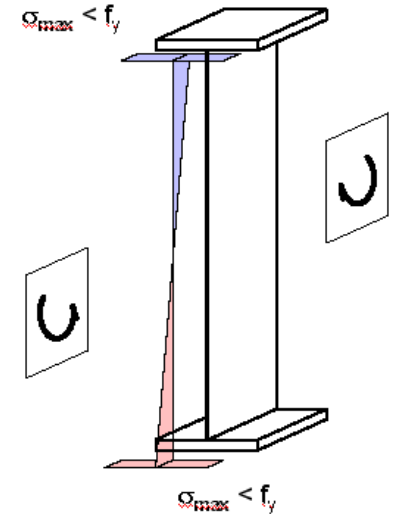
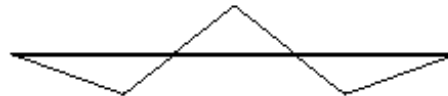
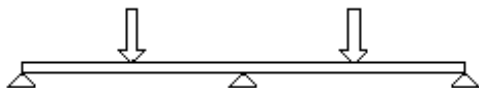
III



II



I



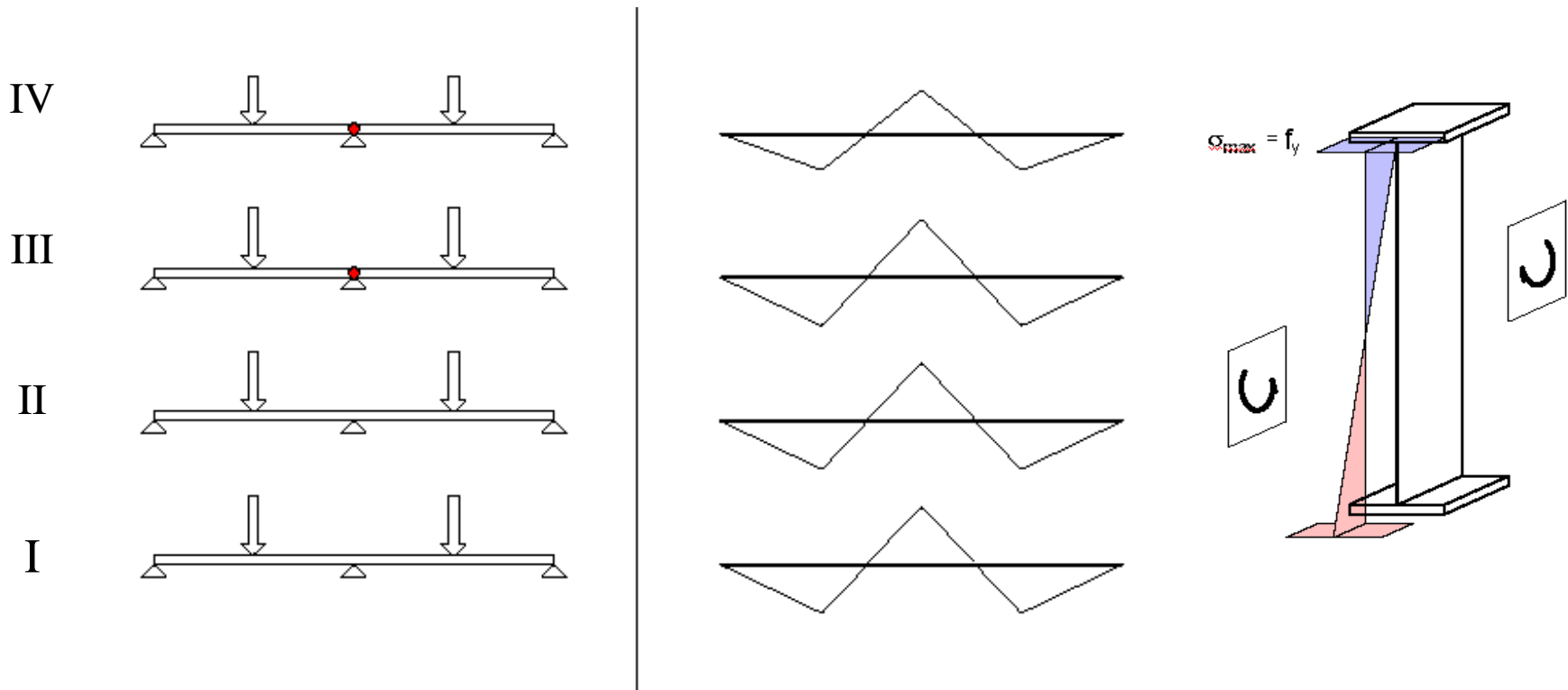
$$P_4 = P_3 + \Delta P$$

$$M_{sup} = 6 P_4 L / 32$$

$$M_{sp} = 5 P_4 L / 32$$

$M_{sup} / M_{sp} = 1,2 =$ stała wartość dla belek I, II, III

Rys: Autor



$$P_5 = P_4 + \Delta P$$

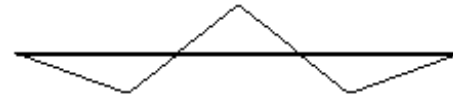
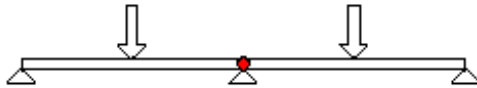
$$\sigma_{max} = \sigma(M_{sup}) = f_y$$

Kres nośności belki o III klasie przekroju.

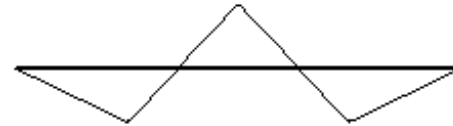
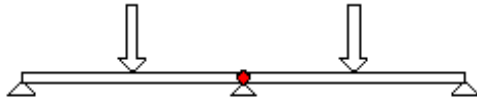
Koniec pracy sprężystej dla belek I i II.

Rys: Autor

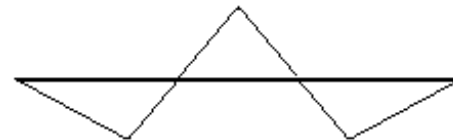
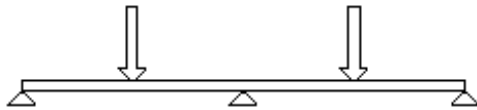
IV



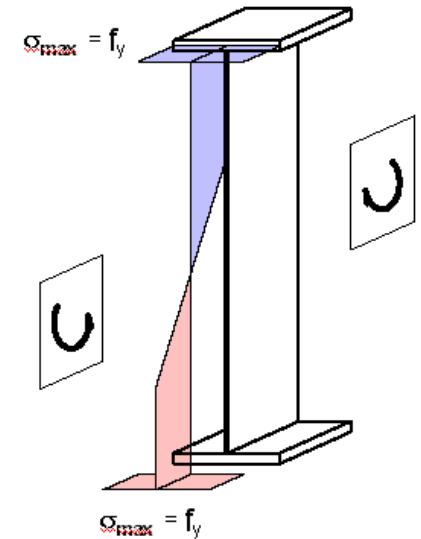
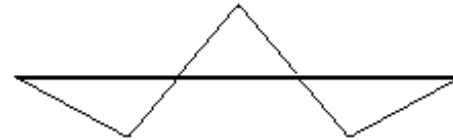
III



II



I



$$P_6 = P_5 + \Delta P$$

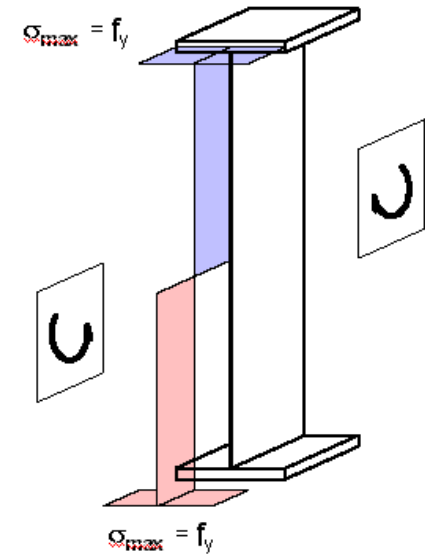
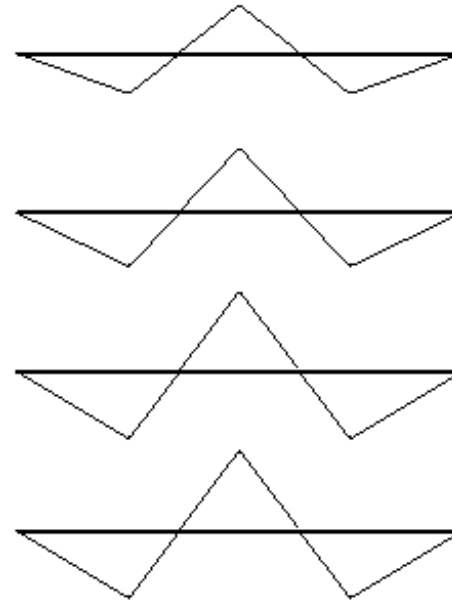
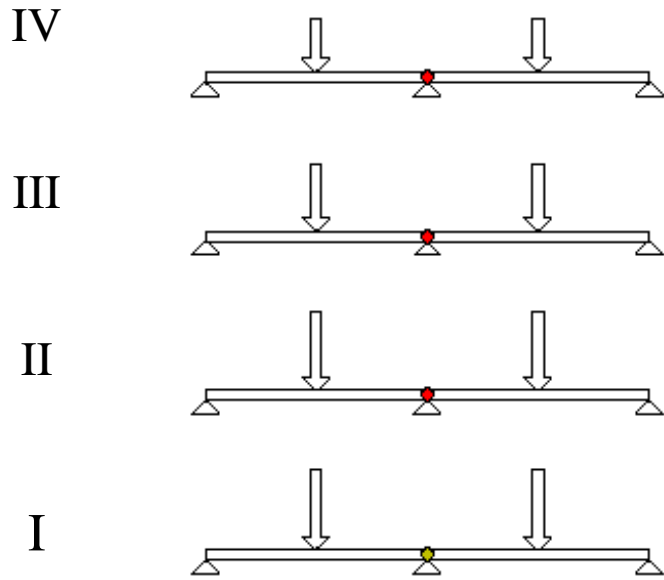
$$M_{\text{sup}} = 6 P_6 L / 32$$

$$M_{\text{sp}} = 5 P_6 L / 32$$

$$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,2 = \text{stałą wartość dla belek I i II}$$

Sprężysto-plastyczna praca belek I i II

Rys: Autor



$$P_7 = P_6 + \Delta P$$

Cały przekrój nadpodporowy pracuje plastycznie.

Kres nośności belki o II klasie przekroju.

Rys: Autor

Praca plastyczna

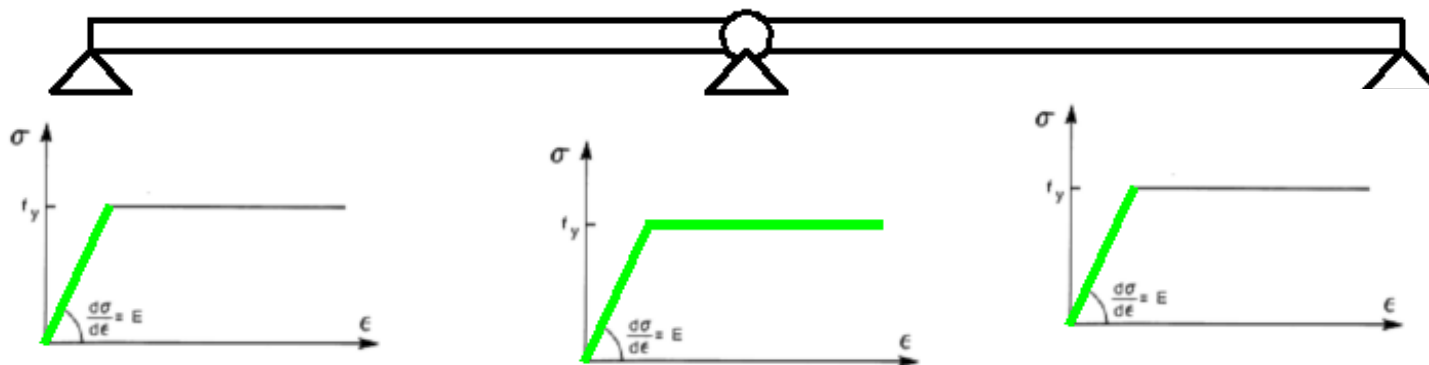
Praca sprężysta

Praca sprężysta



Praca sprężysto-plastyczna

Rys: Autor



→ #4 / 21

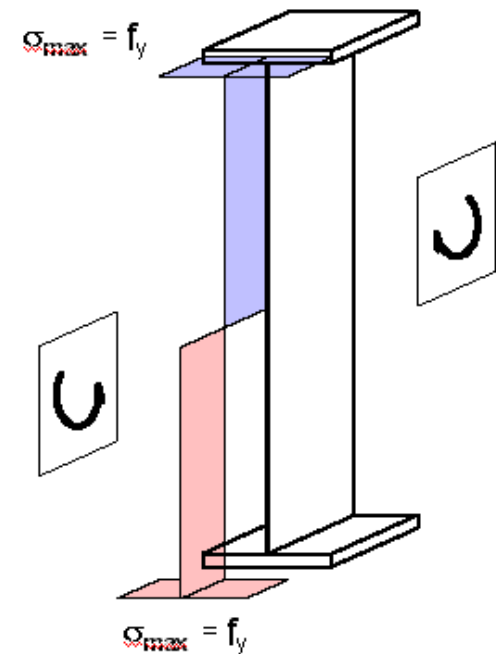
Rys: Autor

Przekrój w stanie plastycznym = przegób plastyczny

"Normalny" przegub → $M = 0$

Przegub plastyczny → $M = M_{pl} \neq 0$

Wykres naprężeń w przegubie plastycznym wygląda jak następuje:

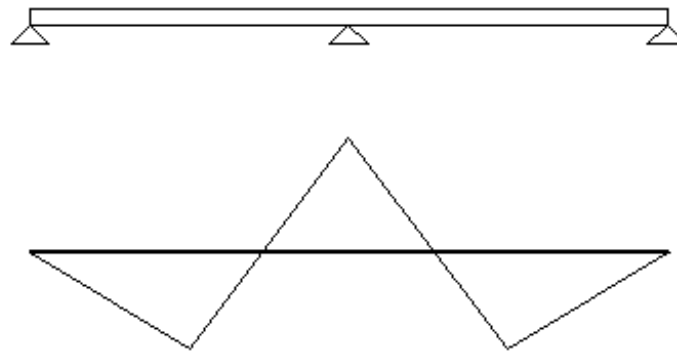


M_{pl} to maksymalna wartość momentu zginającego, jaką może przenieść dany przekrój.

