

Konstrukcje metalowe

Wykład IX

Kratownice

Spis treści

Definicja → #t / 3

Geometria i przekroje → #t / 7

Rodzaje konstrukcji → #t / 18

Obliczenia → #t / 32

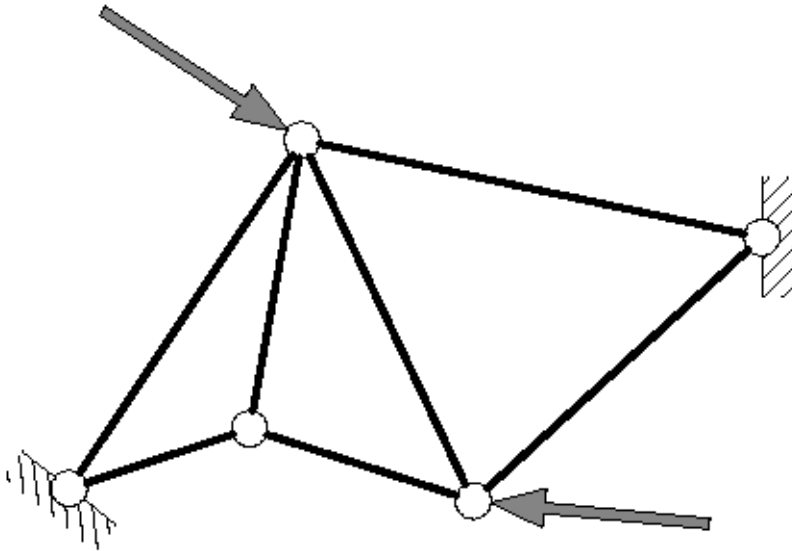
Rozwiązania konstrukcyjne → #t / 60

Modelowanie komputerowe → #t / 81

Weryfikacja wyników → #t / 91

Zagadnienia egzaminacyjne → #t / 96

Definicja



Rys: Autor

Kratownica (idealna, w teorii):

- Wszystkie pręty o osiach prostych;
- Tylko siły skupione w węzłach;
- Wszystkie połączenia przegubowe;

Wzory Schwedlera-Żurawskiego dla pręta prostego:

$$d M(x) / dx = Q(x)$$

$$d Q(x) / dx = q(x)$$

Siły tylko w węzłach \rightarrow brak obciążenia typu $q(x)$ (czyli $q(x) = 0$):

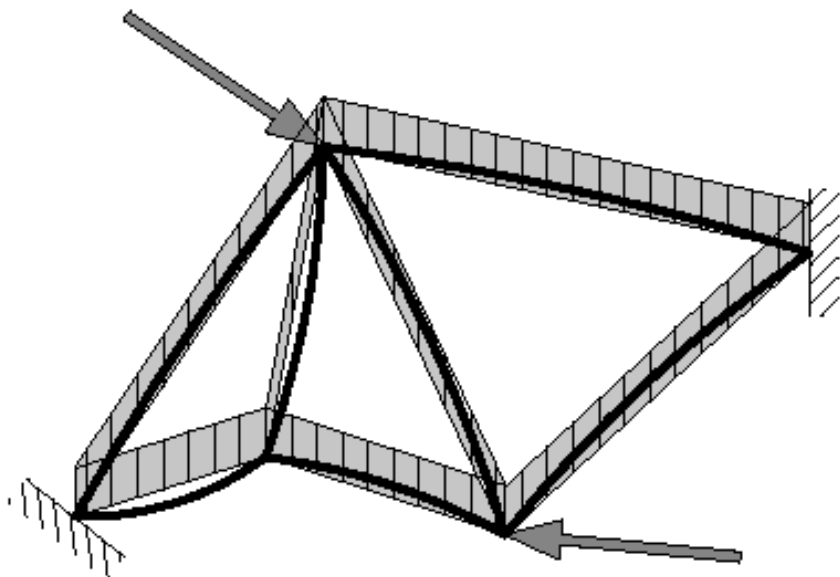
$$Q(x) = \text{const} = C \rightarrow M(x) = C x + A$$

Przeguby:

$$M(0) = 0 \rightarrow A = 0 \quad ; \quad M(L) = 0 \rightarrow C = 0$$

$$M(x) = 0 \quad ; \quad Q(x) = 0$$

Zatem występują tylko siły osiowe



Rys: Autor

Kratownica realna:

- Pręty nieproste (imperfekcje);
- Węzły nieidealne (sztywne? podatne?);
- Ciężar własny działa po długości prętów;

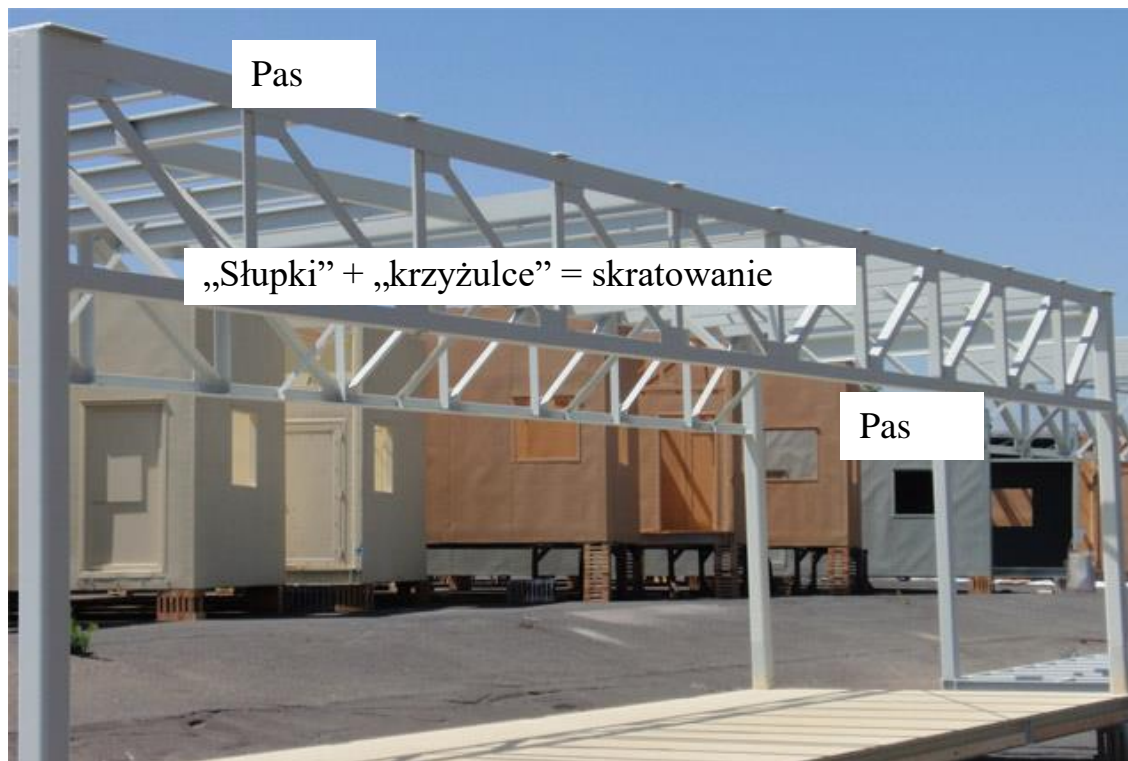
Jest to raczej zbliżone do ramy

Wytężenie (obliczenia jak dla kratownicy) \approx Wytężenie (obliczenia jak dla ramy)

Czas obliczeń (obliczenia jak dla kratownicy) \ll Czas obliczeń (obliczenia jak dla ramy)

Z tego powodu nieidealne kratownice liczymy jak idealne.

Ale... z powodu tak niewielkich różnic między kratownicą rzeczywistą i rzeczywistą ramą, należy dokonać bardzo precyzyjnej analizy, czy konkretna konstrukcja będzie się zachowywała bardziej jak rama czy bardziej jak kratownica (\rightarrow #t / 54).

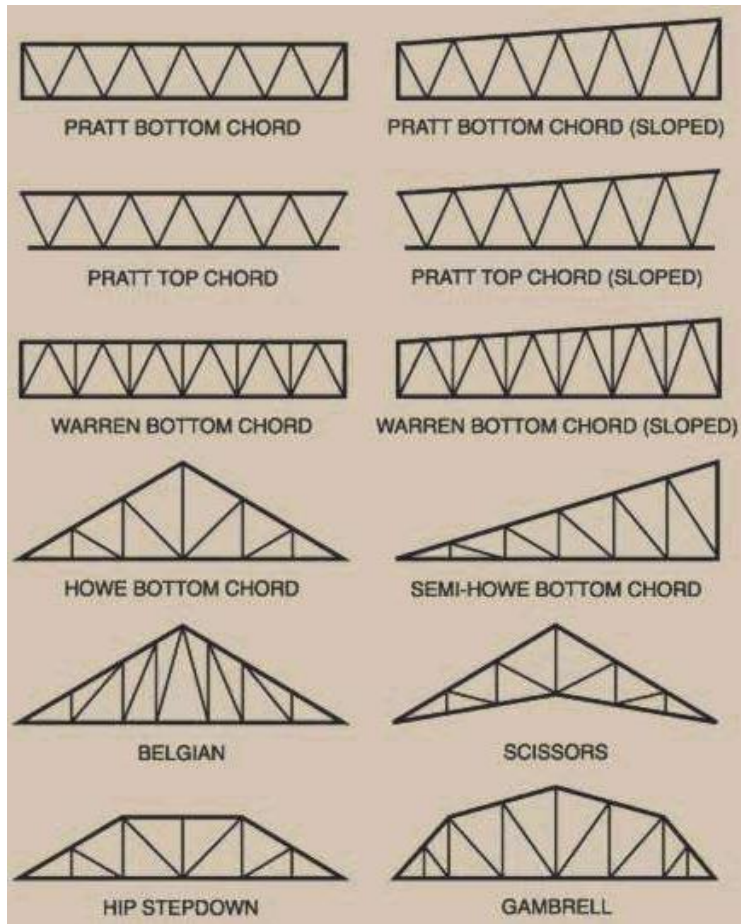


Rys: waldenstructures.com

Częstym błędem jest projektowanie osobno przekroju „słupków” i „krzyżulców”. Gdyby to nazwać „pasiasty pies” i „ultrafioletowy kot”, efekt dla obliczeń byłby taki sam, czyli żaden. O przekroju decyduje siła w elemencie i jego długość wyboczeniowa, a nie fantazyjna nazwa.

Geometria i przekroje

Można zastosować wiele różnych kształtów kratownic.



Rys: tridentruss.com



Rys: steelconstruction.info



Rys: e-plytawarstwowa.pl



Rys: domgaz.com.pl



Rys: konar.eu



Rys: i435.Rysbucket.com

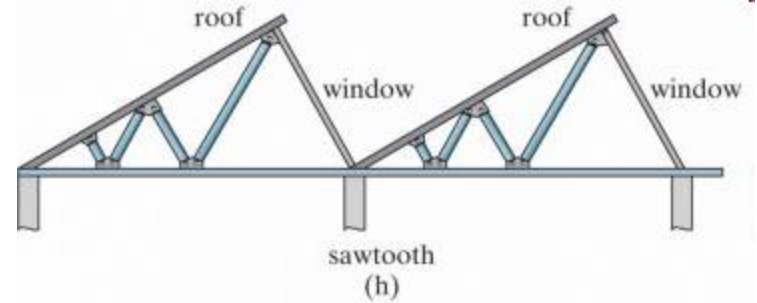


Figure: 03-03H

Copyright © 2009 Pearson Prentice Hall, Inc.