Rys: Autor

Dla $P < P_7$:

Momenty zginające liczone są jak dla układu statycznie niewyznaczalnego



Rys: Autor

Dla $P = P_7$:

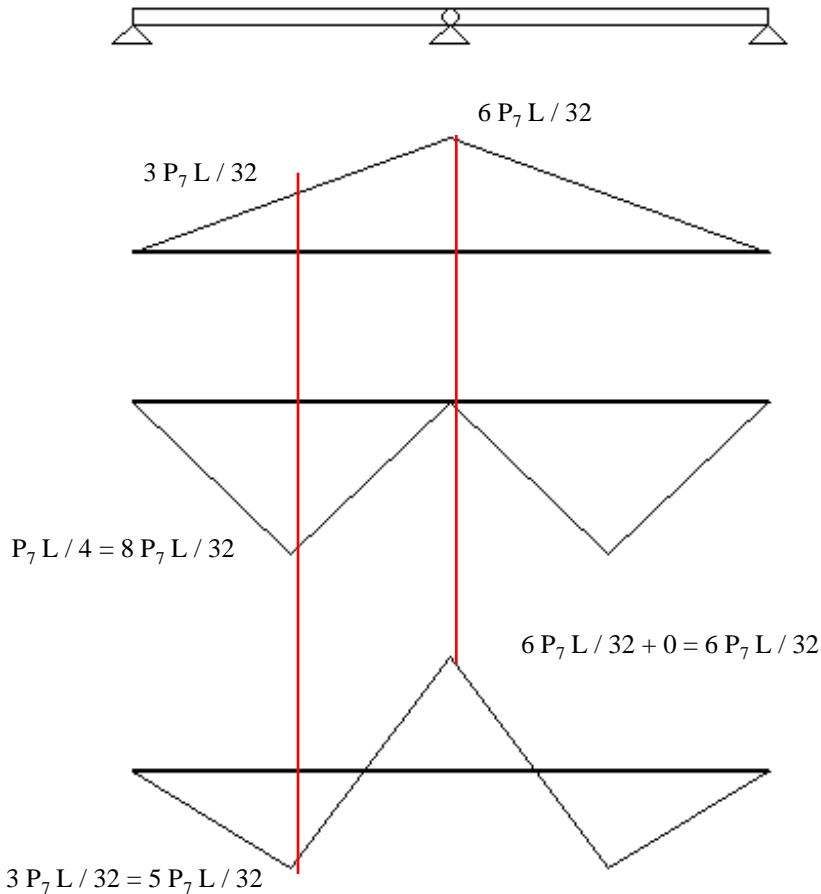
Zmiana schematu statycznego:

Statycznie niewyznaczalna belka dwuprzęsłowa → dwie statycznie wyznaczalne belki jednoprzęsłowe, oparte na wspólnej podporze środkowej

Zmiana obciążenia:

Para sił P → para sił P i moment zginający M_{pl} w przegubie plastycznym

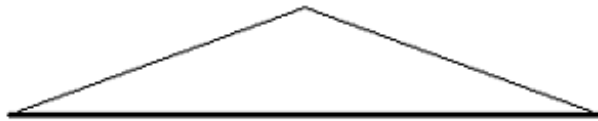
Rys: Autor

Dla $P = P_7$:Wykres momentów rto suma wykresów od P i M_{pl} Wykres momentów od M_{pl} liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowychWykres momentów od sił P , liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych

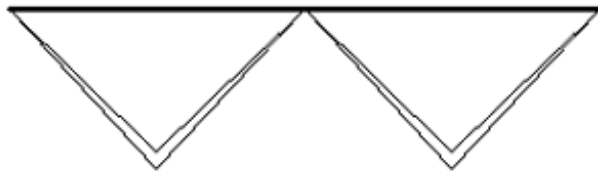
Suma

Dla $P > P_7$:

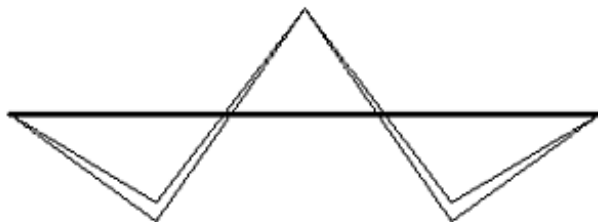
Wciąż jest możliwość zwiększania wartości siły P ; wartość momentu M_{pl} nie ulega już zmianie. Zmieniać będzie się tylko część wykresu sumarycznego od sił P .



Wykres momentów od M_{pl} liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych



Wykres momentów od sił P , liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych

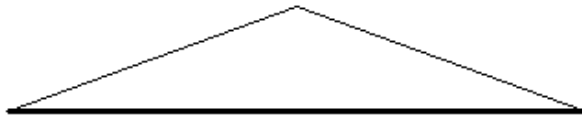


Suma

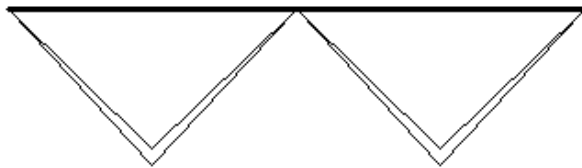
Rys: Autor

Dla $P > P_7$:

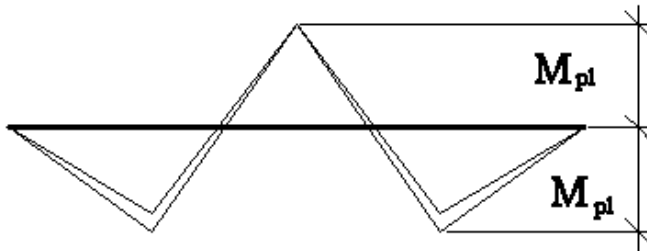
Kres nośności nastąpi, gdy pod siłami P osiągnie się maksymalną wartość momentu zginającego, jaki może być przyłożony do przekroju. $M_{\max} = M_{pl} = \text{const}$



Wykres momentów od M_{pl} liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych



Wykres momentów od sił P , liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych



Suma

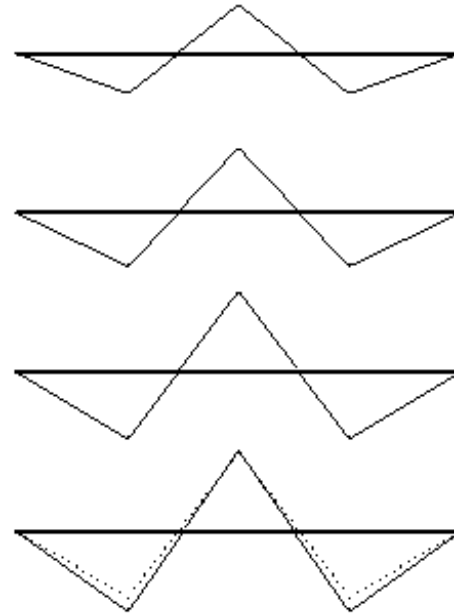
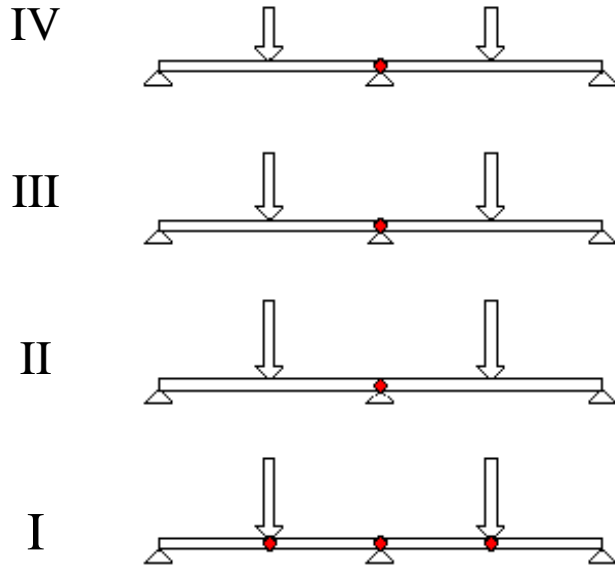
Rys: Autor

Dla $P > P_7$:

W przekrojach, w których $M_{\max} = M_{pl}$, powstają przeguby plastyczne. Kresem nośności dla belki o przekroju I klasy jest więc zmiana w mechanizm.



Rys: Autor

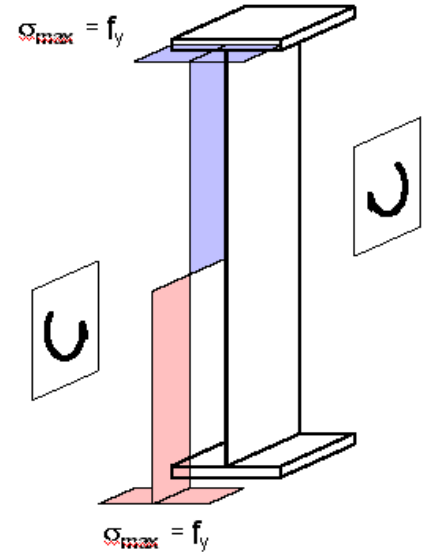


$$P_8 = P_7 + \Delta P$$

$$M_{\text{sup}} = 6 P_8 L / 32$$

$$M_{\text{sp}} = 6 P_8 L / 32$$

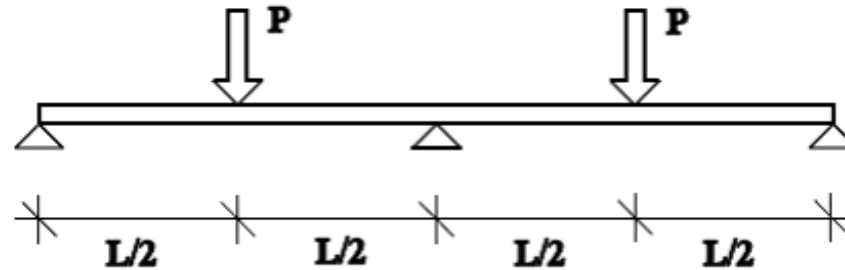
$$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,0$$



Rys: Autor

Podsumowanie

Klasa przekroju	Zniszczenie przez / kres nośności	Obliczenia
IV	Niestateczność lokalna ściskanej części przekroju	„Normalne” obliczenia statyczne (metoda sił, metoda przemieszczeń, komputer...)
III	$\sigma_{\max} = f_y$	
II	Pierwszy przegub plastyczny	
I	Zmiana konstrukcji w mechanizm	Konieczność uwzględnienia zmiany schematu statycznego → plastyczna redystrybucja momentów zginających



Dla przeanalizowanej sytuacji, jeśli charakterystyki geometryczne są takie same:

$$P_3 < P_5 - \text{zniszczenie belki IV}$$

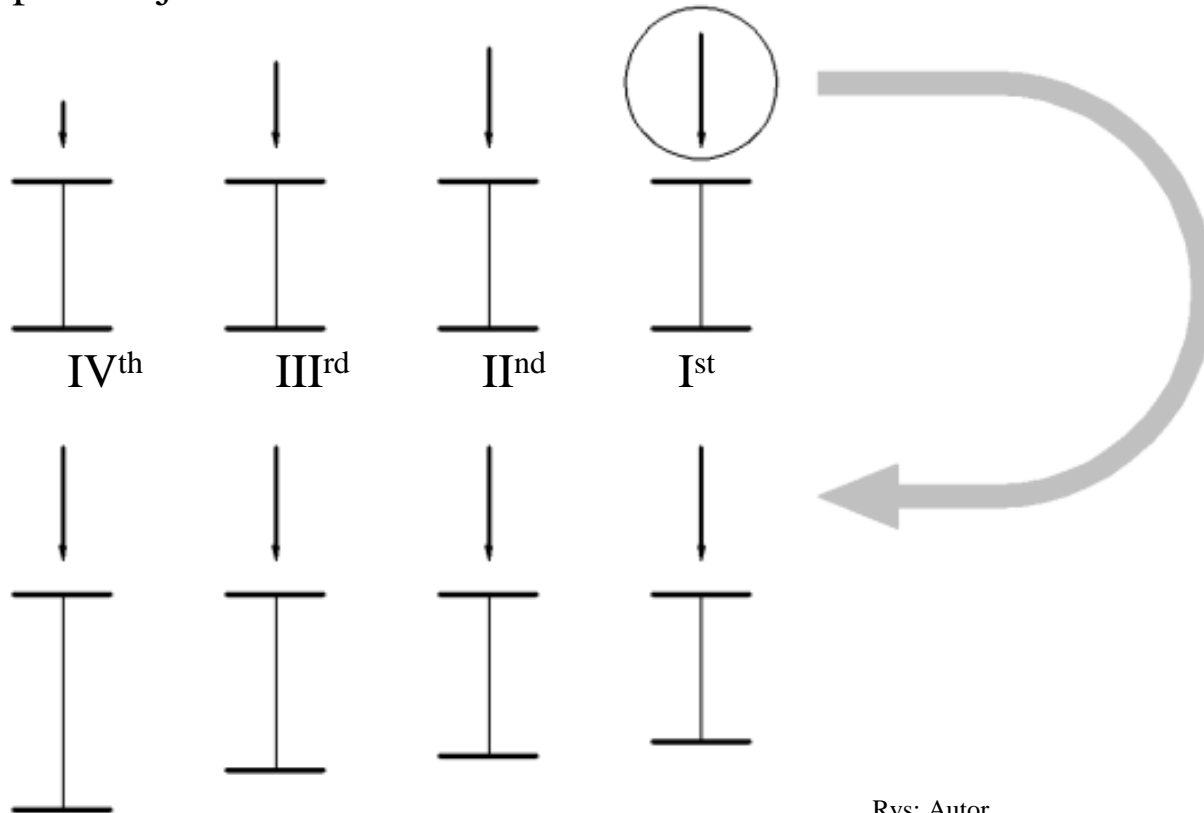
$$P_5 - \text{zniszczenie belki III}$$

$$P_7 \approx (1,1 \div 1,2) P_5 - \text{zniszczenie belki II}$$

$$P_8 \approx (1,25 \div 1,35) P_5 - \text{zniszczenie belki I}$$

Rys: Autor

Eksperyment pokazał, że dla różnych klas przekroju możliwe jest przyłożenie coraz większych obciążeń (od najmniejszego dla IV klasy po największe dla I klasy). Analiza ta oparta była na znanym przekroju, dla którego należało policzyć maksymalne obciążenie. W projektowaniu sytuacja jest odwrotna: dla znanego obciążenia należy dobrać przekrój. Wzrost możliwego obciążenia przy założonym przekroju i zmianie klasy przekroju przekłada się na konieczność zwiększania wysokości przekrojów przy znanym obciążeniu i zmianie klasy przekroju.