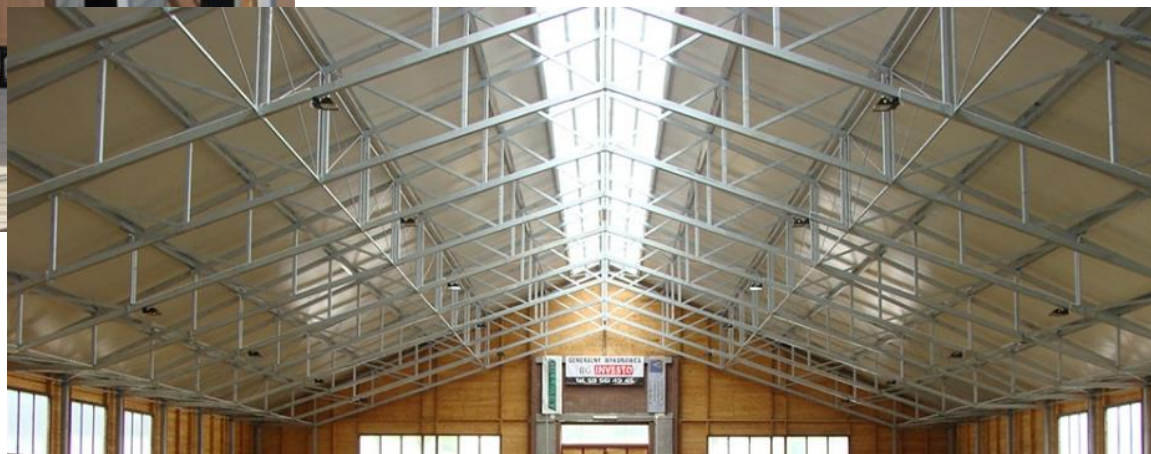
Rys: community.fansshare.net

Specyficznym rodzajem są kratownice o równoległych pasach. W ich przypadku siły w pasach mają bardzo podobne wartości.

$$|N_{Ed, top}| / |N_{Ed, bottom}| \approx 0,90 - 1,10$$

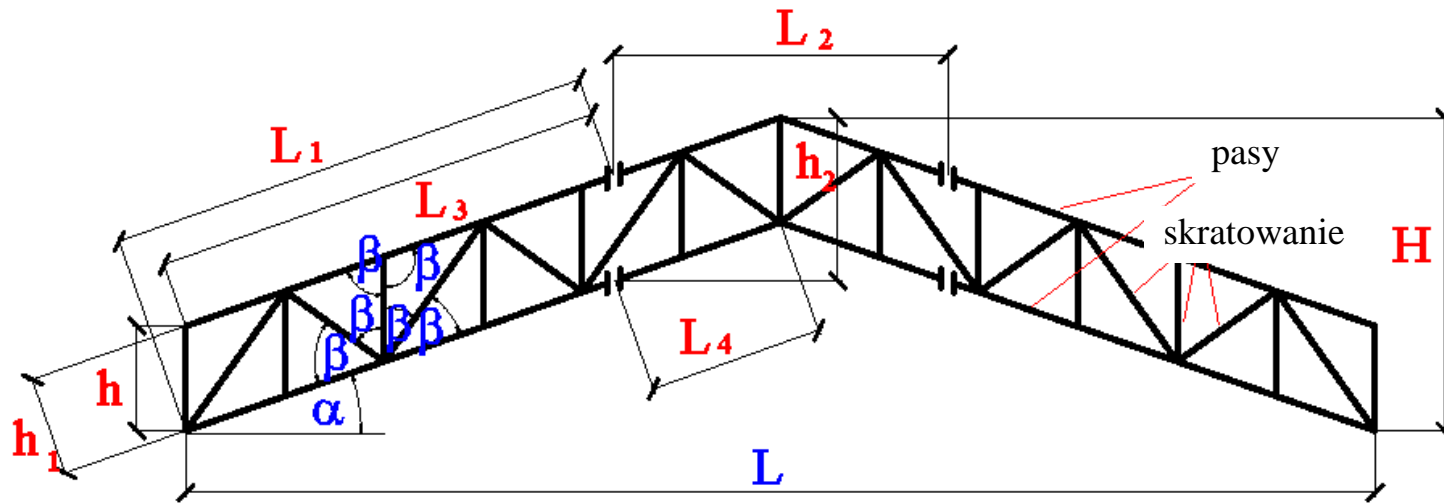


Rys: waldenstructures.com



Rys: gillmet.com.pl

Geometria początkowa



Rys: Autor

$$h = L (1/10 \sim 1/15)$$

$$H = L (1/5 \sim 1/10)$$

$$\alpha \geq 5^\circ$$

$$30^\circ \geq \beta \geq 60^\circ \text{ or } \beta \approx 90^\circ$$

$$\max (h_1; h_2) \leq 3,20 \text{ m}$$

$$\max (L_1; L_2; L_3; L_4) \leq 12,00 \text{ m (transport drogowy)}$$

Kratownica i dwuteownik – dwa rodzaje stalowych dźwigarów.

Sztywność dwuteownika:

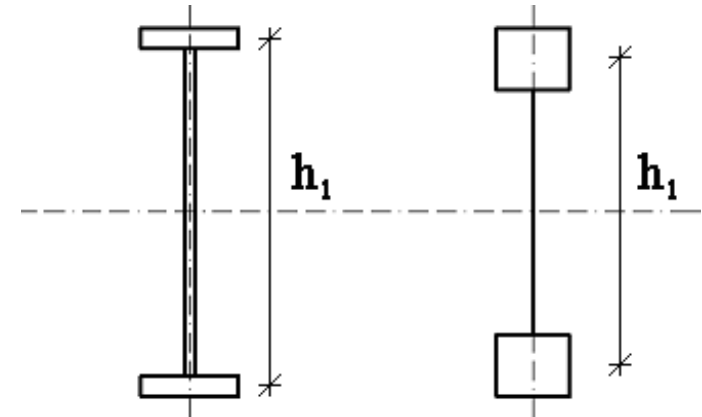
$$J_I = J_{\text{półka górna}} + J_{\text{środek}} + J_{\text{półka dolna}}$$

Dla przekroju symetrycznego:

$$J_{\text{półka górna}} = J_{\text{półka dolna}} \approx 2 \left(h_{1, I} / 2 \right)^2 A_{\text{półka}}$$

$$J_I \approx \left(h_{1, I}^2 / 2 \right) A_{\text{półka}} + J_{\text{środek}}$$

Rys: Autor



Sztywność kratownicy (Konstrukcje metalowe, M. Łubiński, A Filipiak, W. Żółtowski, Arkady 2000):

$$J_{\text{kratownica}} \approx 0,7 \left[A_{\text{pas górny}} A_{\text{pas dolny}} / (A_{\text{pas górny}} + A_{\text{pas dolny}}) \right] \left(h_{1, \text{kratownica}} / 2 \right)^2$$

Dla przekroju symetrycznego:

$$A_{\text{pas górny}} = A_{\text{pas dolny}} = A_{\text{pas}}$$

$$J_{\text{kratownica}} \approx 0,7 \left[A_{\text{pas}}^2 / (2 A_{\text{pas}}) \right] \left(h_{1, \text{kratownica}} / 2 \right)^2 = 0,35 h_{1, \text{kratownica}}^2 A_{\text{pas}}$$

Sztywność konstrukcji jest ważna przede wszystkim dla SGU. Zarówno dla kratownicy jak i dla dźwigara dwuteowego dopuszczalna strzałka ugięcia jest taka sama. Co za tym idzie:

sztywność dwuteownika = sztywność kratownicy

Sztywność dwuteownika:

$$J_I \approx 0,5 h_{1,I}^2 A_{\text{półka}} + J_{\text{środek}}$$

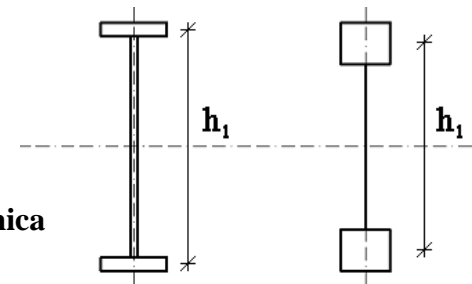
Dla różnych dwuteowników, $J_{\text{środek}} = 7\% - 25\% J_{\text{półka}}$

Jeśli $A_{\text{półka}} = A_{\text{pas}}$ oraz $h_{1,I} = h_{1, \text{kratownica}}$

$$J_I \approx 1,53 \div 1,79 J_{\text{kratownica}}$$

Sztywność kratownicy:

$$J_{\text{truss}} \approx 0,35 h_{1, \text{kratownica}}^2 A_{\text{pas}}$$

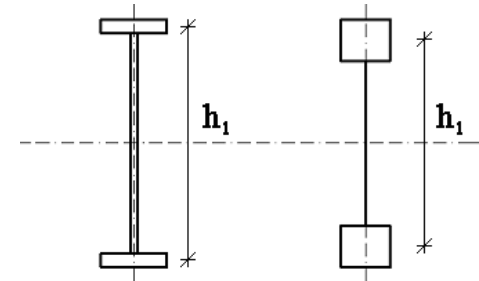


Potrzebujemy $J_I = J_{\text{kratownica}}$; co oznacza: $h_{1, \text{kratownica}} > h_{1,I}$ lub $A_{\text{pas}} > A_{\text{półka}}$

Rys: Autor

$$h_{1, \text{ kratownica}} > h_{1, \text{ I}}$$

Wstępne założenie:



$$h_{1, \text{ Ibeam}} = L / 20 - L / 25 \quad ; \quad h_{1, \text{ truss}} = L / 10 - L / 15 \rightarrow h_{1, \text{ kratownica}} > h_{1, \text{ I}}$$

Rys: Autor

L [m]	$h_{1, \text{ I}}$	$h_{1, \text{ kratownica}}$
15,0	~ 650 mm	~ 1200 mm
20,0	~ 900 mm	~ 1600 mm
25,0	~ 1200 mm	~ 2000 mm

$$A_{\text{pas}} \leftrightarrow A_{\text{półka}}$$

L [m]	$h_{1, I}$	Przekrój
15,0	~ 650 mm	HEA 650 $A_{\text{półka}} = 78 \text{ cm}^2$
20,0	~ 900 mm	HEA 900 $A_{\text{półka}} = 90 \text{ cm}^2$
25,0	~ 1200 mm	HLA+ 1100 $A_{\text{półka}} = 124 \text{ cm}^2$

Z warunku tej samej nośności:

L [m]	$h_{1, \text{kratownica}}$	Przekrój pasa (rura okrągła)
15,0	~ 1200 mm	168,3/12,5 $A_{\text{półka}} = 61,2 \text{ cm}^2$
20,0	~ 1600 mm	193,7/12,5 $A_{\text{półka}} = 71,2 \text{ cm}^2$
25,0	~ 2000 mm	244,5/14,2 $A_{\text{półka}} = 103,0 \text{ cm}^2$

$$J_{\text{kratownica}} \approx 0,35 h_{1, \text{ kratownica}}^2 A_{\text{pas}}$$

L [m]	J_I	$J_{\text{kratownica}}$
15,0	HEA 650 281 700 cm ⁴	308 500 cm ⁴
20,0	HEA 900 422 100 cm ⁴	637 950 cm ⁴
25,0	HLA 1100 867 400 cm ⁴	1 442 000 cm ⁴

Kratownice mają większą sztywność niż dwuteowniki, ale zajmują więcej przestrzeni użytkowej:

L [m]	$h_{1, I}$	$h_{1, \text{ kratownica}}$
15,0	~ 650 mm	~ 1200 mm
20,0	~ 900 mm	~ 1600 mm
25,0	~ 1200 mm	~ 2000 mm

Ciężar własny kratownicy

I propozycja (PN B 02001):

$$g_T = [2 / a + 0,12 (g + q)] L / 100$$

g_T , g (pokrycie dachu + płatwie), q (śnieg + wiatr) \rightarrow [kN/m²], wartości charakterystyczne
 a (rozstaw kratownic), $L \rightarrow$ [m]

II propozycja:

$$g_{T1} = d_{\text{stal}} q_1 L^3 / (2 H f_y)$$

$g_{T1} \rightarrow$ [kN], d_{stal} ciężar własny stali \rightarrow [kN/m³], H – wysokość kratownicy

$$q_1 = a(g + q)$$

$$g_{T1} \approx a L g_T$$

$a = 6,0 \text{ m}$, I propozycja, $aLg_T \text{ [kN]} =$

q [kN / m]	L [m]		
	18,0	24,0	30,0
10,0	53,1	94,5	147,6
15,0	76,5	137,0	212,4

$a = 6,0 \text{ m}$, II propozycja, $g_{T1} \text{ [kN]} =$

q [kN / m]	L [m]		
	18,0	24,0	30,0
10,0	48,7	86,6	135,3
15,0	73,1	129,9	202,9

Rodzaje konstrukcji

Płatwie kratowe

„Klasyczne” kratownice

Kratownice wielopasowe

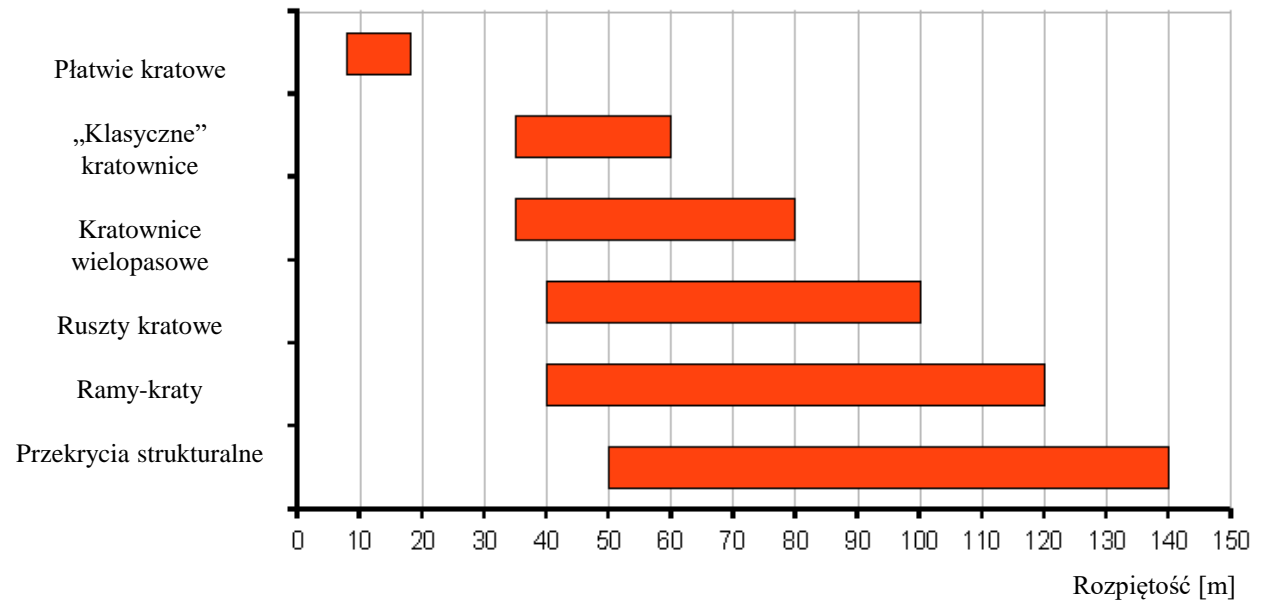
Ruszty kratowe

Ramy-kraty

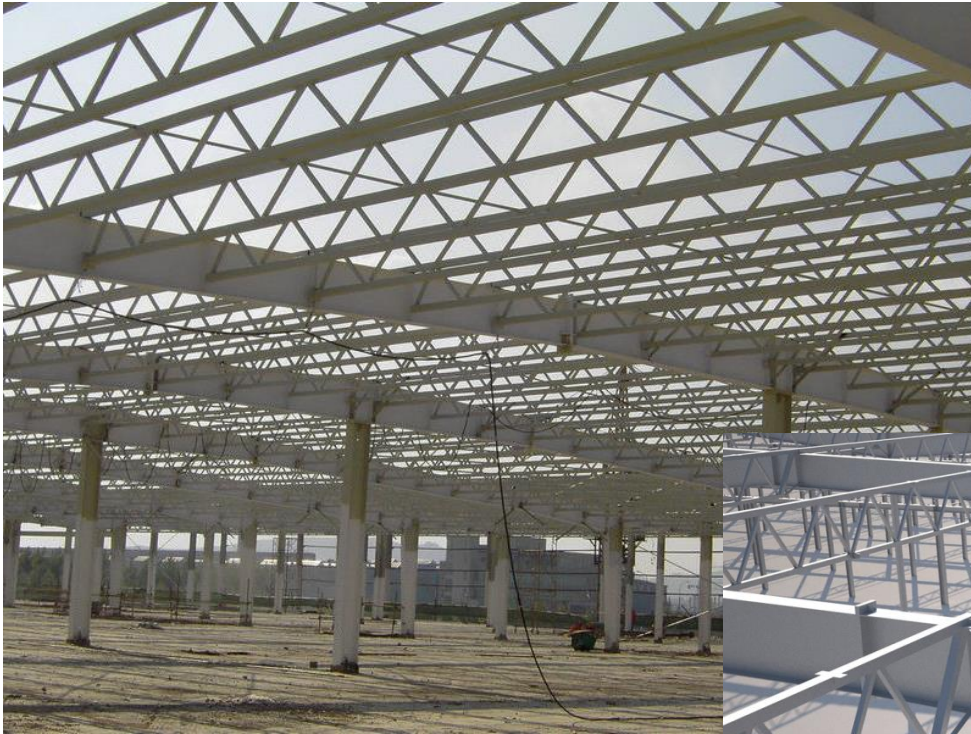
Przekrycia strukturalne

Słupy skratowane

Rys: Autor



Płatwie kratowe

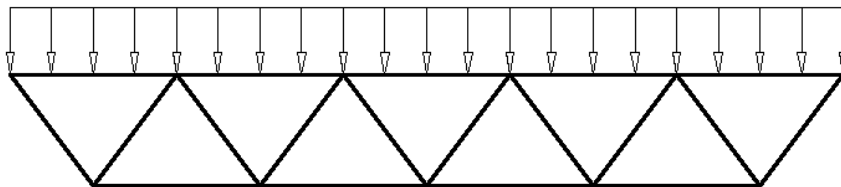
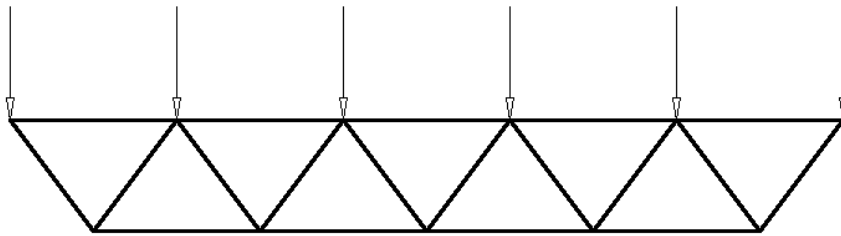


Rys: structural-steelbuilding.com



Rys: CoBouw Polska Sp. z o. o.

„Zwykłe” kratownice – siły przyłożone są w węzłach.

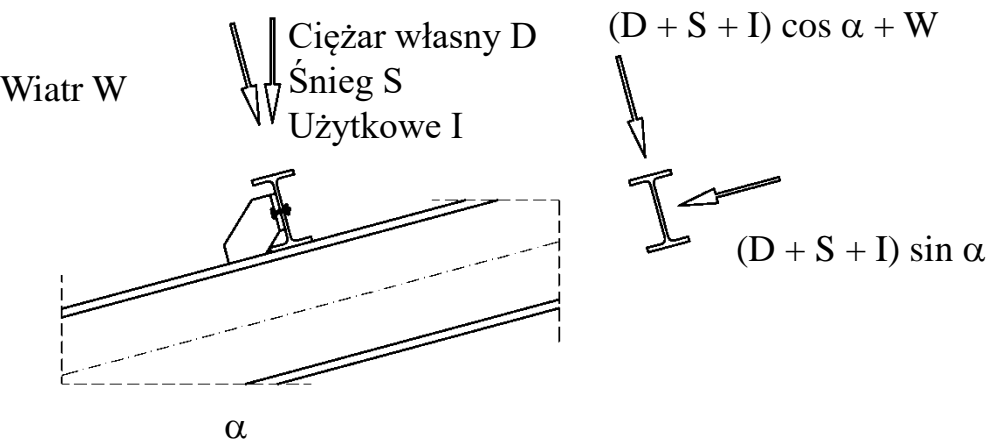


Rys: Autor



Rys: construdare.com

Płatwie kratowe – obciążenie ciągłe przyłożone z pokrycia dachowego do pasa górnego. W pasie górnym zginanie z siłą osiową, pas dolny i wykratowanie to klasyczne pręty kratowe (tylko siła osiowa).



Rys: Autor

→ #8 / 37

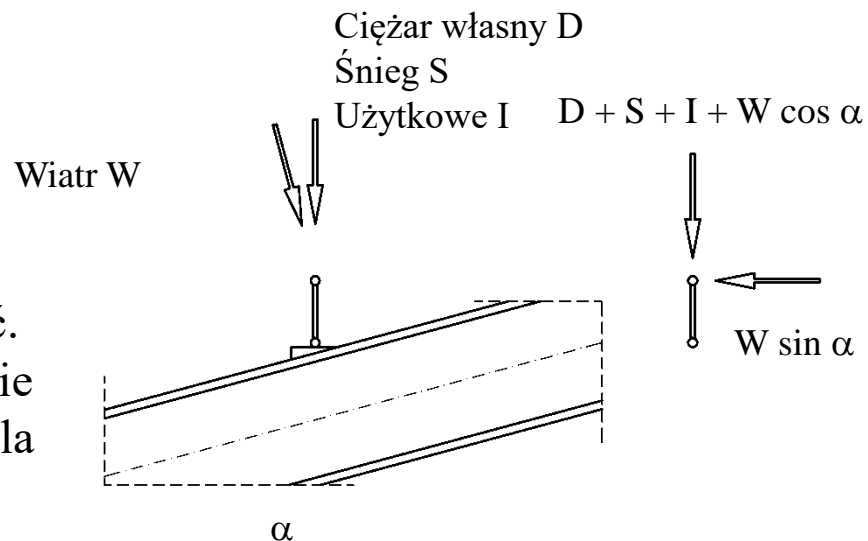
Belka dwuteowa; zginanie dwukierunkowe.

Płatew kratowa - siła osiowa

$W \sin \alpha$

ma bardzo małą wartość i można ją pominąć.

Wszystkie obciążenia działają w płaszczyźnie kratownicy. Potrzebne są dodatkowe klipy dla ustawienia płatew w płaszczyźnie pionowej.



Rys: Autor

„Klasyczne” kratownice



Rys: steelconstruction.info



Rys: domgaz.com.pl

Kratownice o dwu pasach (dolny-górny) użyte jako pojedyncze dźwigary.



Rys: waldenstructures.com

Kratownice wielopasowe



Rys: steelconstruction.info

Rys: multimetalgb.ca



3 lub 4 kratownice połączone se sobą w jednolitą konstrukcję o przekroju trójkątnym lub kwadratowym, Często stosowane jako konstrukcje tymczasowe (zadaszenia estrad) lub maszty.



Rys: conference-truss-hire.co.uk



Rys: rktruss.com



Rys: stretchtents.com.au



Rys: eioba.pl

Ruszty kratowe

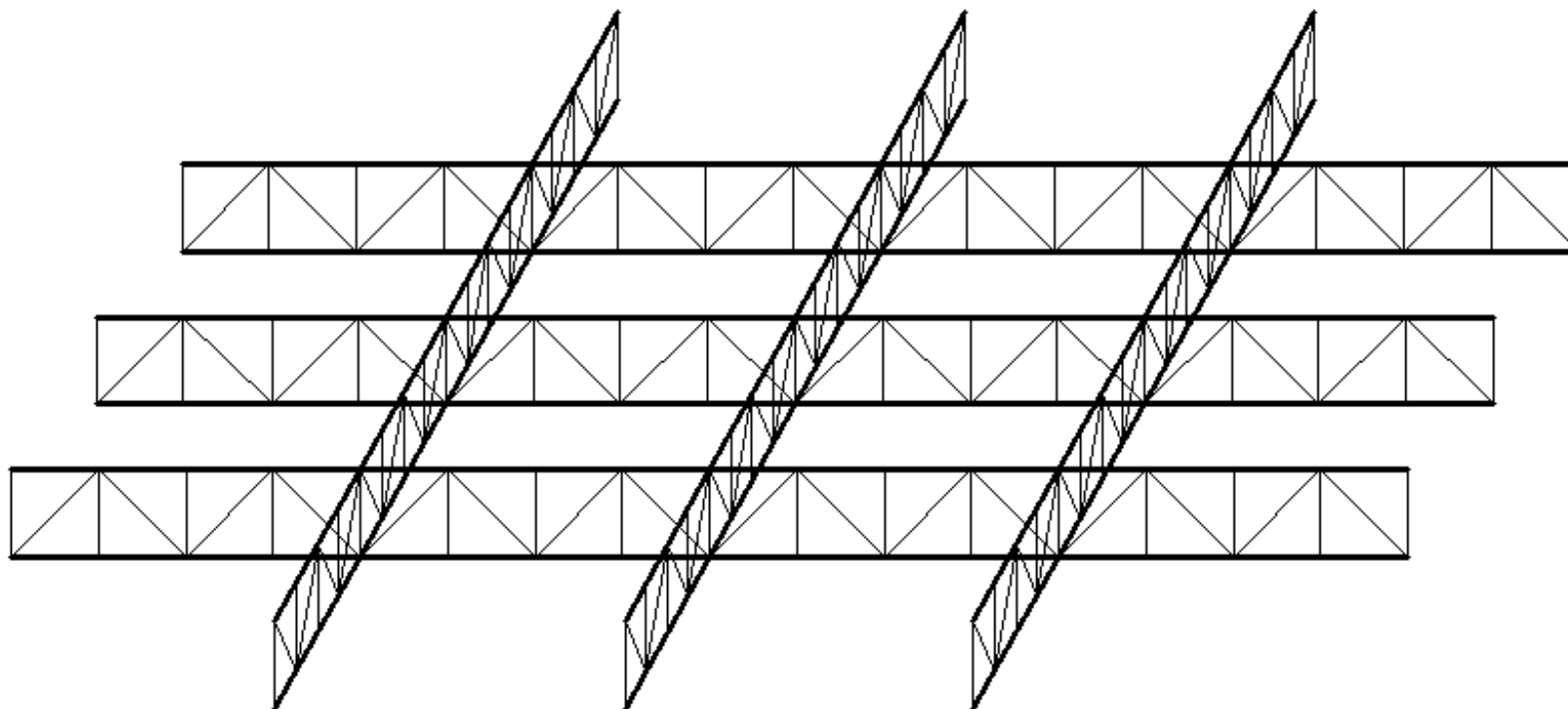


Rys: cdn8.muratorplus.smcloud.net



Rys: qdjinfei.en.made-in-china.com

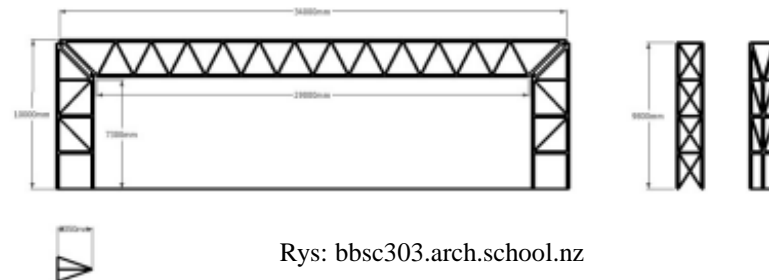
Konstrukcja złożona z kratownic o identycznej wysokości przekroju, usytuowanych prostopadle do siebie.