Eksperyment:

$$h_{IV} = h_{III} = h_{II} = h_I$$

$$P_{IV} < P_{III} < P_{II} < P_I$$

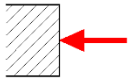
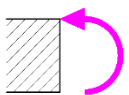
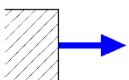

Projektowanie:

$$P_{IV} = P_{III} = P_{II} = P_I$$

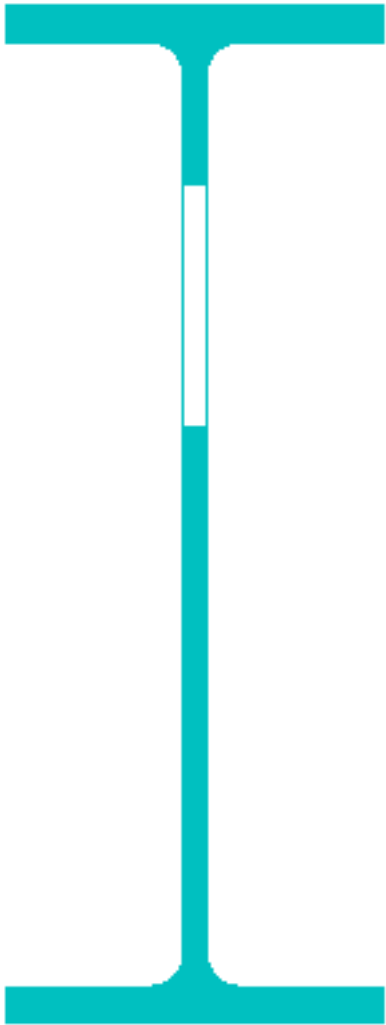
$$h_{IV} > h_{III} > h_{II} > h_I$$

Rys: Autor

Stal - różne wzory dla różnych klas przekroju

Obciążenie	I klasa	II klasa	III klasa	IV klasa
	$N_{Ed} / N_{c,Rd (1-3)} \leq 1,0$			$N_{Ed} / N_{c,Rd (4)} \leq 1,0$
	$M_{Ed (1)} / M_{Rd (1-2)} \leq 1,0$	$M_{Ed} / M_{Rd (1-2)} \leq 1,0$	$M_{Ed} / M_{Rd (3)} \leq 1,0$	$M_{Ed} / M_{Rd (4)} \leq 1,0$
	$N_{Ed} / N_{t,Rd} \leq 1,0$			
	$V_{Ed} / V_{Rd (1-3)} \leq 1,0$			$V_{Ed} / V_{Rd (4)} \leq 1,0$

Rys: Autor



IV klasa przekroju - liczenie przekroju efektywnego:

Przykład - wykład #13

Rys: Autor

III klasa przekroju:

Nośność na zginanie odwołuje się do sprężystego wskaźnika wytrzymałości

$$W_{el, y}$$

Notations pages 104-108 / Bezeichnungen Seiten 104-108

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statis								
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y						axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse		
	G kg/m	I_y cm ⁴	$W_{el,y}$ cm ³	$W_{pl,y} \uparrow$ cm ³	i_y cm	A_{vz} cm ²	I_z cm ⁴	$W_{el,z}$ cm ³	$W_{pl,z}$ cm ³
IPE A 100	6.9	141.2	28.81	32.98	4.01	4.44	13.12	4.77	7.
IPE 100	8.1	171.0	34.20	39.41	4.07	5.08	15.92	5.79	9.
IPE A 120	8.7	257.4	43.77	49.87	4.83	5.41	22.39	7.00	10.
IPE 120	10.4	317.8	52.96	60.73	4.90	6.31	27.67	8.65	13.

Rys: europrofil.lu

I i II klasa przekroju

Nośność na zginanie odwołuje się do plastycznego wskaźnika wytrzymałości

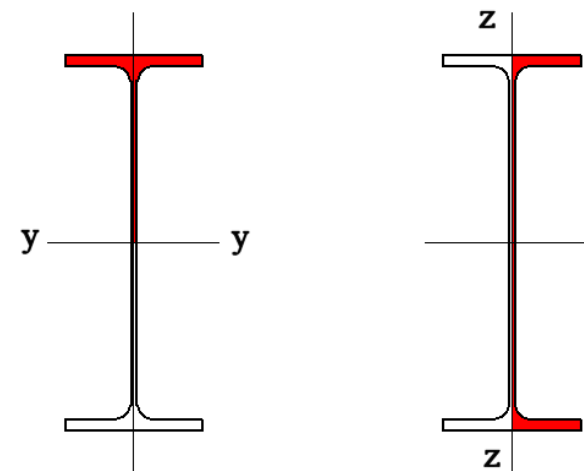
$$W_{pl, y}$$

Rys: Autor

Notations pages 104-108 / Bezeichnungen Seiten 104-108

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statis								
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y						axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse		
G kg/m	I_y cm ⁴	$W_{el,y}$ cm ³	$W_{pl,y}^\dagger$ cm ³	i_y cm	A_{vz} cm ²	I_z cm ⁴	$W_{el,z}$ cm ³	$W_{pl,z}$ cm ³	
IPE A 100	6.9	141.2	28.81	32.98	4.01	4.44	13.12	4.77	7.
IPE 100	8.1	171.0	34.20	39.41	4.07	5.08	15.92	5.79	9.
IPE A 120	8.7	257.4	43.77	49.87	4.83	5.41	22.39	7.00	10.
IPE 120	10.4	317.8	52.96	60.73	4.90	6.31	27.67	8.65	13.

Rys: europrofil.lu



$$W_{y, pl} = 2 S_y (1/2 I)$$

$$N_{c,Rd (1-3)} = A f_y / \gamma_{M0}$$

$$N_{c,Rd (4)} = A_{eff} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd (1-2)} = W_{pl} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd (3)} = W_{el} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd (4)} = W_{eff} f_y / \gamma_{M0}$$

$$V_{Rd (1-3)} = A_v f_y / (\gamma_{M0} \sqrt{3})$$

$V_{Rd (4)}$ = lokalna utrata stateczności + nieliniowa zależność między $M_{Rd (4)}$ i $N_{c,Rd (4)}$

$$N_{t,Rd} = A f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Ed} / M_{Rd} \leq 1,0$$

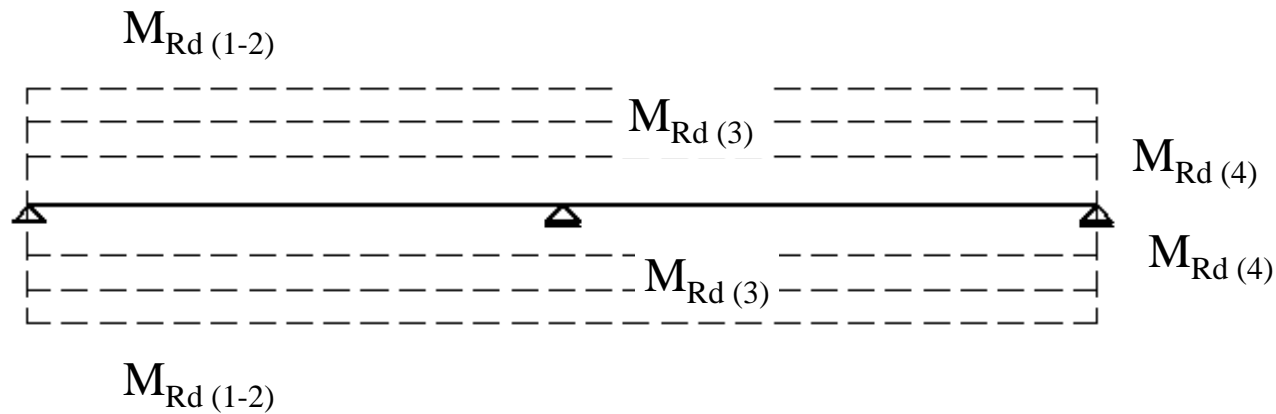
Klasa przekroju	IV	III	II	I
Rozkład naprężeń σ przekroju	Sprężysty		Plastyczny	
Efekty	Utrata stateczności lokalnej	Nośność przekroju		
$M_{Ed} =$	„Normalne” obliczenia statyczne konstrukcji		Nowy schemat statyczny i nowy układu obciążeń (redystrybucja)	
$M_{Rd} =$	$W_{eff} f_y / \gamma_{M0}$	$W_{el} f_y / \gamma_{M0}$	$W_{pl} f_y / \gamma_{M0}$	

W_{eff} – wykład #13

W_{el} – tablice do projektowania

W_{pl} – tablice do projektowania, wzory

Nośność dla różnych klas przekroju może być przedstawiona jako obwiednia:



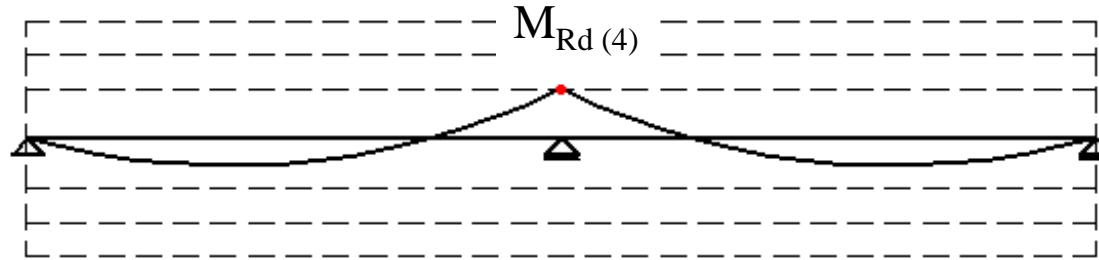
Rys: Autor

$$M_{Rd(1-2)} = W_{pl} f_y / \gamma_{M0}$$

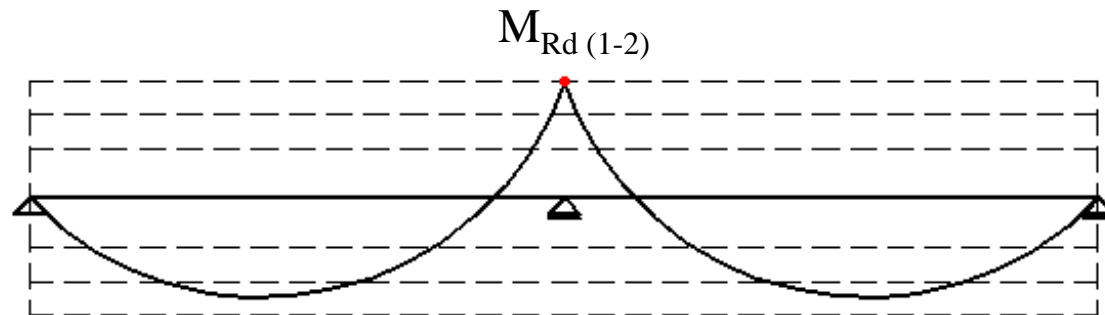
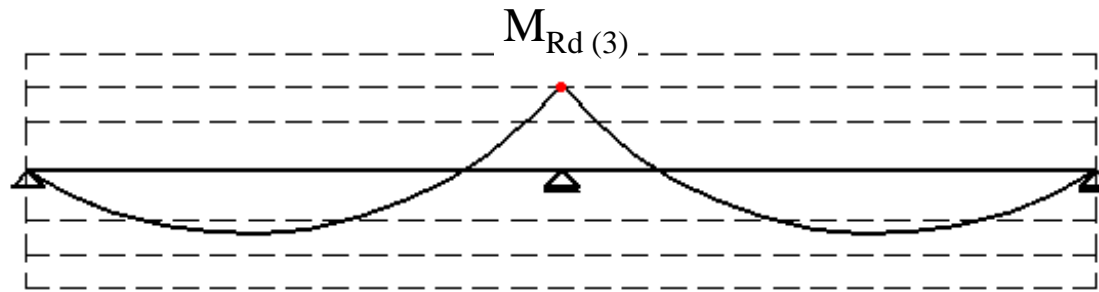
$$M_{Rd(3)} = W_{el} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd(4)} = W_{eff} f_y / \gamma_{M0}$$

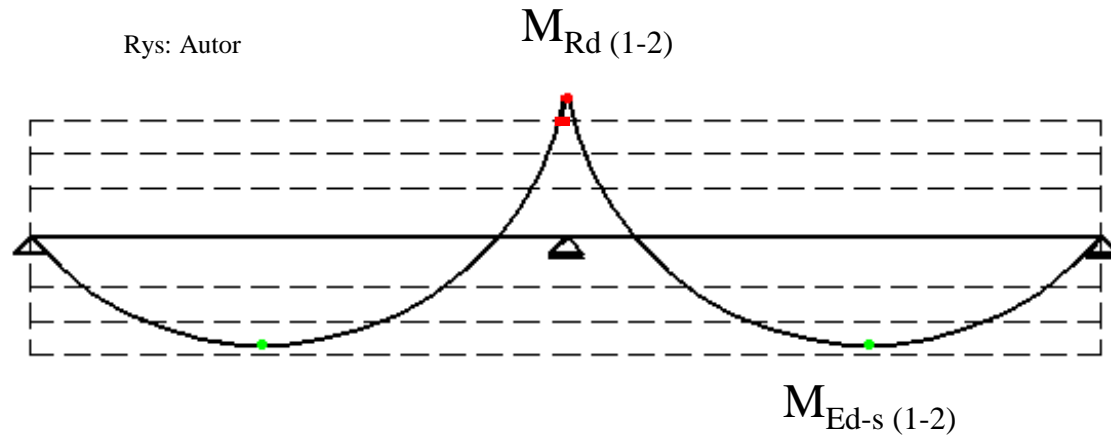
W przypadku IV, III i II klasy kres nośności następuje, gdy $M_{Ed} / M_{Rd(4)} = 1,0$ w punkcie o największej wartości momentu zginającego.



Rys: Autor

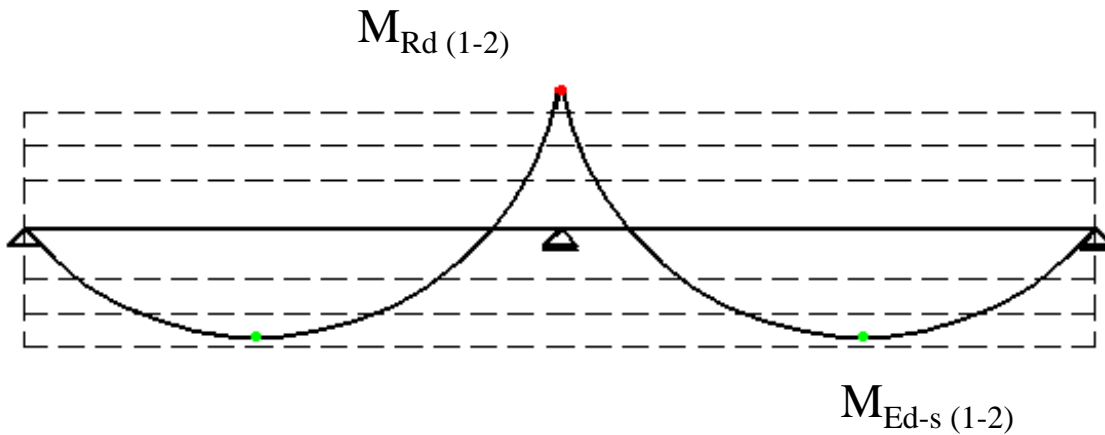


I klasa przekroju: można stosować większe wartości oddziaływania zewnętrznego. Ale ze „zwykłych” obliczeń statycznych, zwiększanie wartości momentów zginających w przęśle i nad podporą jest proporcjonalne. X% większa wartość oddziaływania zewnętrznego → X% większe wartości momentów zginających.



Z „normalnych” obliczeń statycznych wynika, że wartości środkowej są większe od nośności nie w jednym punkcie, ale na pewnej długości.

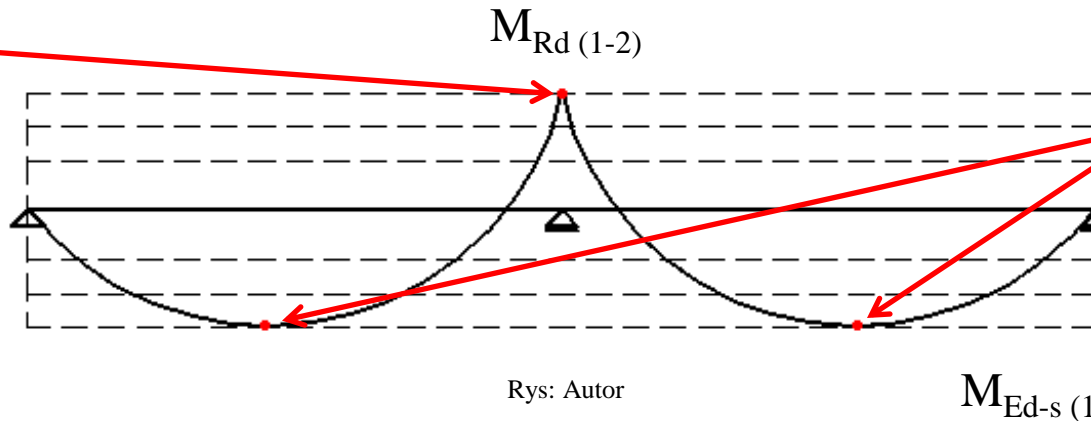
Redystrybucja momentów zginających powoduje zmianę kształtu wykresu momentów zginających.



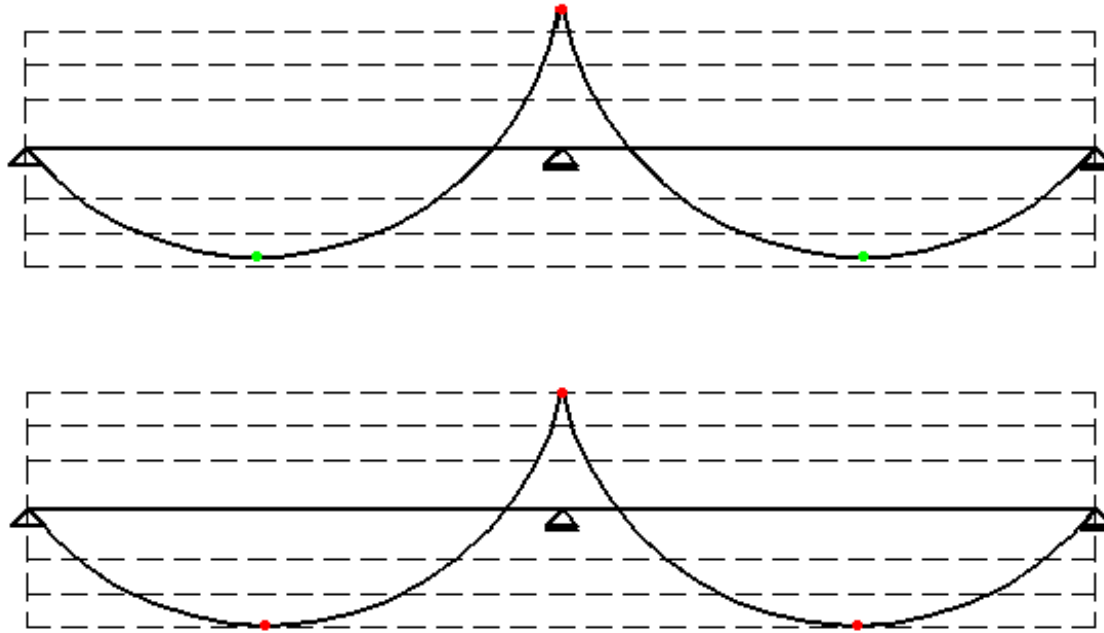
Rys: Autor

Dla I klasy przekroju poprzecznego stosuje się redystrybucję momentu zginającego. Ze względu na redystrybucję wykres momentów zginających ma zupełnie inny kształt i proporcje niż w przypadku „normalnej” statyki. W tej sytuacji należy stosować specjalne metody przeliczania momentów zginających. Koniec nośności, gdy $M_{Ed} / M_{Rd(1-2)} = 1,0$ w **jednym punkcie nad podporą środkową i po jednym w każdym przęśle** (zmiana konstrukcji w mechanizm).

Redystrybucja
”mniej niż z
„normalnych”
obliczeń



Redystrybucja:
więcej niż z
„normalnych”
obliczeń



Rys: Autor

Po redystrybucji wartość momentu zginającego w przęśle jest taka sama jak nad podporą.

„Normalne” obliczenia, nad podporą > redystrybucja, nad podporą = redystrybucja, w przęśle
 > „normalne” obliczenia, w przęśle

Oprócz nośności na zginanie (i sprawy zwichrzenia), przeanalizować należy też nośność na ścinanie i na siłę osiową, ściskającą lub rozciągającą. Do tego dochodzi kwestia interakcji sił przekrojowych.

Siły przekrojowe	Interakcje							
$M_{Ed, y}$	Orange	White	Pink	Green	White	Purple	Light Pink	White
$V_{Ed, z}$	Orange	White	White	White	White	White	Light Pink	Yellow-Green
$M_{Ed, z}$	White	Dark Red	Pink	White	Cyan	Purple	Light Pink	White
$V_{Ed, y}$	White	Dark Red	White	White	White	White	Light Pink	Yellow-Green
$N_{Ed, t}$	White	White	White	Green	Cyan	Purple	Light Pink	White
$N_{Ed, c}$	White	White	White	Green	Cyan	Purple	Light Pink	White
T_{Ed}	White	White	White	White	White	White	White	Yellow-Green

Siła osiowa

$$N_{Ed} / N_{Rd} \leq 1,0$$

$$N_{c,Rd (1-3)} = A f_y / \gamma_{M0}$$

$$N_{c,Rd (4)} = A_{eff} f_y / \gamma_{M0}$$

$$N_{t,Rd} = A f_y / \gamma_{M0}$$

Dodatkowo w przypadku siły ściskającej pojawi się kwestia rozmaitego rodzaju wyboczeń.

Siła ścinająca

$$V_{Ed} / V_{c,Rd} \leq 1,0$$

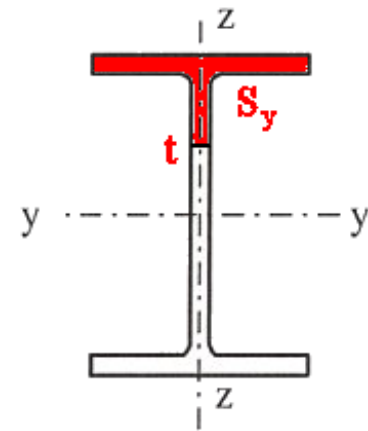
$$V_{c,Rd} = ?$$

W Eurokodzie przedstawiono trzy sposoby podejścia do sprawy.

I, analiza sprężysta bez utraty stateczności lokalnej;

$$V_{c,Rd} = V_{Rd}(z) = J_y t(z) f_y / [\gamma_{M0} S_y(z) \sqrt{3}]$$

EN 1993-1-1 (6.19), (6.20)



Rys: Autor

II, analiza sprężysta, dwuteownik, $A_f / A_w \geq 0,6$;

$$V_{c,Rd} = A_w f_y / (\gamma_{M0} \sqrt{3})$$

$$A_w = h_w t_w$$

EN 1993-1-1 (6.21)

III, analiza plastyczna, I klasa przekroju, dwuteownik, bez momentów skręcających:

$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_v f_y / (\gamma_{M0} \sqrt{3})$$

$$A_v \rightarrow \#t / 56$$

EN 1993-1-1 (6.17), (6.18)

(3) Pole przekroju czynnego przy ścinaniu A_v można przyjmować, jak następuje^{N18)}:

a) dwuteowniki walcowane, ścinane prostopadle do osi y-y: $A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f$, lecz nie mniej niż $\eta h_w t_w$ ^{N19)}

b) ceowniki walcowane, ścinane prostopadle do osi y-y: $A - 2bt_f + (t_w + r)t_f$

c) teowniki walcowane, ścinane prostopadle do osi y-y: $0,9(A - bt_f)$

d) dwuteowniki spawane i przekroje skrzynekowe, ścinane prostopadle do osi y-y: $\eta \sum (h_w t_w)$

e) dwuteowniki spawane i przekroje skrzynekowe, ścinane prostopadle do osi z-z: $A - \sum (h_w t_w)$

f) kształtowniki rurowe prostokątne o stałej grubości

– ścinane prostopadle do osi y-y: $Ah/(b+h)$

– ścinane prostopadle do osi z-z: $Ab/(b+h)$

g) rury okrągłe o stałej grubości: $2A/\pi$

gdzie: A – pole przekroju

b – szerokość przekroju

h – wysokość przekroju

h_w – wysokość średnicy w świetle pasów

r – promień zaokrąglenia

t_f – grubość pasa

t_w – grubość średnicy

η wg EN 1993-1-5.

UWAGA Można przyjmować wartość przybliżoną $\eta = 1,0$.

Dodatkowo:

$$h_w / t_w \leq 72 \varepsilon / \eta$$

EN 1993-1-1 (6.21)

Stateczność lokalna środka pod siłą ścinającą

η Zgodnie z to EN 1993-1-5 (ogólnie = 1,0)

Interakcja ścinania i zginania:

$$V_{Ed} / V_{c,Rd} \leq 0,5$$

Brak redukcji nośności na zginanie

$$0,5 < V_{Ed} / V_{c,Rd} \leq 1,0$$

Redukcja nośności na zginanie

$$\rho = [2 (V_{Ed} / V_{c,Rd}) - 1]^2$$

$$M_{V,Rd} = \min \{ M_{Rd} ; [W_{pl} - (\rho h_w^2 t_w / 4)] f_y / \gamma_{M0} \}$$

EN 1993-1-1 (6.29), (6.30)

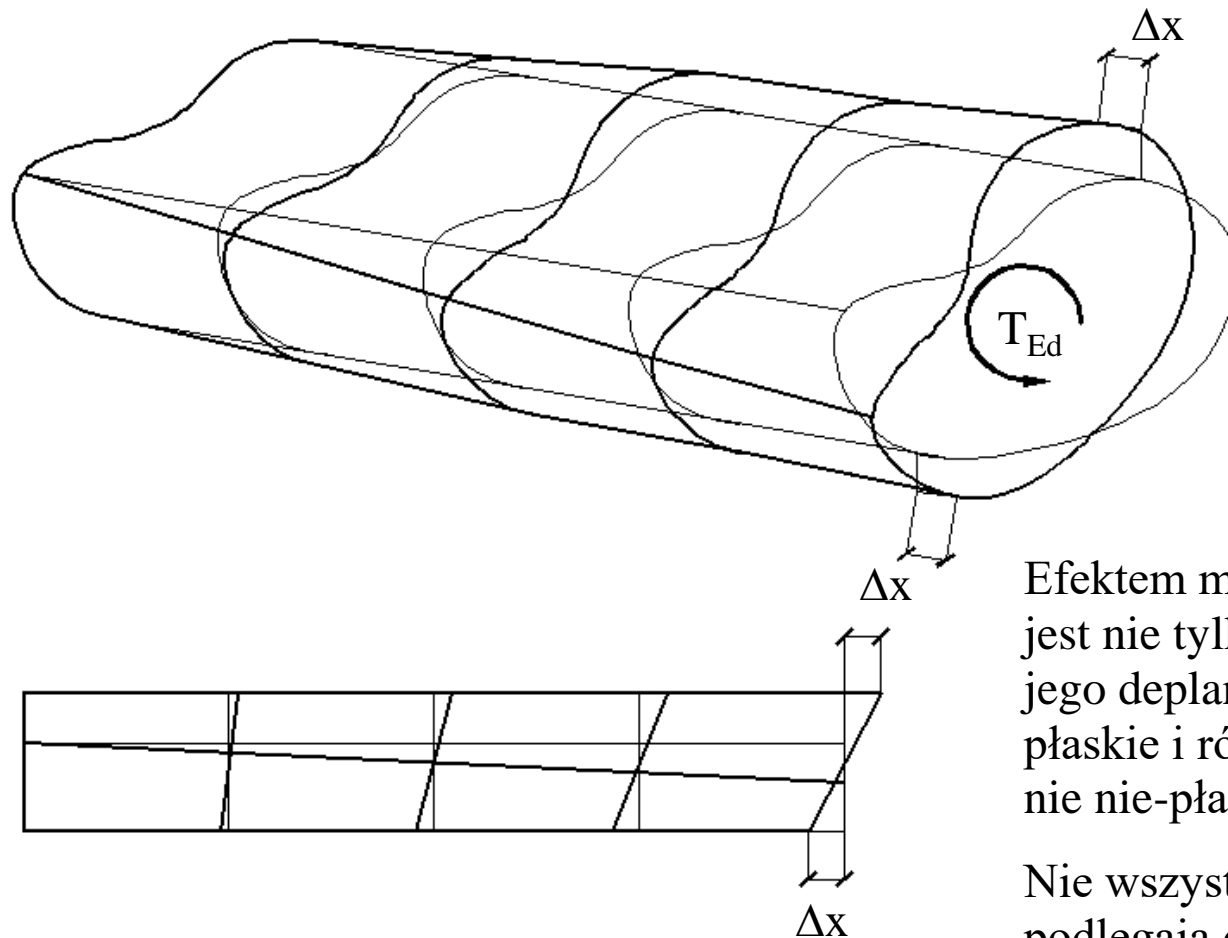
Interakcja między momentem zginającym a siłą osiową, zginanie dwukierunkowe, zginanie dwukierunkowe i siła osiowa jest obliczana według bardzo podobnych wzorów. Dodatkowym efektem jednoczesnego działania ściskającej siły osiowej i momentu zginającego jest interakcja między dwoma formami niestabilności: wyboczeniem giętnym i zwichrzeniem. Siła osiowa jest ważna przede wszystkim dla słupa. Z tego powodu informacje o takich zjawiskach zostaną przedstawione na wykładzie # 13

Skręcanie jest najbardziej skomplikowanym rodzajem obciążenia. Należy je rozpatrywać na kilka różne sposoby:

- przekroje okrągłe (pręty okrągłe);
- przekroje zamknięte okrągłe (rury okrągłe);
- przekroje zamknięte nieokrągłe (rury kwadratowe i prostokątne);
- część przekrojów otwartych (L T \perp);
- pozostałe przekroje otwarte.