Rys: Autor

Ramy-kraty

„Klasyczne” ramy portalowe (rygiel + 2 słupy), wykonane z kratownic a nie dwuteowników.



Rys: bbsc303.arch.school.nz



Rys: wikipedia

Przekrycia strukturalne

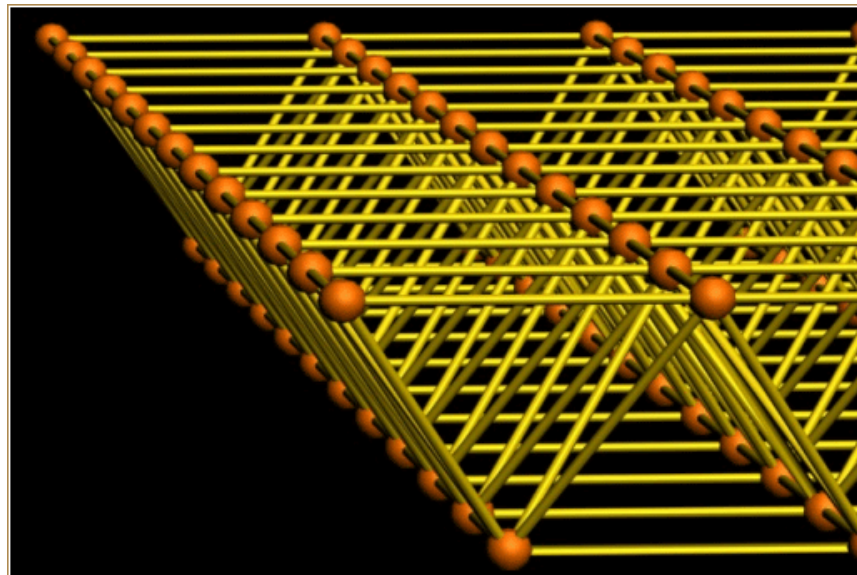


Rys: miripiri.co.in



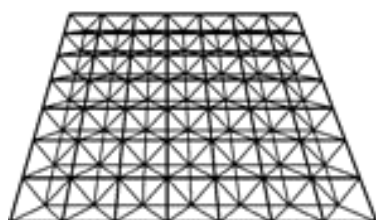
Rys: urwishengineers.com

2 lub 3 warstwy prętów, połączone skratowaniem

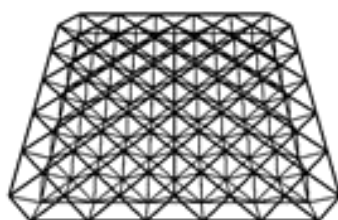


Rys: civiltech.ir

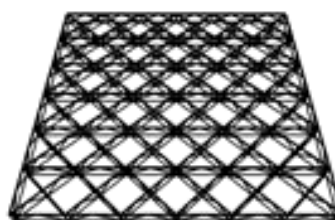
Rys: shreeengineering.in/



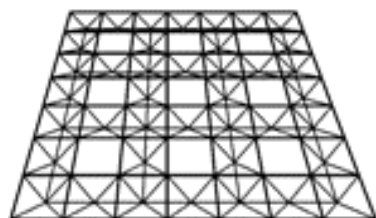
(a) Two-way on two-way grid



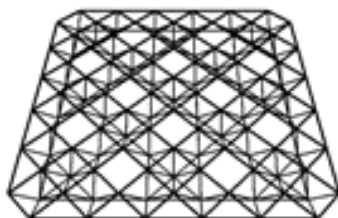
(b) Diagonal on diagonal grid



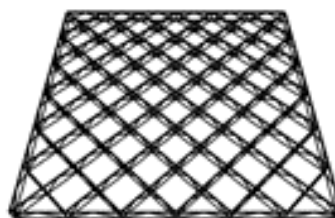
(c) Three-way truss grid



(d) Reduced two-way on two-way grid



(e) Reduced diagonal on diagonal grid



(f) Diagonal truss grid

Przekrycia mogą mieć kształt płaski, cylindryczny lub sferyczny. Więcej informacji podane będzie na II^o studiów.



Rys: wikipedia

Rys: cnxzf.com

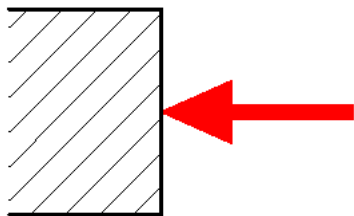
Słupy skratowane



Rys: zksgrzelak.eu

Konstrukcje bardzo podobne do kratownic, ale ich praca i model obliczeniowy są całkowicie odmienne.
Algorytm obliczeń tego typu słupów przedstawiony zostanie na II stopniu studiów.

Obliczenia



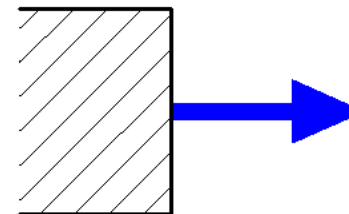
Rys: Autor

$$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1,0$$

$$N_{b,Rd} = \chi A f_y / \gamma_{M0}$$

$$N_{Ed} / N_{t,Rd} \leq 1,0$$

$$N_{t,Rd} = A f_y / \gamma_{M1}$$

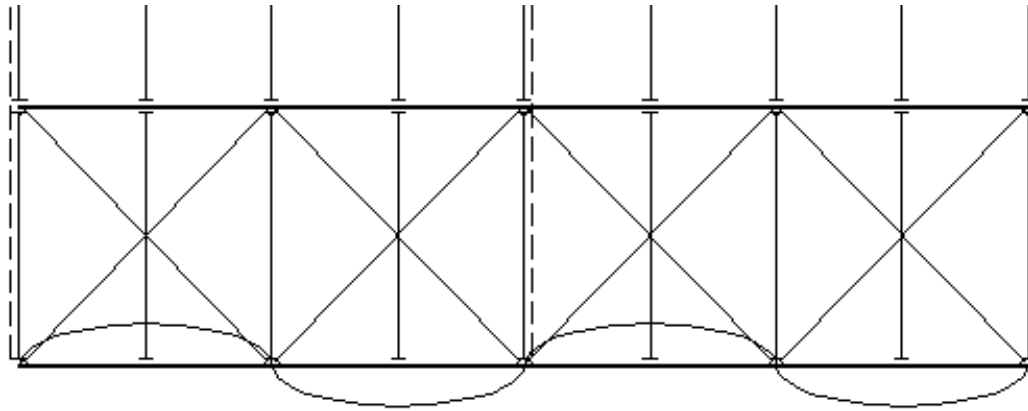


Rys: Autor

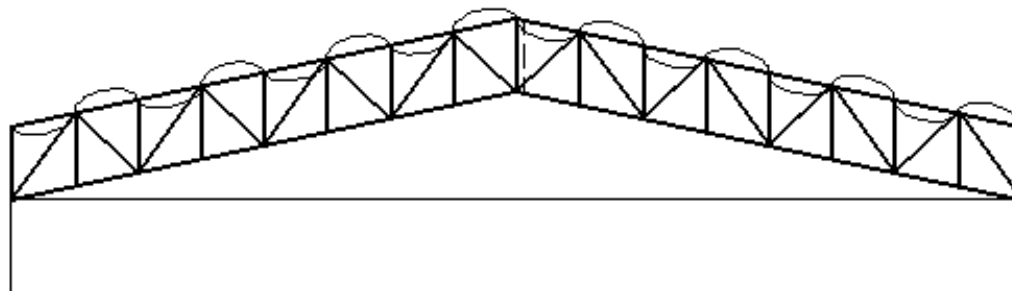
χ - wykład #5:

- ◆ Wyboczenie giętne
- ◆ Wyboczenie skrętne
- ◆ Wyboczenie skrętno-giętne

Długość wyboczeniowa dla pasów może być różna w płaszczyźnie kratownicy i w płaszczyźnie połąci. W płaszczyźnie kratownicy jest to odległość między węzłami. W płaszczyźnie połąci jest to rozstaw stężeń:

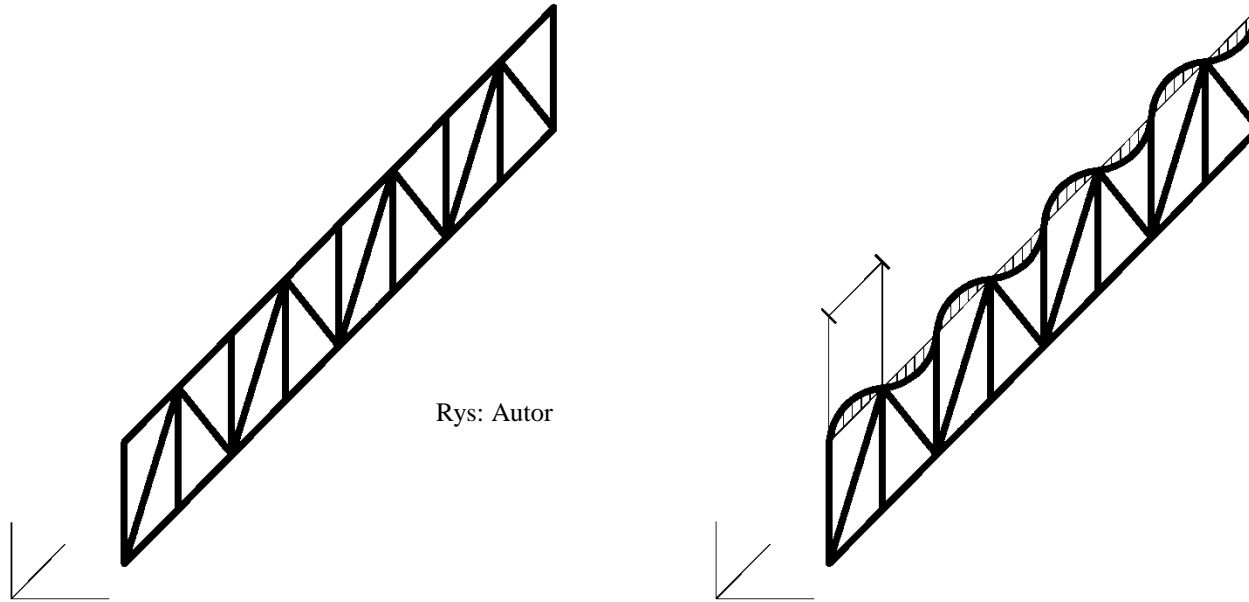


Rys: Autor



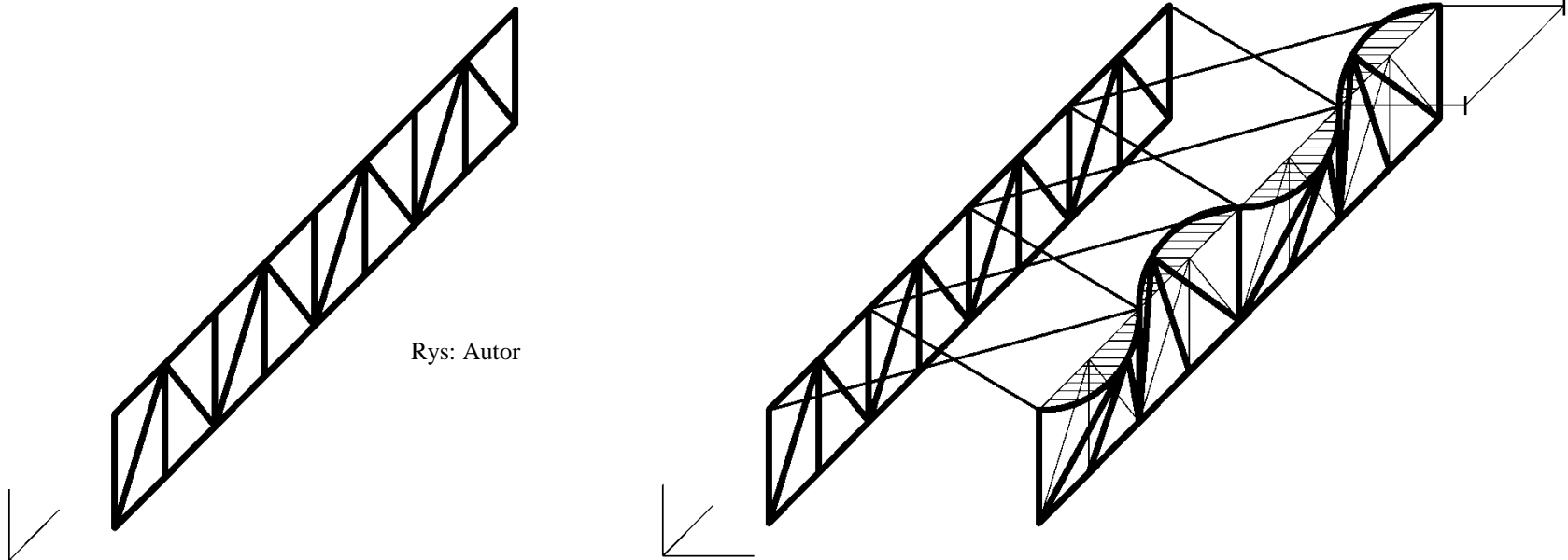
Długość wyboczeniowa pasów kratownicy zależy od kierunku wyboczenia i położenia pasa.
Dla skratowania: długość wyboczeniowa = odległość między węzłami.

Długość wyboczeniowa dla pasów:



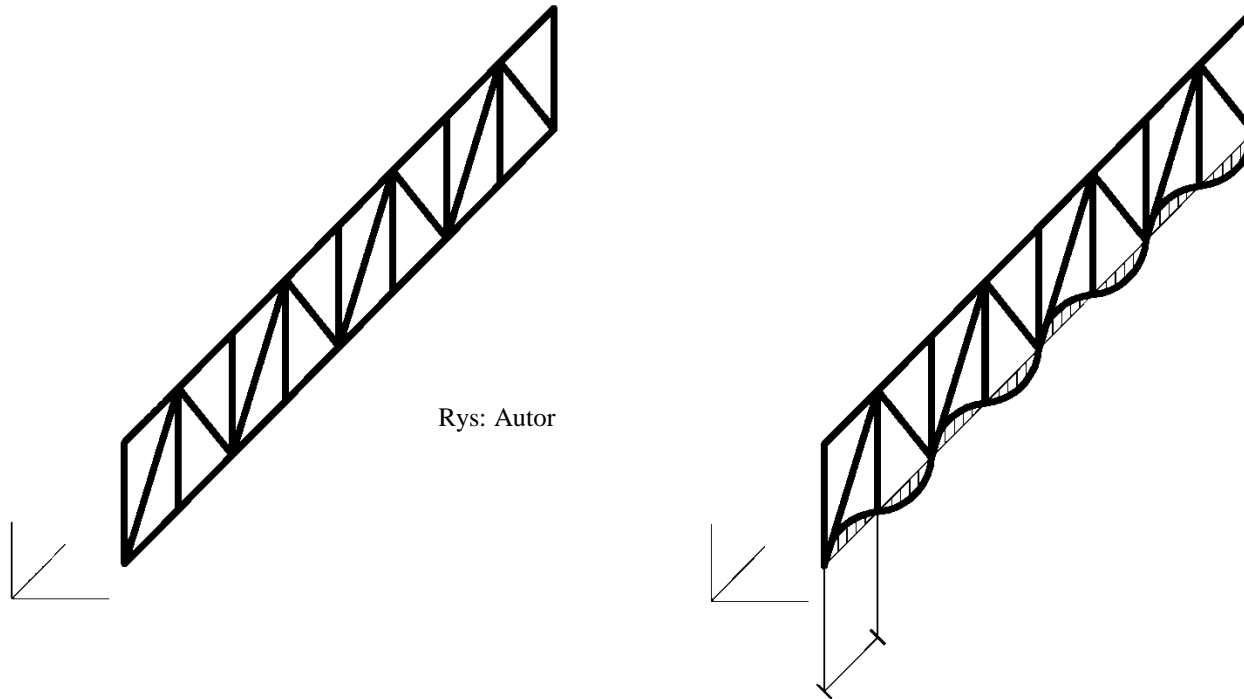
Pas górny ściskany; wyboczenie w płaszczyźnie kratownicy: długość wyboczeniowa = odległość między węzłami.

Długość wyboczeniowa dla pasów:



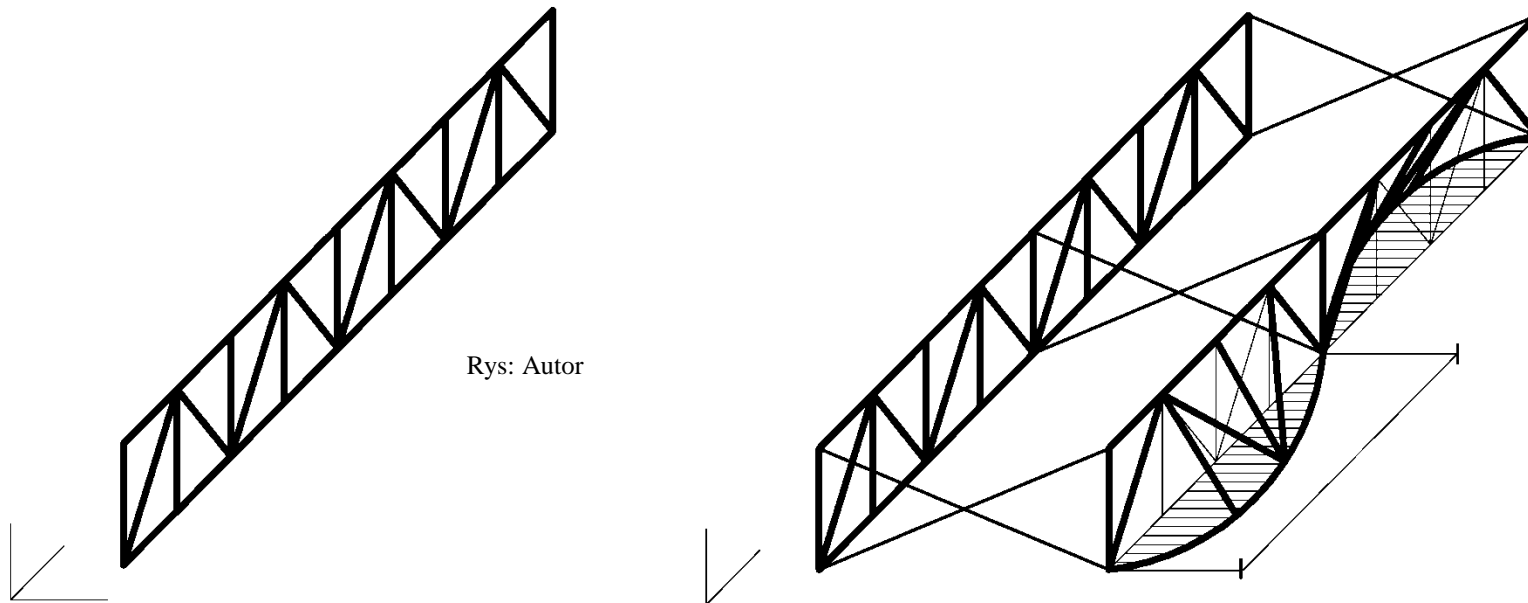
Pas górny ściskany; wyboczenie z płaszczyzny kratownicy: długość wyboczeniowa = rozstaw stężeń połączeniowych.

Długość wyboczeniowa dla pasów:



Pas dolny ściskany; wyboczenie w płaszczyźnie kratownicy: długość wyboczeniowa = odległość między węzłami.

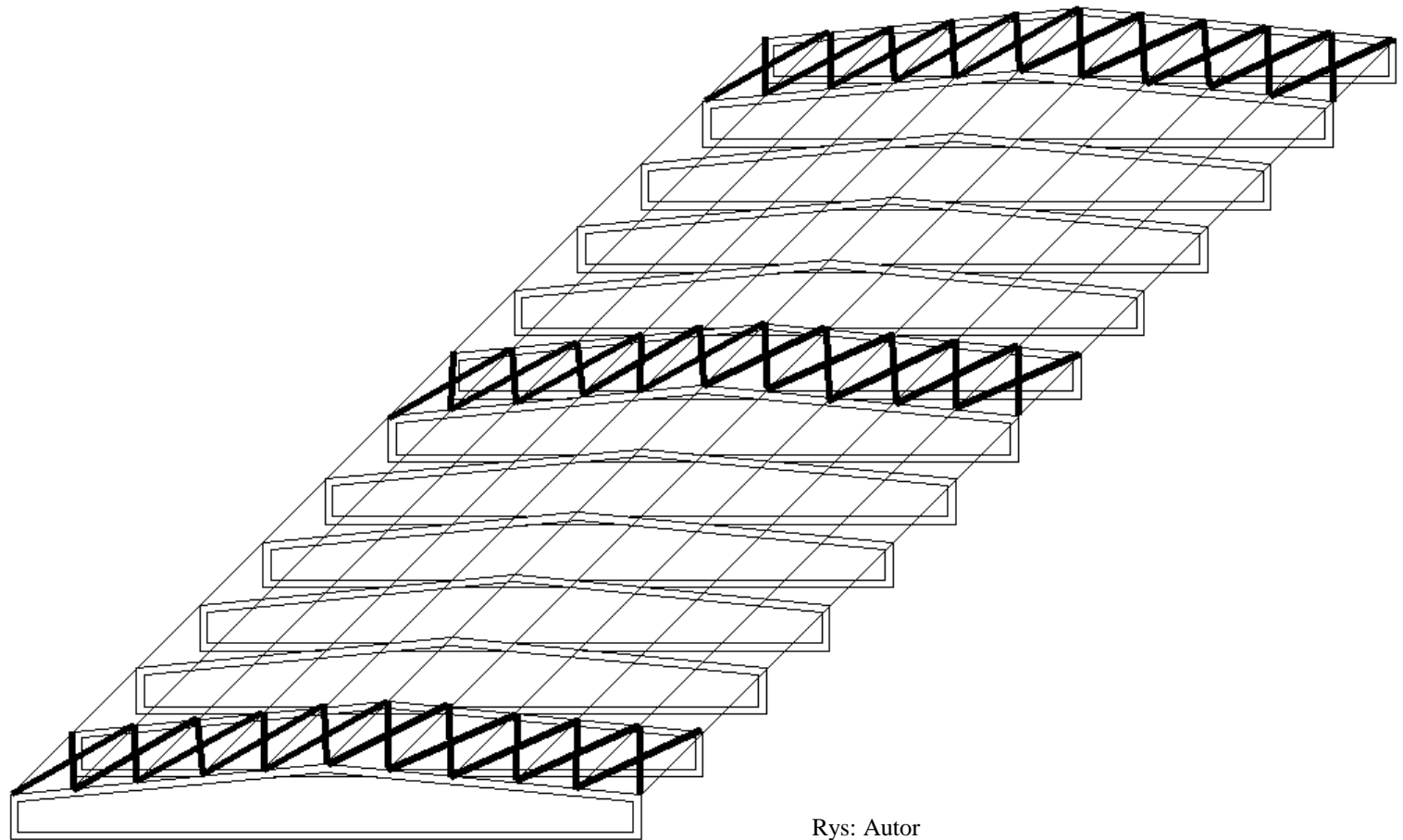
Długość wyboczeniowa dla pasów:



Pas dolny ściskany; wyboczenie z płaszczyzny kratownicy: długość wyboczeniowa = rozstaw stężeń pionowych.

Stężenia są bardzo ważnymi elementami konstrukcji; zwłaszcza kratownic. Używamy dla nich specyficznego modelu obliczeniowego.


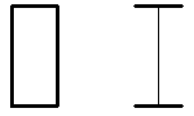
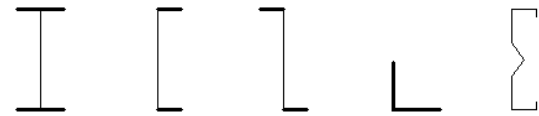
Więcej informacji o stężeniach będzie pokazane na wykładzie #10.



Rys: Autor

Wynikiem obliczeń jest współczynnik wyboczeniowy χ .

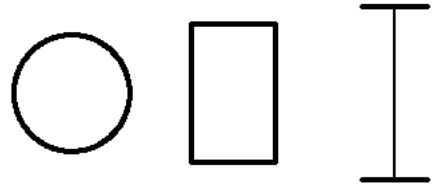
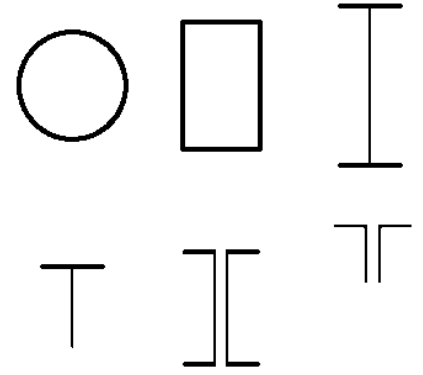

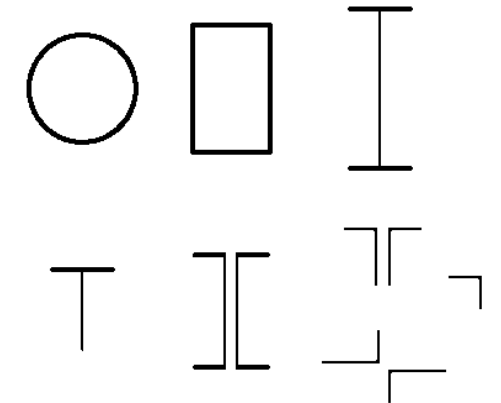
Liczony jest w różny sposób dla różnych przekrojów.