Zróznicowanie polega na odmiennych deformacjach prętów skręcanych, odmiennych rozkładach naprężeń lub odmiennych wzorach na charakterystyki geometryczne.

Przypadek ogólny:



Rys: Autor

Efektom momentu skręcającego jest nie tylko rotacja przekroju, ale i jego deplanacja – początkowo płaskie i równoległe przekroje stają się nie-płaskie i nierównoległe.

Nie wszystkie kształty przekroju podlegają deplanacji, a dla części tych które podlegają deplanacji ma pomijalnie małe wartości.

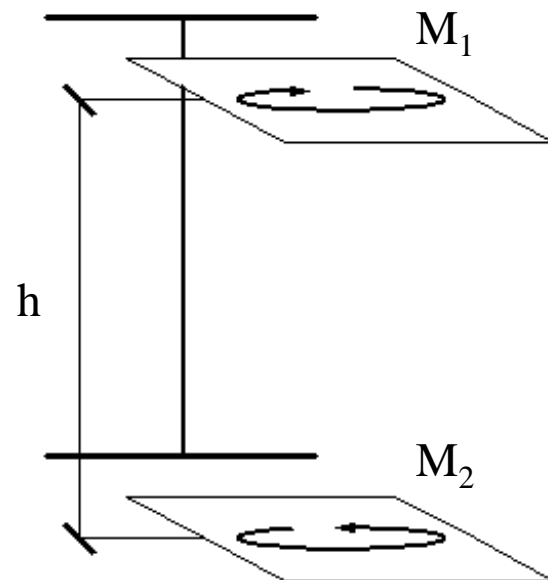
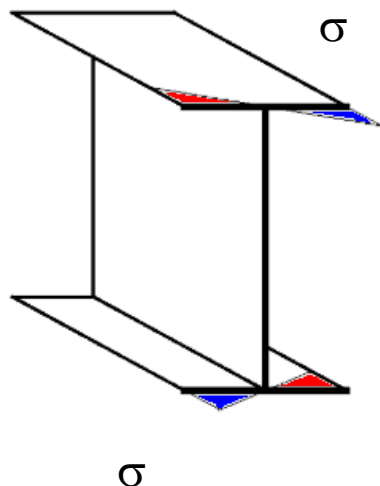
Przekrój	Deplanacja		Moment skręcający T_{Ed}	Uwagi
Okrągły (pręt, rura)	Brak		$T_{Ed} = T_{t, Ed}$	-
L T +	Bardzo mała	Swobodna	$T_{Ed} = T_{t, Ed}$	-
		Skrepowana podporami	$T_{Ed} \approx T_{t, Ed}$	-
Pozostałe	Istotna	Swobodna	$T_{Ed} = T_{t, Ed}$	-
		Skrepowana podporami	$T_{Ed} = T_{t, Ed} + T_{w, Ed}$	Dodatkowo pod uwagę należy wziąć B_{Ed}

$T_{t, Ed}$ – moment skręcania St Venanta (swobodna deplanacja przekroju);

$T_{w, Ed}$ – moment skręcania skrepowanego (skrepowana deplanacja przekroju);

B_{Ed} - bimoment

Deplanacja dwuteownika: obie półki podlegają deplanacji w przeciwnych kierunkach.



Naprężenia te mogą być przedstawione jako efekt bimomentu:

$$B = h M$$

$$M = |M_1| = |M_2|$$

Bimoment jest także brany pod uwagę w przypadku analizy przekrojów cienkościennych.

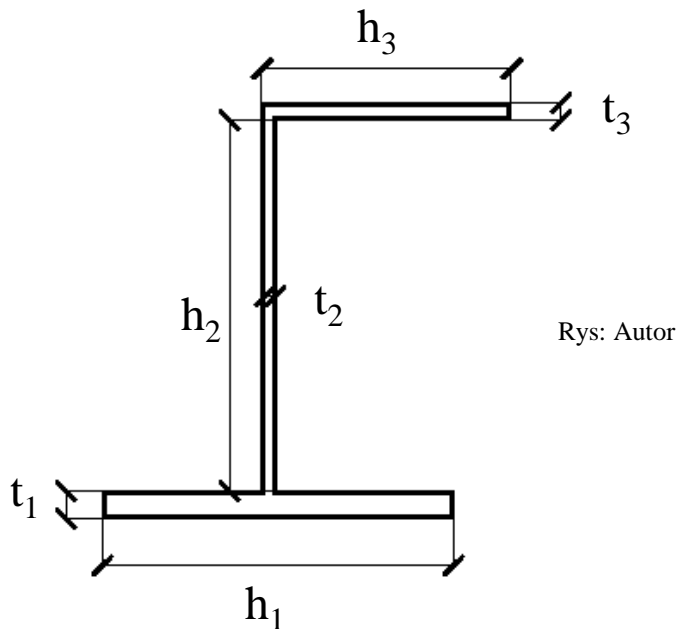
Rys: Autor

W przypadku skręcania skrępowanego pojawia się specyficzny rozkład naprężeń w półkach.

Sposób deformacji pręta powoduje, że konieczne jest rozpatrywanie dwu odrębnych grup charakterystyk geometrycznych.

Pierwsza grupa dotyczy skręcenia przekroju i nośnością z uwagi na moment skręcający.

Druga związana jest z deplanacją przekroju i nośnością z uwagi na bimoment.



W analogii do zginania, wprowadzić można moment bezwładności przy skręcaniu i wskaźnik wytrzymałości przekroju przy skręcaniu:

$$W_T^* = J_T / t_{\max}$$

$$t_{\max} = \max (t_1 ; t_2 ; t_3 \dots)$$

Dla dwuteowników wartości zestawione są w tablicach do projektowania.

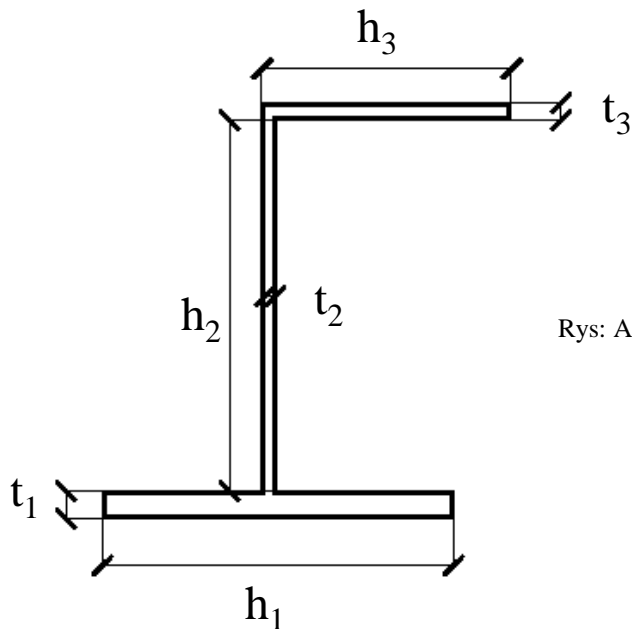
Notations pages 104-108 / Bezeichnungen Seiten 104-108

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statische Kennwerte												Classification ENV 1993-1-1						HISTAR
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y						axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse z-z						pure bending y-y			pure compression			
	G kg/m	I_y cm ⁴	W_{ely} cm ³	W_{ply}^* cm ³	I_z cm ⁴	A_{vz} cm ²	I_z cm ⁴	W_{elz} cm ³	W_{plz}^* cm ³	I_z cm ⁴	S_s mm	I_t cm ⁴	$I_w \times 10^{-3}$ cm ⁶	S235	S355	S460	S235	S355	
IPEA 360	50.2	14520	811.8	906.8	15.06	29.76	944.3	111.1	171.9	3.84	50.69	26.51	282	1	1	-	4	4	-
IPE 360	57.1	16270	903.6	1019	14.95	35.14	1043	122.8	191.1	3.79	54.49	37.32	313.6	1	1	-	2	4	-
IPEO 360	66.0	19050	1047	1186	15.05	40.21	1251	145.5	226.9	3.86	59.69	55.76	380.3	1	1	-	1	3	-
IPEA 400	57.4	20290	1022	1144	16.66	35.78	1171	130.1	202.1	4.00	55.60	34.79	432.2	1	1	-	4	4	-
IPE 400	66.3	23130	1156	1307	16.55	42.69	1318	146.4	229.0	3.95	60.20	51.08	490	1	1	-	3	4	-
IPEO 400	75.7	26750	1324	1502	16.66	47.98	1564	171.9	269.1	4.03	65.30	73.10	587.6	1	1	-	2	3	-

Rys: europrofil.lu

Można też zastosować inne wzory przybliżone:

$$J_T \approx \alpha (h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3 + h_3 t_3^3 + \dots) / 3$$



Rys: Autor

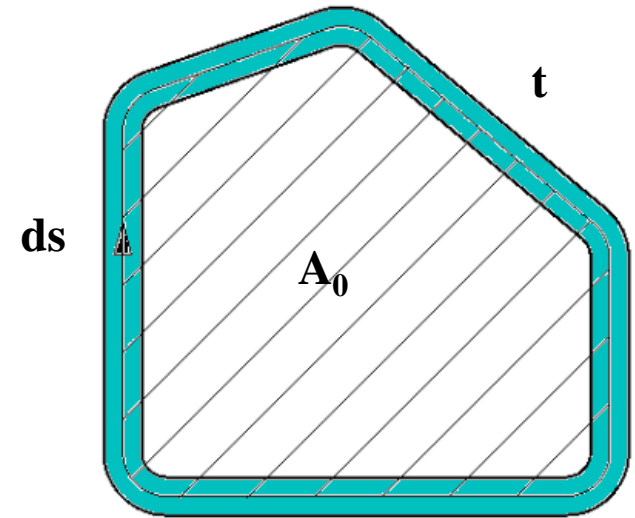
Przekrój	α
Dwuteownik gorącowalcowany	1,20
Dwuteownik spawany z żebry pionowymi	1,50
Kątownik	1,00
Ceownik	1,12
Teownik	1,40

Dla przekrojów zamkniętych moment bezwładności przy skręcaniu i wskaźnik wytrzymałości przy skręcaniu jest liczony odmiennie:

$$J_T = 4 A_0^2 / \int (ds / t)$$

$$W_T^* = 2 t A_0$$

Rys: Autor



Także dla przekrojów okrągłych:

$$J_T = \pi r^4 / 2$$

$$W_T^* = \pi r^3 / 2$$

Charakterystyki geometryczne, związane z deplanacją przekroju są najbardziej skomplikowane od strony obliczeniowej.

W analogii do zginania, można wprowadzić pojęcia wycinkowego momentu bezwładności J_w , współrzędnej wycinkowej ω i wycinkowego wskaźnika wytrzymałości przekroju W_w :

$$W_w = J_w / \omega$$

Przy zginaniu:

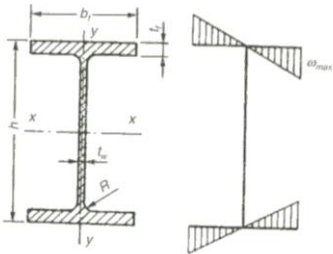
$$W_y = J_y / z$$

$$W_z = J_z / y$$

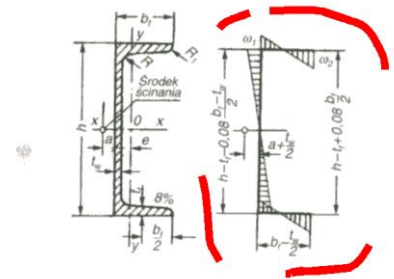
J_y i J_z mają jedną wartość dla całego przekroju. Dla każdego punktu przekroju o współrzędnych (y, z) można wyliczyć wartości W_y i W_z – aczkolwiek najczęściej potrzebujemy W_y i W_z dla punktów najbardziej odległych od środka ciężkości (W_y i W_z są najmniejsze).

Analogicznie jest w przypadku J_w – ma jedną wartość dla całego przekroju, zaś ω i W_w są różne w różnych punktach. Tu również z najczęściej potrzebujemy W_w dla punktów położonych ekstremalnie (najmniejszego W_w).

Charakterystyki geometryczne związane ze skręcaniem i deplanacją są ważne nie tylko w przypadku skręcania, ale także w przypadku przekrojów cienkościennych (czasami oblicza się tą metodą przekroje aluminiowe lub stalowe zimnogięte) oraz w kwestiach związanych z utratą stateczności elementu pod wpływem ściskania lub zginania (→ wykład #5). Dla przekrojów „podstawowych” (dwuteowniki, ceowniki) charakterystyki te podane są w tabelach.



Rys.: Tablice do projektowania konstrukcji metalowych, W. Bogucki, M. Żybutowicz, Arkady Wa-wa 1996



Wskaźnik wytrzymałości		Promień bezwładności		Pole wycinkowe	Wycinkowy moment bezwładności	Wycinkowy wskaźnik wytrzymałości	Moment bezwładności przy skręcaniu	Giętność charakterystyka l/cm
W_x	W_y	i_x	i_y	ω_{max}	I_w	W_w	I_t	$k = \sqrt{\frac{GI_t}{EI_w}}$
cm ³		cm		cm ²	cm ⁶	cm ⁴	cm ⁴	
20,0	3,69	3,24	1,06	8,6	118	13,7	0,70	0,0477
34,2	5,79	4,07	1,24	13,0	351	27,1	1,20	0,0363
53,0	8,65	4,90	1,45	18,1	889	49,1	1,74	0,0275
77,3	12,3	5,74	1,65	24,3	1980	81,5	2,45	0,0218
109	16,7	6,58	1,84	31,3	3958	126	3,61	0,0188

Wskaźnik wytrzymałości		Promień bezwładności		Pole wycinkowe		Wycinkowy moment bezwładności	Wycinkowy wskaźnik wytrzymałości	Moment bezwładności przy skręcaniu	Giętność charakterystyka l/cm
W_x	W_y	i_x	i_y	ω_1	ω_2	I_w	W_w	I_t	$k = \sqrt{\frac{GI_t}{EI_w}}$
cm ³		cm		cm ²	cm ²	cm ⁶	cm ⁴	cm ⁴	
5,33	2,63	1,32	1,04	1,77	2,75	8,46	3,08	0,66	0,172
3,63	0,78	1,47	0,55	2,04	3,18	13,2	4,15	1,02	0,173
8,31	3,18	1,74	1,13	2,56	4,13	19,9	4,81	0,76	0,121
10,6	3,75	1,92	1,13	2,86	4,60	30,6	6,65	1,14	0,120
17,7	5,07	2,52	1,25	4,10	6,97	80,9	11,6	1,88	0,0946

Efekt różnicy między brakiem deplanacji i deplanacją zależy od przekroju:

Przekrój	Deplanacja		Naprężenia
Okrągły (pręt, rura)	Nie istnieje		$\tau = T_{Ed} / W_T$
L T +	Bardzo mała	Wolna	
		Ograniczona podporami	
Pozostałe	Istotna	Wolna	$\tau = T_{t, Ed} / W_T + T_{w, Ed} S_w / J_w t$ $\sigma_x = B_{Ed} \omega / J_w$
		Ograniczona podporami	

S_w – wycinkowy moment statyczny [m⁴]

$\Theta(x)$ – kąt skręcenia

sh, ch – sin i cos hiperboliczny

$$\Theta(x) = A \operatorname{sh}(k x) + B \operatorname{ch}(k x) + C x + D + \Theta_s(x)$$

$$k = \sqrt{[(G J_T) / (E J_w)]} \approx 0,62 \sqrt{(J_T / J_w)}$$

$$B_{Ed} = -E J_w \Theta''$$

$$T_{w, Ed} = -E J_w \Theta''' + G J_T \Theta'$$

Najczęstszym rozwiązaniem technicznym w konstrukcjach stalowych są płaskie sztywne ramy, przegubowo połączone ze sobą w kierunku poprzecznym.