Wyboczenie		
Giętne		Giętne, skrętne, giętno-skrętne
	 (dwuteowniki gorąco walcowane)	 (dwuteowniki spawane)
$\chi = \chi_y = \chi_z$ (tylko gdy $l_{cr,y} = l_{cr,z}$)	$\chi = \min(\chi_y ; \chi_z)$	$\chi = \min(\chi_y ; \chi_z ; \chi_T ; \chi_{z,T})$

Rys: Autor

Przekroje pasów i skratowania

	PN B 03200	EN 1993
Elementy	Dopuszczalne wszystkie rodzaje przekrojów	
Węzły	Brak dodatkowych wymagań	Dodatkowe wymagania → tylko niektóre rodzaje przekrojów są dopuszczalne

	Współczesne kratownice (EN)	Stary typ kratownic (PN-B)
Pasy		
Skratowanie		

Rys: Autor

Zawsze w przypadku zastosowania rur musimy hermetycznie zamknąć ich końce. Zapobiega to powstawaniu korozji wewnątrz rur. Korozja wewnętrzna może niepostrzeżenie doprowadzić do zniszczenia konstrukcji bez widocznych znaków ostrzegawczych.

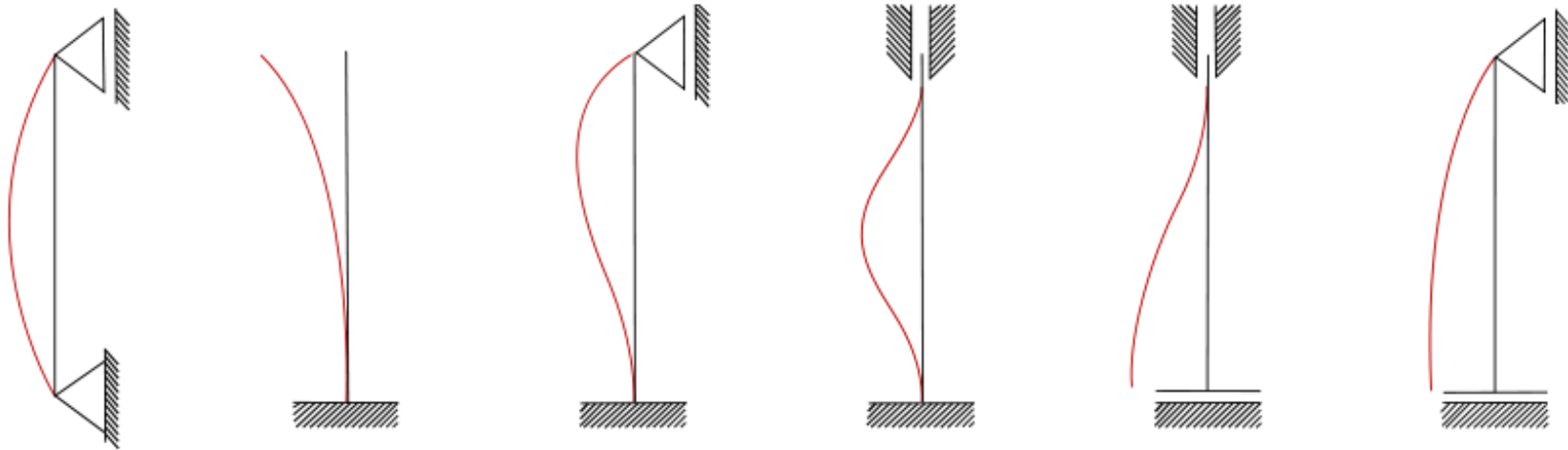


Rys: Błędy wykonawcze podczas realizacji konstrukcji stalowych, Litwin M, Górecki M, *Budownictwo i Architektura 4* (2009) 63-72

Zalecana ilość różnych przekrojów w konstrukcjach kratowych – 2-5:

Pasy	Skratowanie
Dwuteowniki; takie same dla obu pasów lub różne	1-3 różne RHS
	1-3 różne CHS
RHS; takie same dla obu pasów lub różne	1-3 różne RHS
	1-3 różne CHS
CHS; takie same dla obu pasów lub różne	1-3 różne CHS

Z różnymi sposobami podparcia związane są różne współczynniki długości wyboczeniowej i różne długości wyboczeniowe:



μ	1,0	2,0	0,7	0,5	1,0	2,0
l_{cr}	$1,0 l_0$	$2,0 l_0$	$0,7 l_0$	$0,5 l_0$	$1,0 l_0$	$2,0 l_0$

Rys: wikipedia

Współczynnik długości wybozeniowej:

Element	Kierunek	Przekrój			
		I H	rura	wielogałęziowy	inny
Pas	W płaszczyźnie kratownicy	0,9	0,9	1,0	1,0
	Prostopadle	1,0	0,9	1,0	1,0
Skratowanie	W płaszczyźnie kratownicy	0,9	0,9; 1,0; 0,75	1,0; A	1,0; A
	Prostopadle	1,0	1,0; 0,75	1,0; A	1,0; A

Połączenie na śruby

Pasy równoległe oraz $d_{skratowania} / d_{pasa} < 0,6$

EN 1993-1-1 BB.1.1




L:

$$\bar{\lambda}_{eff, i} = 0,5 + 0,7 \bar{\lambda}_i \quad i = y, z$$

$$\bar{\lambda}_{eff, v} = 0,35 + 0,7 \bar{\lambda}_v \quad v = u, v$$

Przekroje niezalecane ze względu na wymogi dotyczące węzłów

Ścisłe rozróżnienie między pracą konstrukcji jak kratownica i jak rama wymaga analizy trzech grup zagadnień (EN 1993-1-8 5.1.5):

- ◆ Wymagania ogólne i dodatkowe oraz kształt węzłów konstrukcji (→ #t / 47 - 50); 
- ◆ sposób przyłożenia obciążeń do konstrukcji (→ #t / 50); 
- ◆ Wartości mimośrodków w węzłach (→ #t / 47, 51 - 53). 

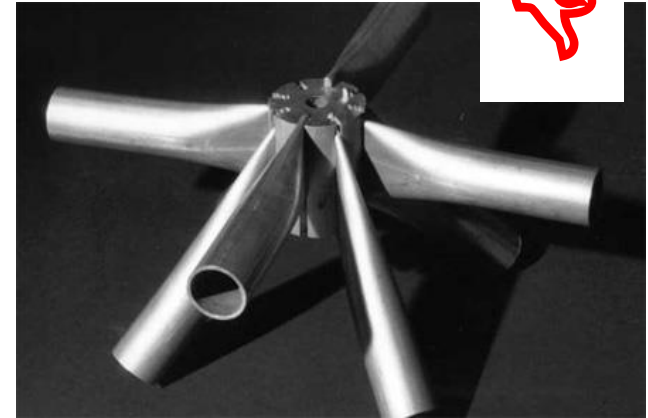
Konsekwencje spełnienia / niespełnienia (spełnienia częściowego) wymogów są różne, w zależności od grupy wymagań. Zasadniczo bierze się pod uwagę 5 różnych modeli statycznych kratownicy / ramy.

Im więcej warunków jest niespełnionych, tym bardziej model statyczny kratownicy zbliża się do ramy o węzłach sztywnych.

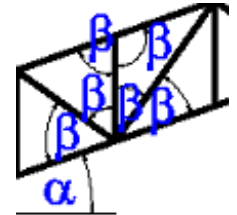
Dodatkowe wymagania węzłów dla kratownic

(EN 1993-1-8 7.1):

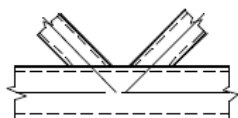
- ◆ Pasy → □ □ ○ I; ■
- ◆ Skratowanie → □ □ ○ ; ■
- ◆ Deformacje końców prętów są niedopuszczalne; ■
- ◆ $f_y (\square \square \circ) \leq 460 \text{ MPa}$; ■
- ◆ $f_y (\square \square \circ) > 355 \text{ MPa} \rightarrow f_{y, obl} = 0,9 f_y$; ■
- ◆ $t (\square \square \circ) \geq 2,5 \text{ mm}$; ■
- ◆ $t_{pas} (\square \square \circ) \leq 25 \text{ mm}$; ■
- ◆ Elementy ściskane → I lub II klasa przekroju; ■
- ◆ $\beta_i \geq 30^\circ$; ■
- ◆ Rozmieszczenie elementów (mimośrod) muszą być spełnione (→ #t / 51-53); ■
- ◆ Kształt węzłów (EN 1993-1-8 fig. 7.1) musi być spełniony (→ #t / 48); ■
- ◆ (Długość elementu) / (wysokość przekroju) > 6 (EN 1993-1-8 5.1.5.(3)); ■



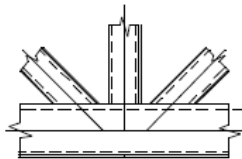
Rys: tatasteelconstruction.com



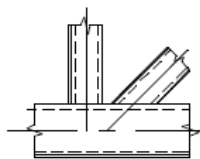
Rys : Autor



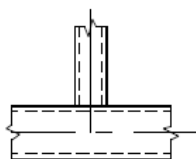
Węzeł K



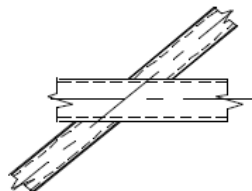
Węzeł KT



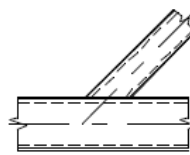
Węzeł N



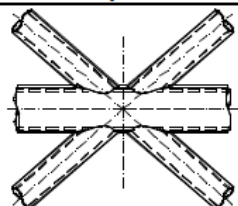
Węzeł T



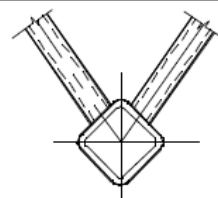
Węzeł X



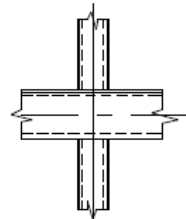
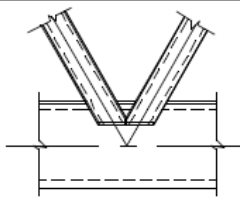
Węzeł Y



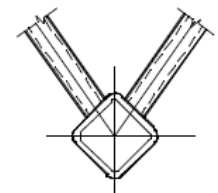
Węzeł DK



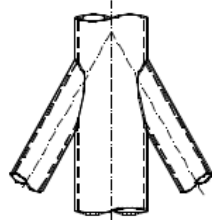
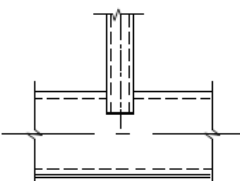
Węzeł KK



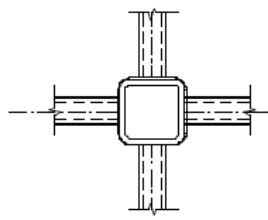
Węzeł X



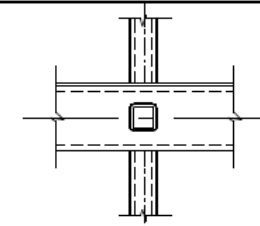
Węzeł TT



Węzeł DY



Węzeł XX



Dopuszczalne rodzaje węzłów
 EN 1993-1-8 fig. 7.1
 (zakres ważności formuł nośności:
 EN 1993-1-8 tab. 7.1, 7.8, 7.9, 7.20)

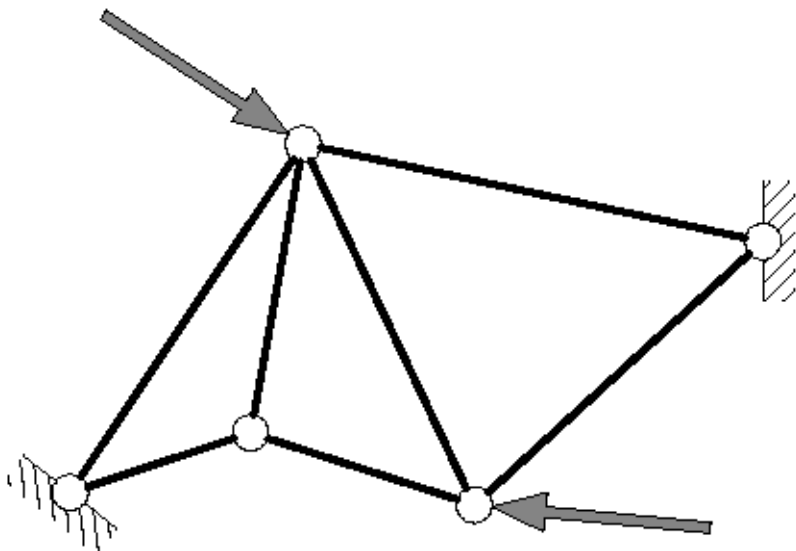
Rys: EN 1993-1-8 fig. 7.1

Dla każdego typu połączenia spełnione muszą być dodatkowe wymagania szczegółowe. Są one przedstawione w kilku tablicach w EN 1993-1-8; symbole wyjaśnione zostały w EN 1993-1-8 1.5.(4), (5), (6).

Węzeł		Tab.	Uwagi
Pas	Skratowanie		
CHS	CHS	7.1	-
RHS	CHS, RHS	7.8, 7.9	-
I	CHS, RHS	7.20	-
C	CHS, RHS	7.21	Ceowniki są dopuszczone, ale pod uwagę należy brać lokalne momenty zginające (co oznacza, że konstrukcja nie jest idealną kratownicą).

Wymagania dodatkowe, przedstawione w powyższych tablicach mają postać ogólną:

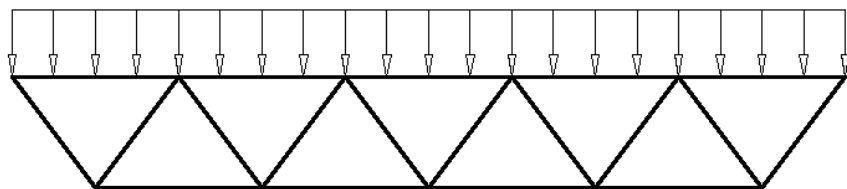
$$\min \leq (\text{wysokość przekroju skratowania}) / (\text{grubość jego ścianki}) \leq \max$$



Kratownica idealna:

- Pręty o osiach prostych; ■
- Obciążenia wyłącznie w węzłach; ■
- Węzły przegubowe; ■

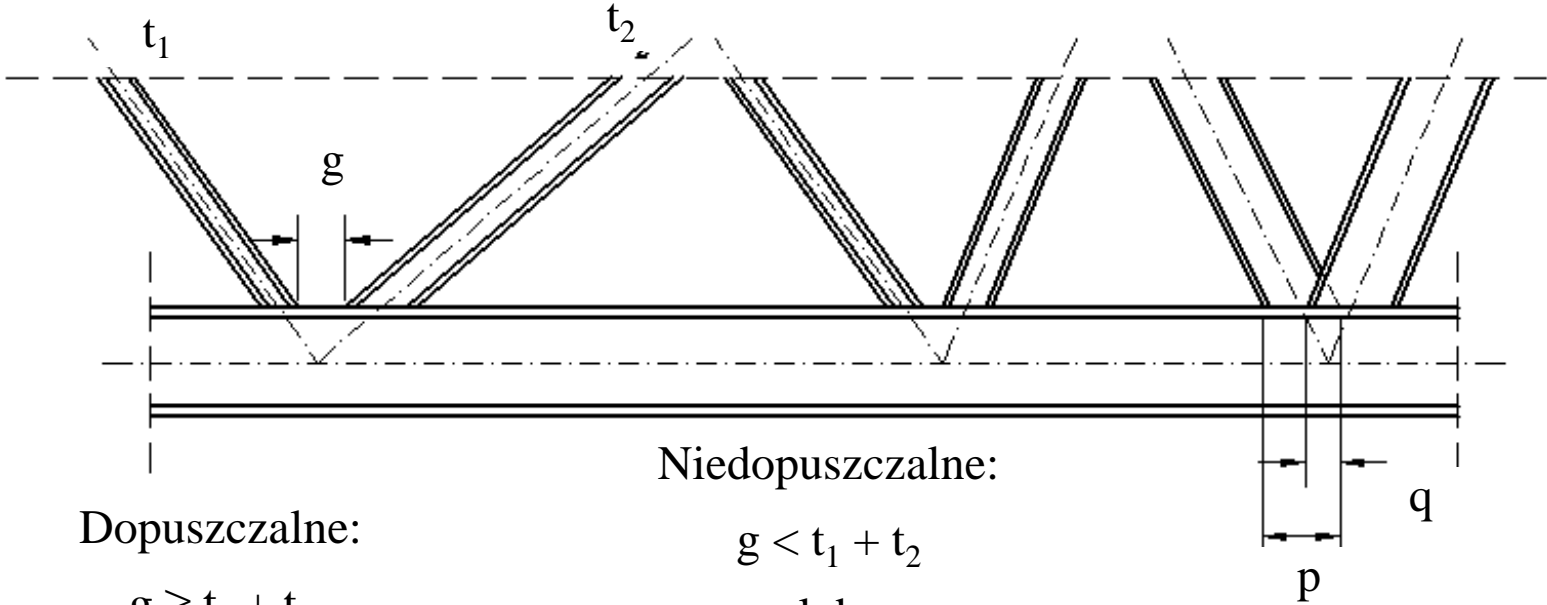
Rys: Autor



Płatew kratowa nie spełnia wymogu „obciążenia wyłącznie w węzłach”.



Rys : Autor



Dopuszczalne:

$$g \geq t_1 + t_2$$

Niedopuszczalne:

$$g < t_1 + t_2$$

lub

$$q / p < 0,25$$

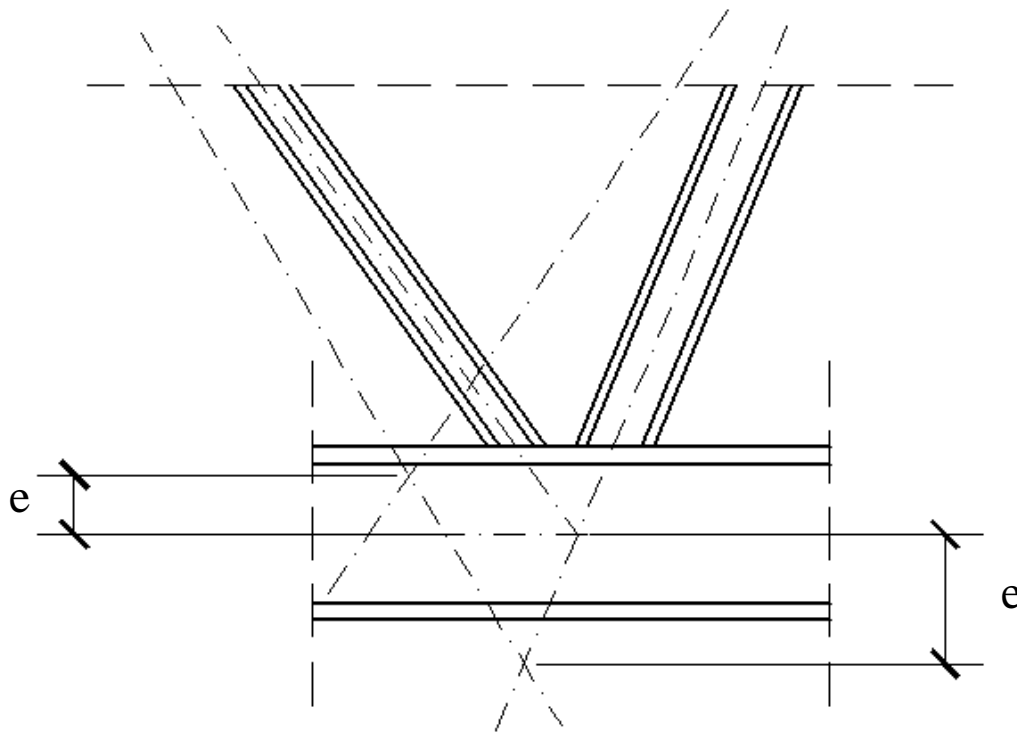
Dopuszczalne:

$$q / p \geq 0,25$$

EN 1993-1-8 p.7.1



Rezultat:



Rys : Autor

Jest możliwe, że będziemy musieli poprzesuwać osie prętów, by spełnić wymaganie

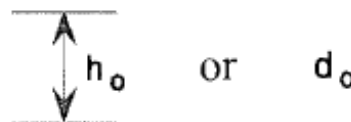
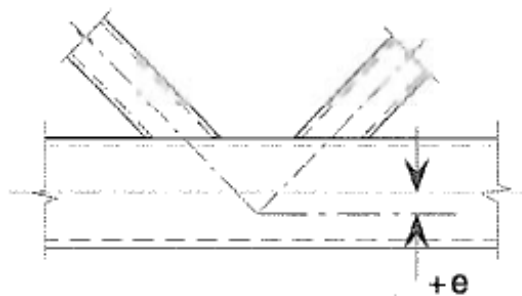
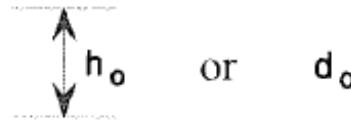
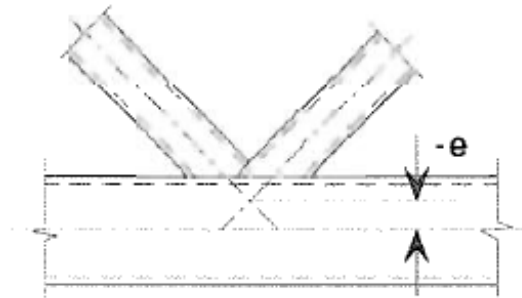
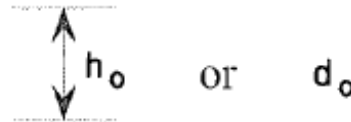
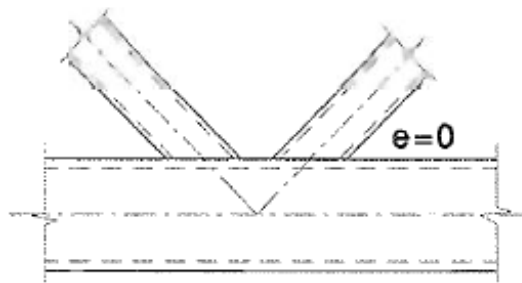
$$g \geq t_1 + t_2 \text{ lub } q / p \geq 0,25$$

Tym samym pojawią się mimośrodowo.

Spowodują one pojawienie się niezerowych wartości momentów zginających.



Rys: EN 1993-1-8 fig. 5.3



Dopuszczalne wielkości mimośrodków:

$$-0,55 a_0 \leq e \leq +0,25 a_0$$

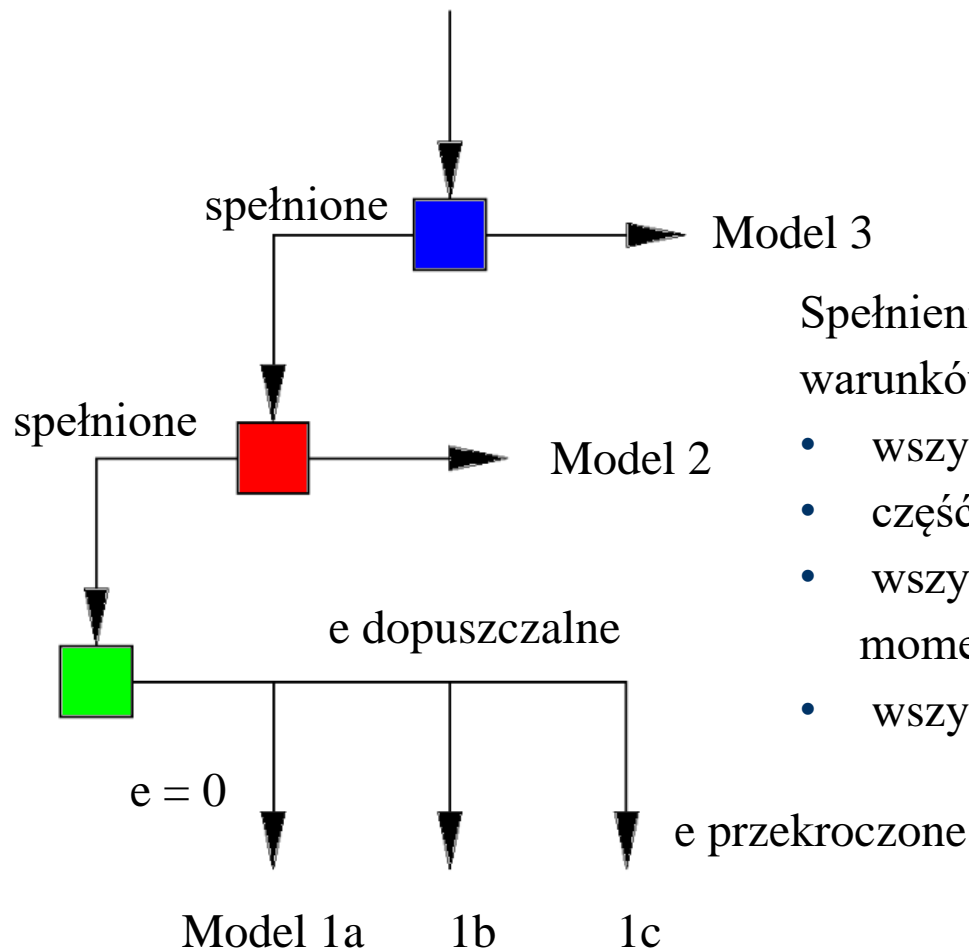
$$a_0 = h_0 \text{ lub } d_0$$

EN 1993-1-8 (5.1a), (5.1b)

Pojawiają się trzy możliwości:

- $e = 0$;
- mimośrodowość o wartościach dopuszczalnych;
- przekroczenie wartości dopuszczalnych.