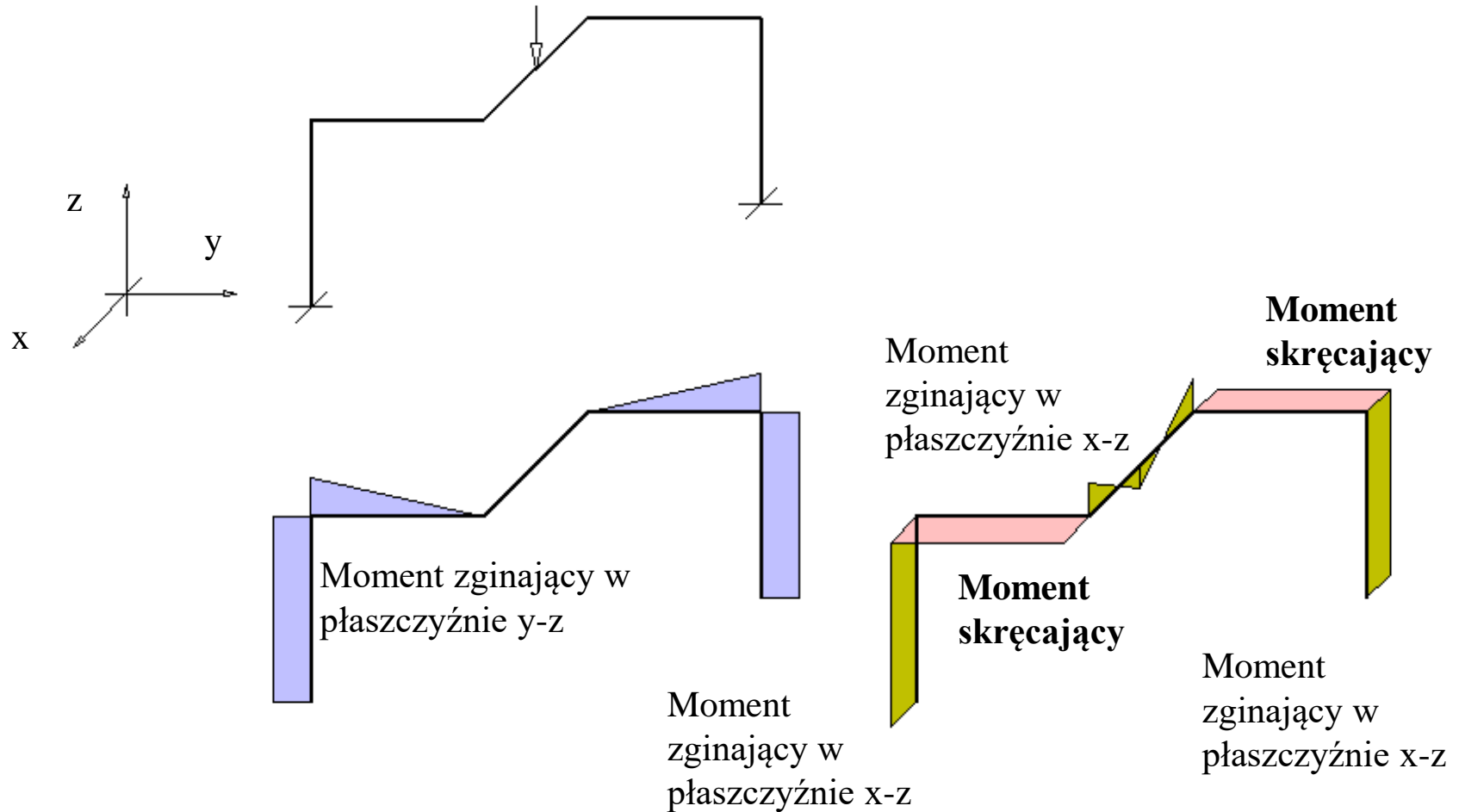
Rys: traskostal.pl



Rys: image.made-in-china.com

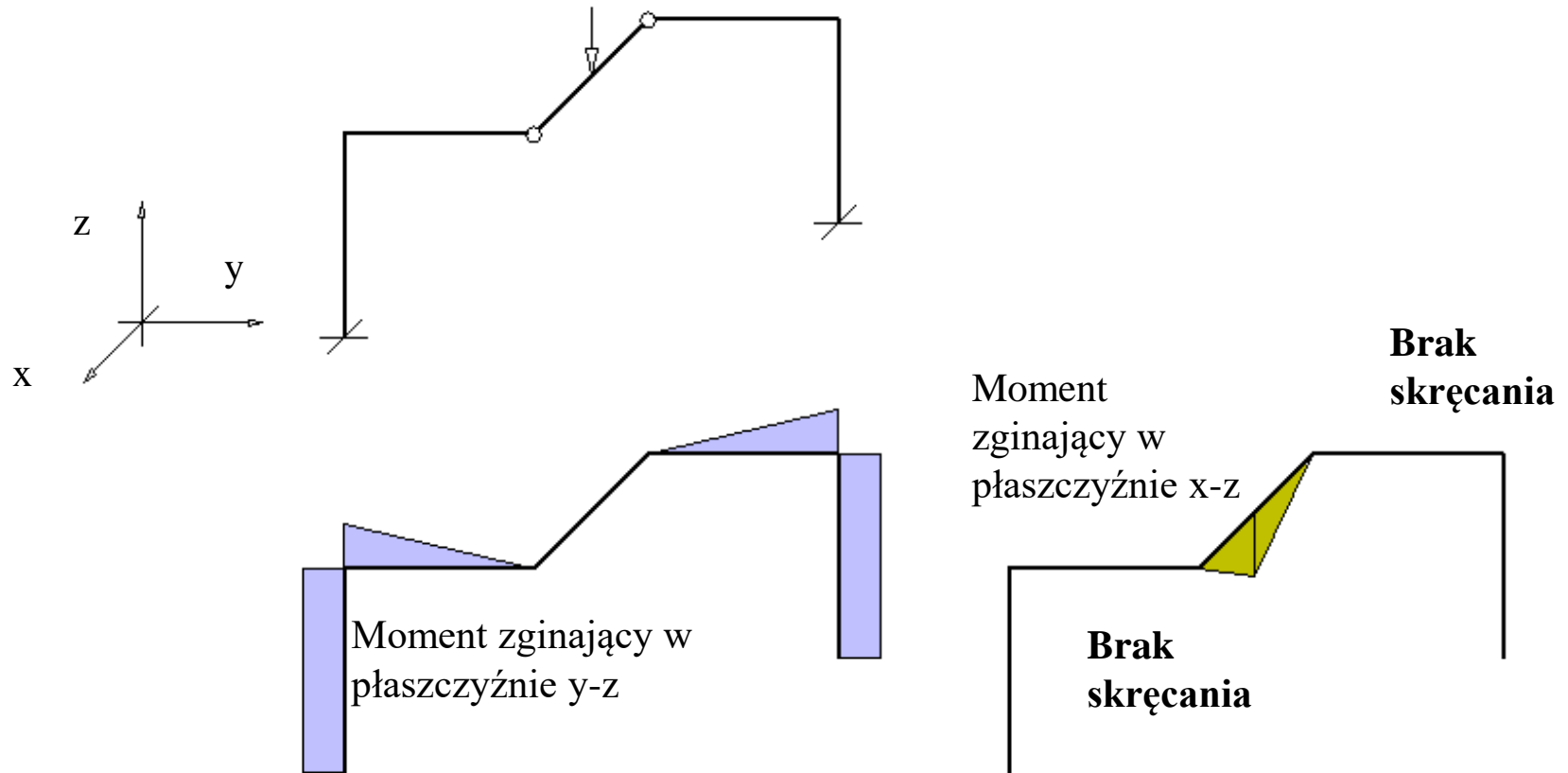
Podobnie w przypadku stropów i rusztów: belki poprzeczne są przegubowo połączone z podciągami.

Istnieje ogromna różnica w pracy układu przestrzennego o wszystkich węzłach sztywnych...



Rys: Autor

...i w przypadku dwu ram sztywnych, połączonych ze sobą przegubowo.



Rys: Autor

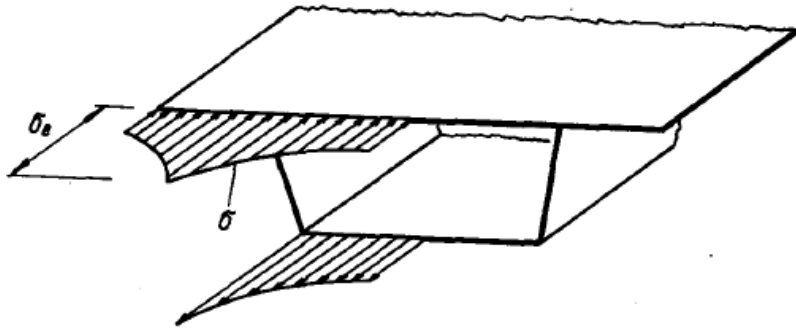
W przypadku konstrukcji stalowych rekomendowane są takie rozwiązania, w których nie generują się momenty skręcające.

Skręcanie w konstrukcjach stalowych pojawia się niemal wyłącznie w przypadku konstrukcji wsporczych pod suwnice → konstrukcje metalowe 2.

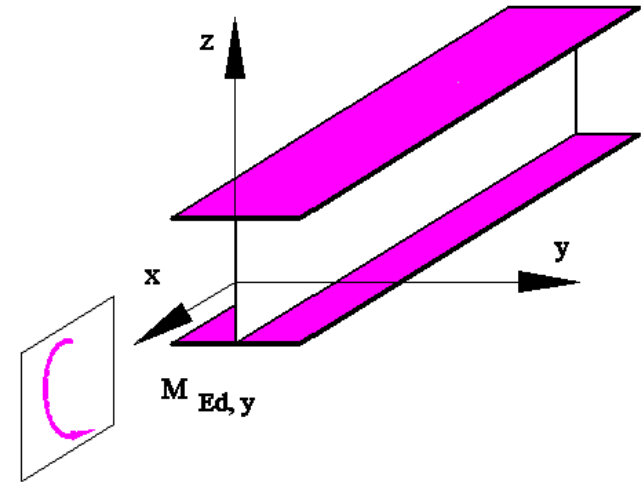


Rys: hak.com.pl

Efekt szerokiego pasa

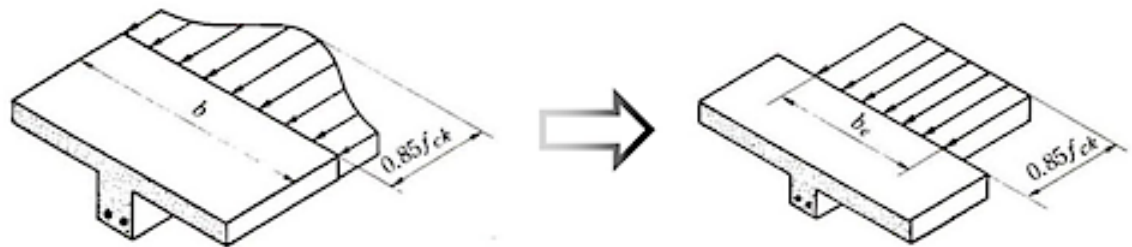


Rys: docplayer.no



Rys: Autor

W przypadku szerokich części przekroju prostopadłych do płaszczyzny zginania (pasy) pojawia się nieliniowy rozkład naprężeń. W modelu obliczeniowym dokonuje się jego linaryzacji → efekt szerokiego pasa.

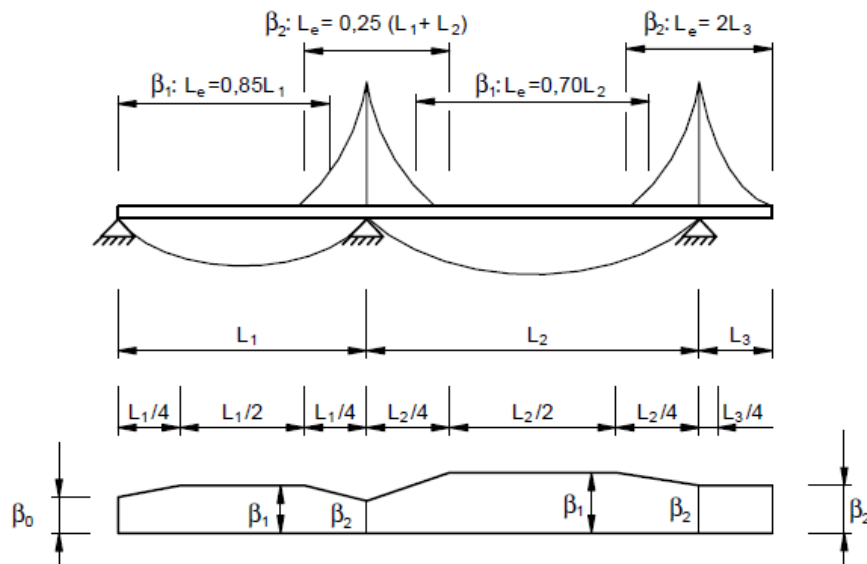


Rys:cfile3.uf.tistory.com

Efektywna szerokość pólki jest zmienna i zależy od położenia na długości elementu.



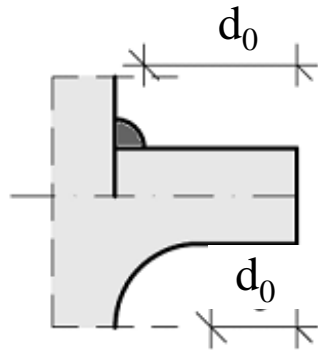
Rys:A Biegus, Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo-betonowych według Eurokodu 4, Politechnika Wroclawska



Wartości współczynników redukcyjnych w funkcji długości belki

Rys: EN 1993-1-5, fig 3.1

Sprawdzanie efektu szerokiego pasa przedstawione jest na wykładzie #12. Zgodnie z Eurokodem, efekt ten jest groźny gdy



Rys: Autor

$$b_0 > L_e / 50$$









Zjawisko to zachodzi przede wszystkim dla belek spawanych. Dla niezbyt krótkich belek gorącowalcowanych można go pominąć. W tabelach podano przykładowe długości, powyżej których zjawisko nie jest niebezpieczne.

Dwuteownik	L_{s-1}
IPE 120	1,60
IPEAA 220	2,75
IPE 300	3,75
IPE 600	5,50
IPEO 600	5,70

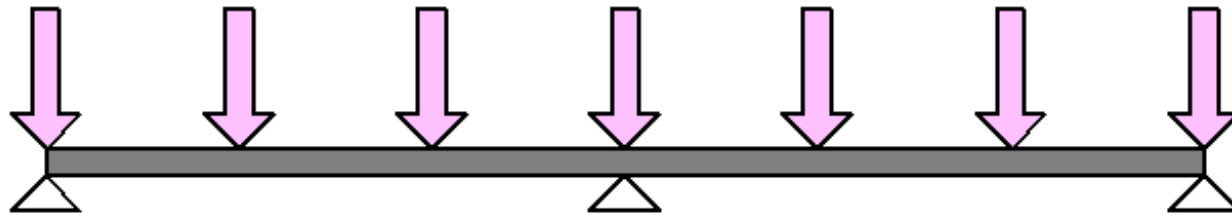
Dwuteownik	L_{s-1}
HEA 160	4,00
HEA 320	7,50
HEA 1000	7,50
HEB 1000	7,50
HEM 1000	7,55

Redystrybucja momentów zginających

I klasa przekroju; dwie metody

Metoda	Czas obliczeń	M_{Ed}	V_{Ed}	Dokładność
Tablicowa				
Graficzna				

Przykład 1 - metoda tablicowa



Rys: Autor

$$L = 2 \times 14,0 \text{ m}$$

$$G = 15 \text{ kN}$$

$$Q = 50 \text{ kN}$$

$$n = 4$$

Tabela: PN B 3200

6. Belki ciągłe o bisymetrycznym przekroju klasy 1, zabezpieczone przed zwichrzeniem, można projektować z uwzględnieniem plastycznej redystrybucji (wyrównania) momentów, obliczając ich ekstremalne wartości wg wzorów:
- przy obciążeniach równomiernie rozłożonych: g -stałym, q -zmiennym

$$M = C_g g l^2 + C_q q l^2 \quad (Z4-9)$$

- przy obciążeniach skupionych: G - stałym, Q - zmiennym,

$$M = C_G G l + C_Q Q l \quad (Z4-10)$$

gdzie C_g , C_q , C_G , C_Q - wg tabl. Z4-2.

Współczynniki C można również przyjmować, gdy rozpiętość i ekstremalne obciążenia przęseł różnią się nie więcej niż o 10%, przy czym do obliczenia momentu podporowego należy przyjmować wartości średnie rozpiętości i obciążeń przyległych przęseł.

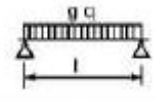
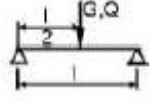
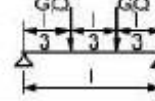

Belki o liczbie przęseł większej niż 5 oblicza się analogicznie jak belki pięcioprzęsłowe, traktując wszystkie przęsła poza dwoma skrajnymi z obu stron jak przęsło środkowe (nr 3).

Momenty (\rightarrow #t / 82):

Zmiana sztywności po długości
belki (\rightarrow #t / 82)

1, 2, 3 – przęsła ; A, B, C – podpory

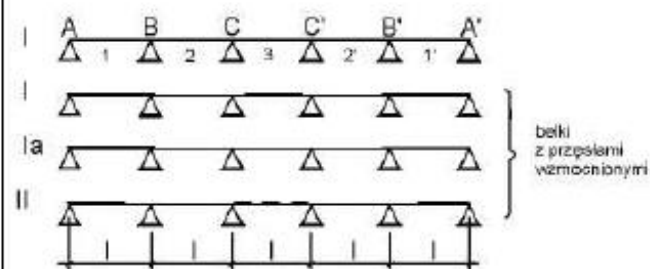
Type of action

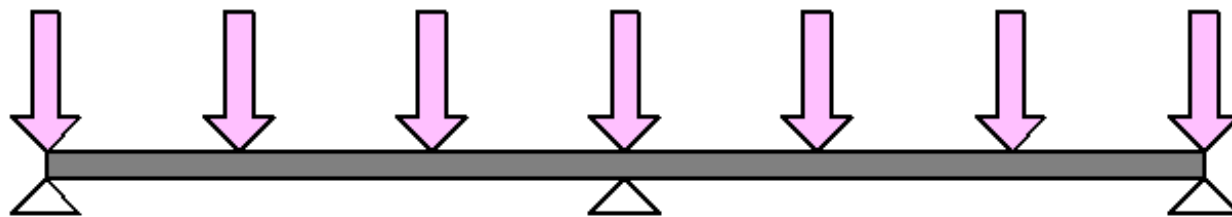
Liczba przęseł	Rodzaj belki ¹⁾	Oznaczenie momentów								
			C_g	C_q	C_G	C_Q	C_G	C_Q	C_G	C_Q
2	I	M_1	0,086	0,105	0,167	0,198	0,250	0,292	0,334	0,412
		M_B	-0,086	-0,105	-0,167	-0,198	-0,250	-0,292	-0,334	-0,412
3	I	M_1	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		M_B	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		M_2	0,039	0,086	0,083	0,150	0,084	0,217	0,166	0,334
	II	M_1	0,096	0,111	0,188	0,213	0,278	0,308	0,375	0,437
		M_B	-0,063	-0,096	-0,125	-0,175	-0,167	-0,256	-0,250	-0,375
		M_2	0,063	0,096	0,125	0,175	0,167	0,256	0,250	0,375
4	I	M_1	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		M_B	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		M_2	0,055	0,094	0,111	0,169	0,150	0,253	0,222	0,367
		M_C	-0,055	-0,094	-0,111	-0,169	-0,150	-0,253	-0,222	-0,367
	II	M_1	0,096	0,110	0,188	0,212	0,278	0,306	0,375	0,436
		M_B	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
		M_2	0,063	0,097	0,125	0,177	0,167	0,260	0,250	0,380
		M_C	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380

Ilość przęseł

5	I	M_1	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		M_B	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		M_2	0,055	0,094	0,111	0,169	0,150	0,253	0,223	0,368
		M_C	-0,055	-0,094	-0,111	-0,169	-0,150	-0,253	-0,223	-0,368
		M_3	0,070	0,102	0,139	0,189	0,184	0,272	0,277	0,401
	II	M_1	0,096	0,110	0,188	0,212	0,278	0,307	0,375	0,436
		M_B	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
		M_2	0,063	0,097	0,125	0,177	0,167	0,260	0,250	0,380
		M_C	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
		M_3	0,063	0,100	0,125	0,181	0,167	0,265	0,250	0,389
	Ia	M_1	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		M_B	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		M_2	0,051	0,092	0,146	0,164	0,139	0,246	0,209	0,360
		M_C	-0,063	-0,098	-0,125	-0,179	-0,167	-0,263	-0,250	-0,385
		M_3	0,063	0,098	0,125	0,179	0,167	0,263	0,250	0,385

1)





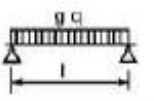
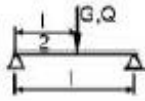
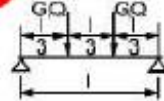
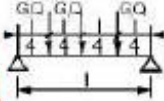
Rys: Autor

$$L = 2 \times 14,0 \text{ m}$$

$$G = 15 \text{ kN}$$

$$Q = 50 \text{ kN}$$

$$n = 4$$

Liczba przęseł	Rodzaj belki ¹⁾	Oznaczenie momentów								
			C_g	C_q	C_G	C_Q	C_G	C_Q	C_G	C_Q
2	I	M_1	0,086	0,105	0,167	0,198	0,250	0,292	0,334	0,412
		M_B	-0,086	-0,105	-0,167	-0,198	-0,250	-0,292	-0,334	-0,412
3	I	M_1	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		M_B	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		M_2	0,039	0,086	0,083	0,150	0,084	0,217	0,166	0,334
	II	M_1	0,096	0,111	0,188	0,213	0,278	0,308	0,375	0,437
		M_B	-0,063	-0,096	-0,125	-0,175	-0,167	-0,256	-0,250	-0,375
		M_2	0,063	0,096	0,125	0,175	0,167	0,256	0,250	0,375
4	I	M_1	0,086	0,106	0,167	0,200	0,250	0,295	0,334	0,417
		M_B	-0,086	-0,106	-0,167	-0,200	-0,250	-0,295	-0,334	-0,417
		M_2	0,055	0,094	0,111	0,169	0,150	0,253	0,222	0,367
		M_C	-0,055	-0,094	-0,111	-0,169	-0,150	-0,253	-0,222	-0,367
	II	M_1	0,096	0,110	0,188	0,212	0,278	0,306	0,375	0,436
		M_B	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380
		M_2	0,063	0,097	0,125	0,177	0,167	0,280	0,250	0,380
		M_C	-0,063	-0,097	-0,125	-0,177	-0,167	-0,260	-0,250	-0,380

$$M_1 = |M_B| = 0,250 \cdot 15 \text{ [kN]} \cdot 14 \text{ [m]} + 0,292 \cdot 50 \text{ [kN]} \cdot 14 \text{ [m]} = 256,9 \text{ kNm}$$

Siła ścinająca - tabela Winklera (przybliżenie - tablica dla stanu sprężystego, bez redystrybucji)

Dwa przęsła

Lp.	Schematy obciążeń	Momenty przęsłowe		Momenty podporowe	Siły poprzeczne				
		M_1	M_2		M_B	Q_A	Q_{B_1}	Q_{B_2}	Q_B
1		0,070	0,070	-0,125	0,375	-0,625	0,625	1,250	0,375
2		0,096	-0,025	-0,063	0,437	-0,563	0,063	0,625	-0,063
3		0,156	0,156	-0,188	0,312	-0,688	0,688	1,376	0,312
4		0,203	-0,047	-0,094	0,406	-0,594	0,094	0,688	-0,094
5		0,222	0,222	-0,333	0,667	-1,334	1,334	2,677	0,667
6		0,278	-0,056	-0,167	0,833	-1,167	0,167	1,334	-0,167
7		0,266	0,266	-0,469	1,032	-1,968	1,968	3,936	1,032
8		0,383	-0,117	-0,234	1,266	-1,734	0,234	1,968	-0,234

Przed redystrybucją (zakres sprężysty lub sprężysto-plastyczny)

$$R_A = R_C = 0,667 \cdot (15 \text{ [kN]} + 50 \text{ [kN]}) + (15 \text{ [kN]} + 50 \text{ [kN]}) = 108,333 \text{ kN}$$

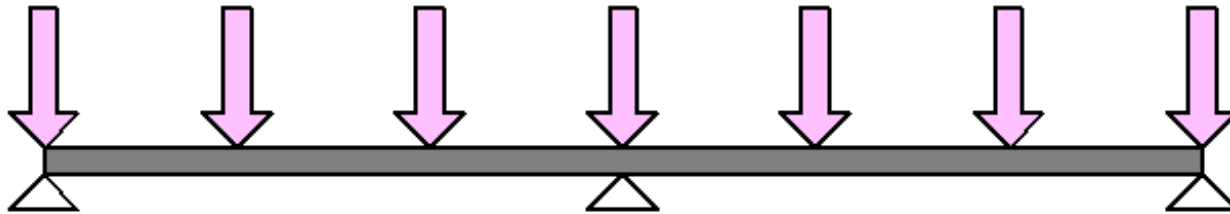
$$R_B = 2,667 \cdot (15 \text{ [kN]} + 50 \text{ [kN]}) + (15 \text{ [kN]} + 50 \text{ [kN]}) = 238,333 \text{ kN}$$

Po redystrybucji (zakres plastyczny)

$$R_A^* = R_C^* \approx 1,1 R_A = 119,167$$

$$R_B^* \approx R_B = 238,333 \text{ kN}$$

Przykład 2 - metoda graficzna



Rys: Autor

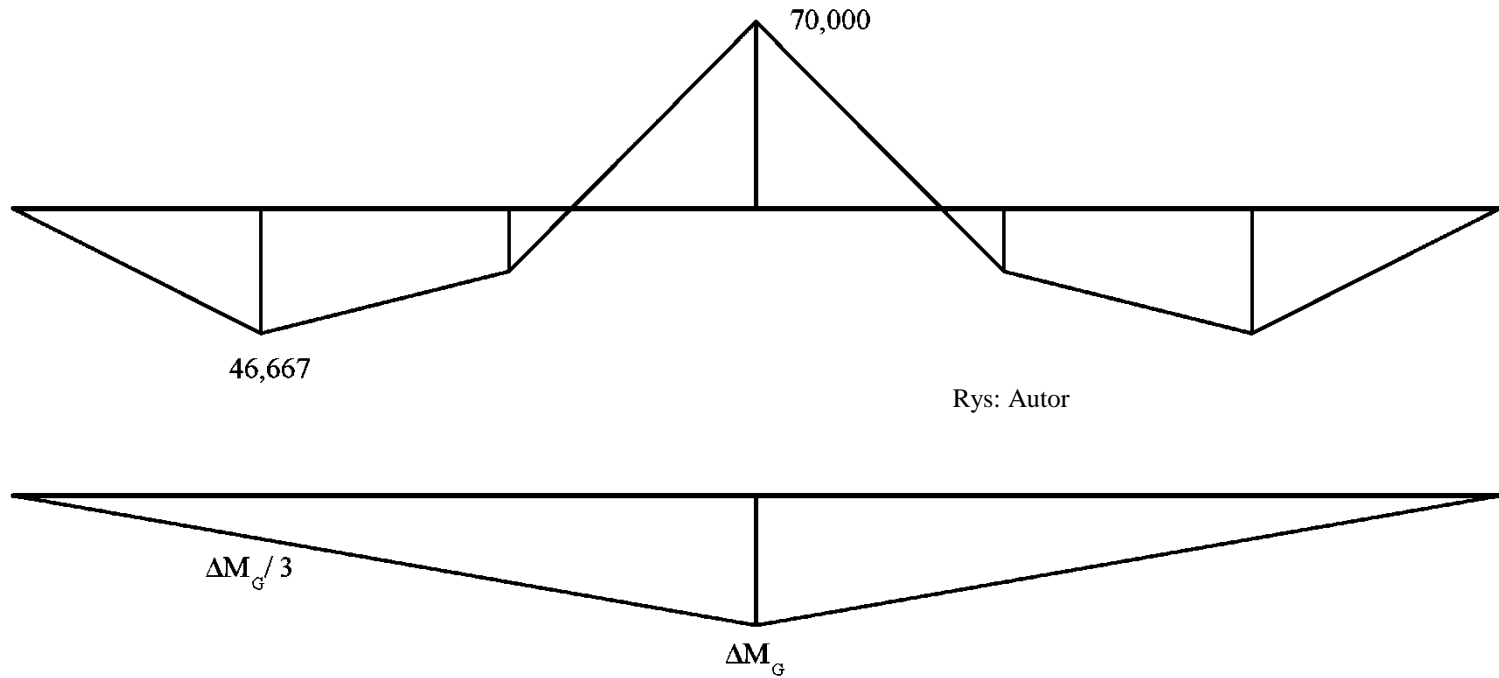
$$L = 2 \times 14,0 \text{ m}$$

$$G = 15 \text{ kN}$$

$$Q = 50 \text{ kN}$$

$$n = 4$$

1. Tylko ciężar własny

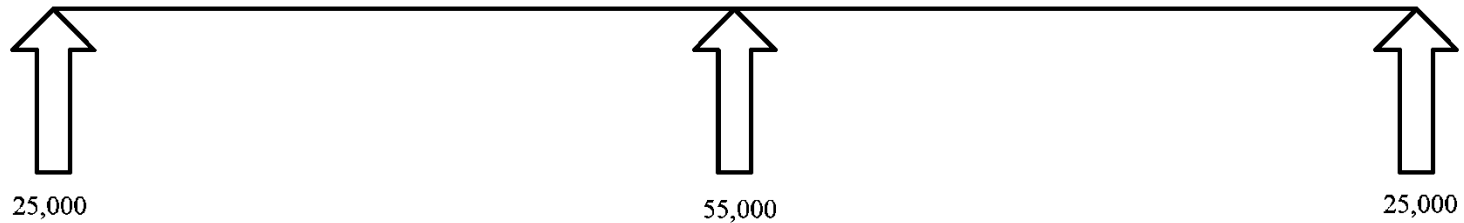


$$46,667 + \Delta M_G / 3 = 70,000 - \Delta M_G$$

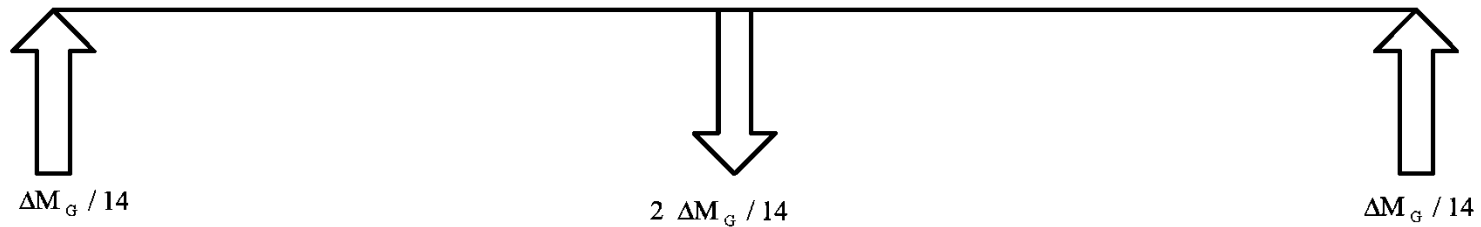
$$4 \Delta M_G / 3 = 70,000 - 46,667$$

$$\Delta M_G = 17,500 \text{ kNm}$$

$$M_G = 46,667 + \Delta M_G / 3 = 70,000 - \Delta M_G = 52,500 \text{ kNm}$$



Rys: Autor

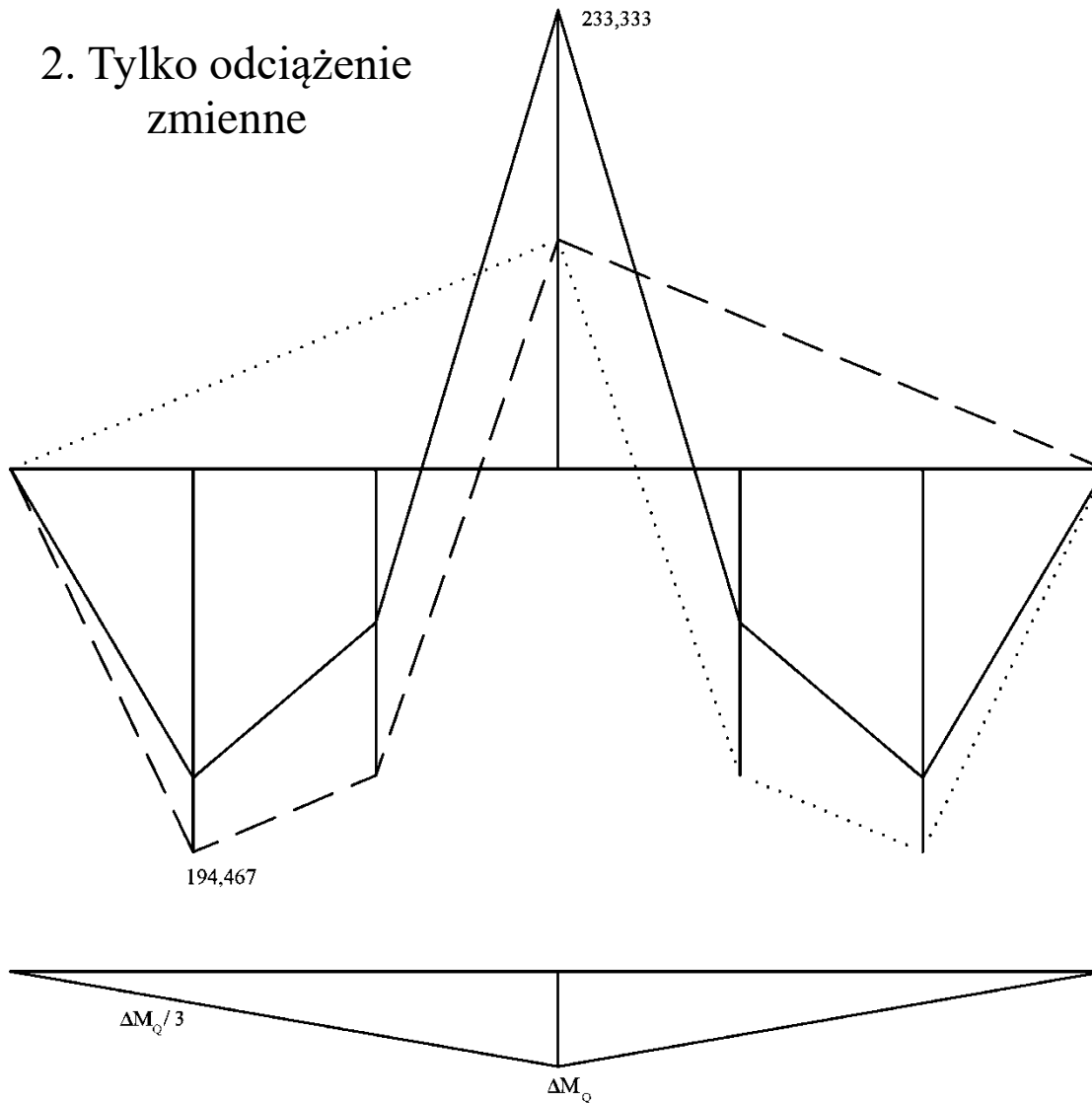


$$R_{AG} = 25,000 + \Delta M_G / 14 = 26,250 \text{ kN}$$

$$R_{BG} = 55,000 - 2 \Delta M_G / 14 = 52,500 \text{ kN}$$

2. Tylko obciążenie zmienne

Rys: Autor

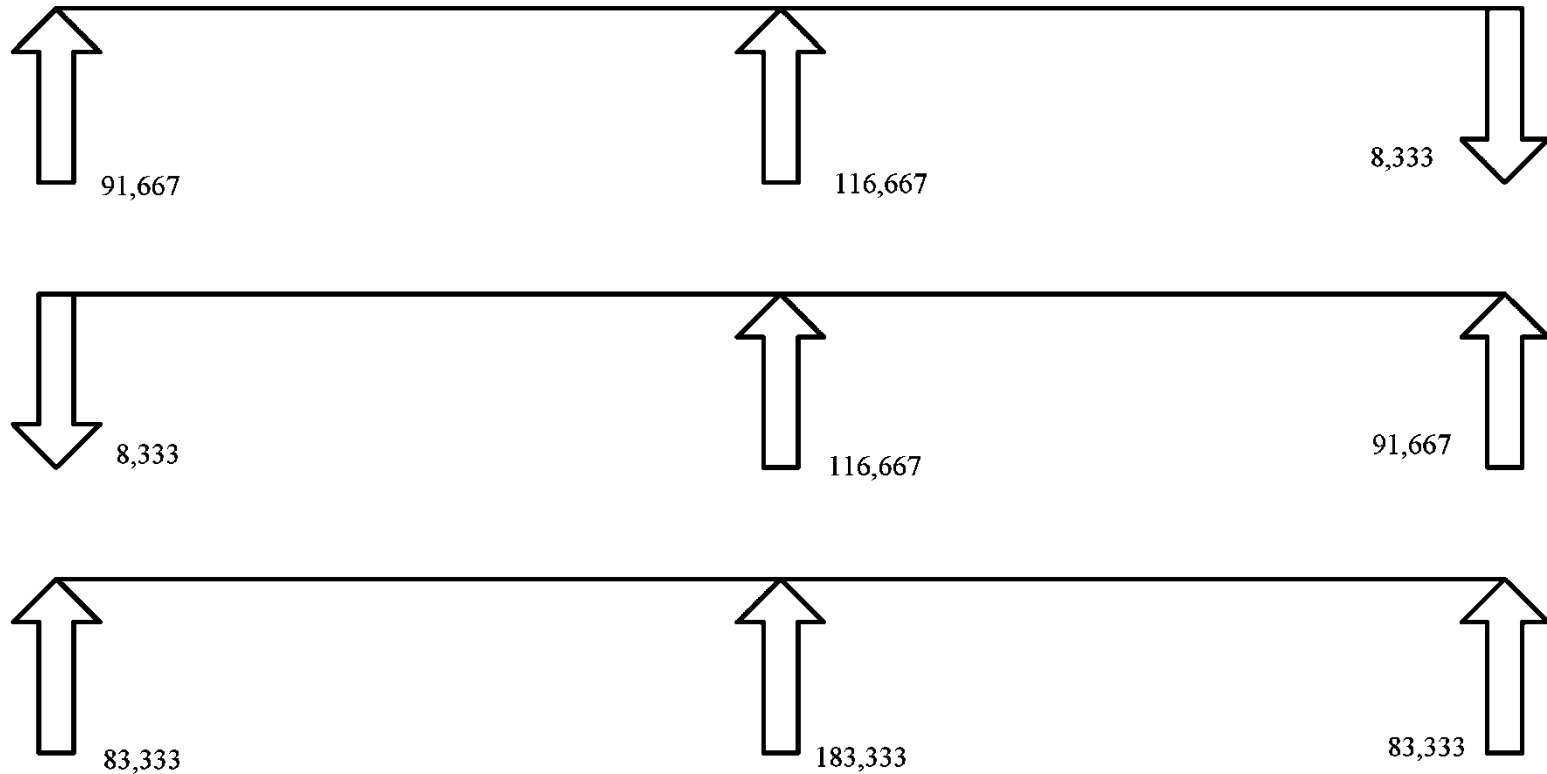


$$194,467 + \Delta M_Q / 3 = 233,333 - \Delta M_Q$$

$$4 \Delta M_Q / 3 = 233,333 - 194,467$$

$$\Delta M_Q = 29,150 \text{ kNm}$$

$$M_Q = 194,467 + \Delta M_Q / 3 = 233,333 - \Delta M_Q = 204,183 \text{ kNm}$$



$$R_{AQ \max} = 83,333 + \Delta M_Q / 14 = 97,918 \text{ kN}$$

$$R_{BQ \max} = 183,333 - 2 \Delta M_Q / 14 = 181,250 \text{ kN}$$

$$M_1 = |M_B| = M_G + M_Q = 52,500 + 204,183 = 256,683 \text{ kNm}$$

$$R_{A \max} = R_{AG} + R_{AQ \max} = 120,000 \text{ kN}$$

$$R_{B \max} = R_{BG} + R_{BQ \max} = 233,750 \text{ kN}$$

Wnioski

Klasa przekroju	M_1 [kNm]	$ M_B $ [kNm]	$R_{A \max}$ [kN]	$R_{B \max}$ [kN]
II, III, IV („normalna” statyka)	241,133	303,333	108,333	238,333
I - tablicowa	256,900	256,900	119,167	238,333
I - graficzna	256,683	256,683	120,000	233,750

	IPE 450 77,6 kg / m	IPE 450 A 67,2 kg / m (~ 300 zł / m)	IPE 400 66,3 kg / m (~ 300 zł / m)	IPE 400 A 57,4 kg / m (~260 zł / m)	IPE 360 57,1 kg / m
Jako III klasa (303,333 kNm ; W_{el})	86,052 %	96,978 %	111,659 %	126,299 %	142,848 %
Jako II klasa (303,333 kNm ; W_{pl})	75,839 %	86,398 %	98,759 %	112,830 %	126,671 %
Jako I klasa (256,683 kNm ; W_{pl})	64,176 %	73,110 %	83,571 %	95,478 %	107,190 %

S235 ; ~4,50 zł / kg

Ugięcia

EN 1993-1-1 N.A. 22

element	w_{\max} or w_3
Główne dźwigary dachowe (kratowe lub pełnościennie)	L / 250
Płatwie	L / 200
Blacha fałdowa	L / 150
Stropy: Podciągi belki poprzeczne	L / 350 L / 250
Nadproża drzwi i okien	L / 500
w_{\max} = netto (całkowite - wstępne) w_3 = od obciążeń zmiennych L – rozpiętość przęsła belki lub 2x wysięg wspornika	

Podsumowanie

Ogólny algorytm obliczeń:

- Nośność na ścinanie → #t / 53-56;
- Efekt szerokiego pasa (redukcja nośności, jeśli potrzebna) → #t / 75-77;
- Nośność na zginanie (redukcja nośności w przypadku dużego ścinania) → #t / 44, 58;
- Stateczność przy zginaniu (zwichrzenie) → #5, #13;
- Stateczność lokalna przy ścinaniu → #t / 57;
- Ugięcie → #t / 95;

Zagadnienia egzaminacyjne

Belka gorącowalcowana zginana i ścinana- algorytm obliczeń

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż. Tomasz Michałowski,

tmichal@usk.pk.edu.pl