Kratownica



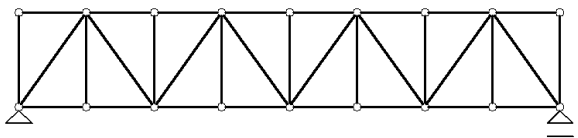
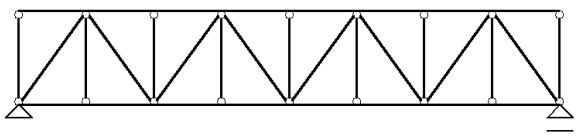
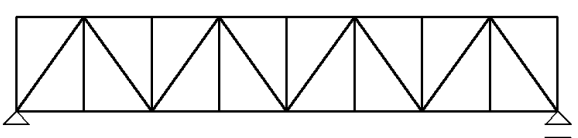
Spełnienie lub niespełnienie trzech grup warunków kwalifikuje węzły kratownicy jako :

- wszystkie sztywne;
- część sztywna, część przegubowa;
- wszystkie przegubowe z drugorzędnymi momentami zginającymi;
- wszystkie idealnie przegubowe.

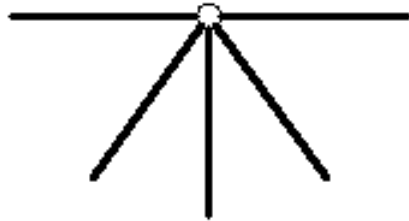
Więcej informacji zostanie przedstawionych na wykładzie # 9.

Rys: Autor

5 różnych modeli zachowania się konstrukcji:

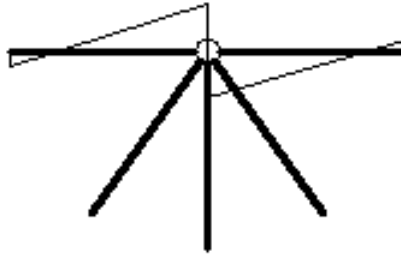
		
1. Kratownica idealna	2. Kratownica o ciągłych pasach	3. Rama
Podrodzaje: 1a, 1b, 1c.	Brak podrodzajów	
Tylko węzły przegubowe	Oba rodzaje węzłów	Tylko węzły sztywne
Siły osiowe we wszystkich elementach, momenty zginające w elementach lub węzłach w zależności od podrodzaju	Siły osiowe w elementach; dodatkowo momenty zginające i siły ścinające w pasach	Komplet sił przekrojowych w węzłach i elementach

Dla kratownicy idealnej (1) rozpatrujemy dodatkowo trzy podtypy:



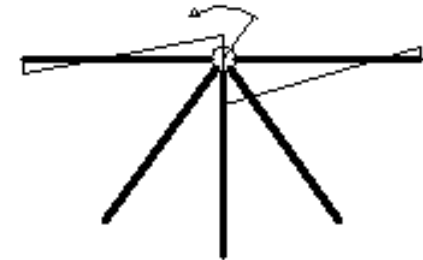
1a. Brak momentów zginających

Kratownica idealna: wyłącznie siły osiowe w węzłach i elementach.



1b. Momenty zginające działające na pasy

Większość prętów – siły osiowe; część pasów – siły osiowe i momenty zginające; węzły – siły osiowe.

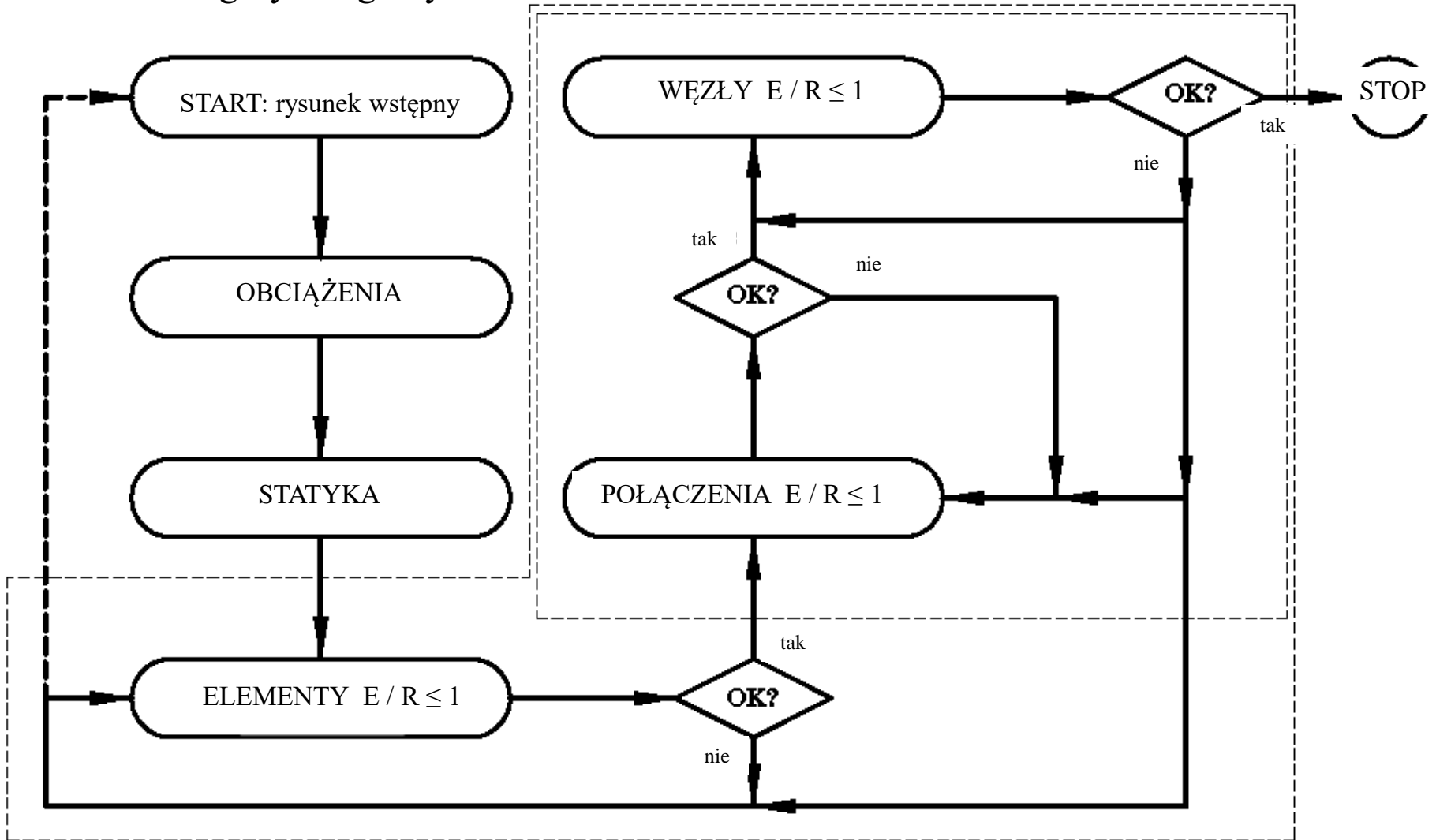


1c. Momenty zginające działające na pasy i węzły

Większość prętów – siły osiowe; część pasów – siły osiowe i momenty zginające; węzły – siły osiowe i momenty zginające.

Rys: Autor

Algorytm ogólny



Rys: Autor

Deformacje końców elementu nie są dopuszczalne – a co z systemami kratownic przestrzennych (Mero, SDC, Pyramitec, Unibat, Tesep, Tridimatec...)? W wielu przypadkach końce elementów są celowo odkształcane w celu połączenia z węzłami prefabrykowanymi.

Rozwiązania systemowe są testowane w laboratoriach, a producent gwarantuje, że taka konstrukcja jest bezpieczna.

Przepis zabraniający deformacji elementów dotyczy „normalnych” projektantów, którzy nie mają możliwości pełnego przetestowania swoich rozwiązań przed montażem.



Rys: altechsaudi.net



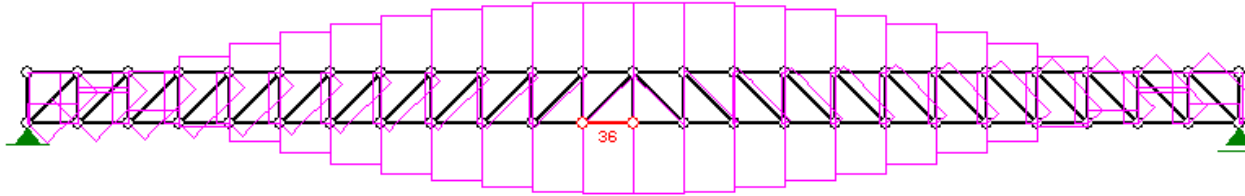
Rys: tatasteelconstruction.com

To samo dotyczy rozwiązań systemowych kratownic opartych na kształtownikach formowanych na zimno. Producenci testowali takie konstrukcje laboratoryjnie - elementy i połączenia - przed zastosowaniem na budowach. „Normalni” projektanci nie mają okazji (brak czasu, brak pieniędzy, brak możliwości technicznych) na wykonanie tych testów.



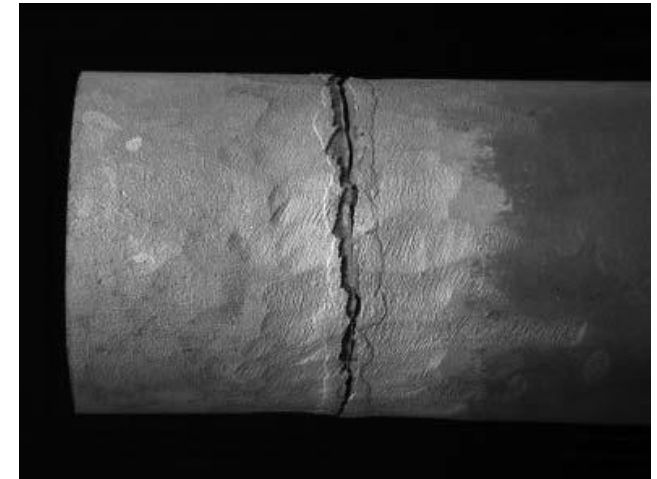
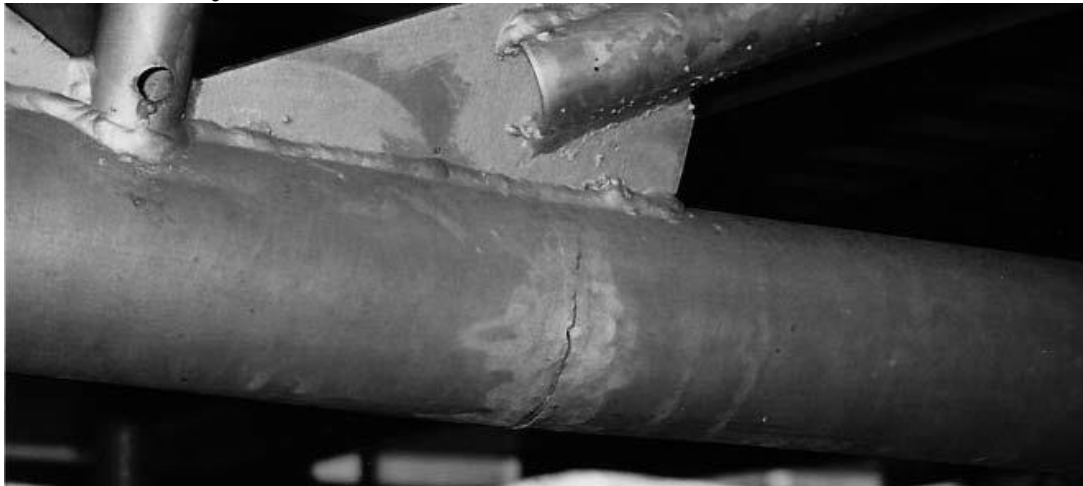
Rys: kcse.com

Rozwiązania konstrukcyjne



Rys: Autor

Warunek E / R powinien być, z powodów ekonomicznych, tak bliski 1,0 jak to tylko możliwe. Teoretycznie zatem oba pasy mogłyby mieć mniejsze przekroje ku końcom kratownicy.



Jednakże w takim przypadku (zmiana przekroju pasa, spoiny poprzeczne) może dochodzić do pękania spoin, nawet jeśli ich nośność jest wystarczająca.

Rys: D. Kowalski, Problemy realizacji inwestycji z zakresu konstrukcji stalowych, Inżynieria Morska i Geotechnika 2013 / 5

Wytrzymałość zmęczeniowa

amplituda lub ilość cykli obciążenia zmiennego, które może być zastosowane bez zniszczenia materiału

To nie to samo co wytrzymałość materiału

Wytrzymałość → obciążenia statyczne

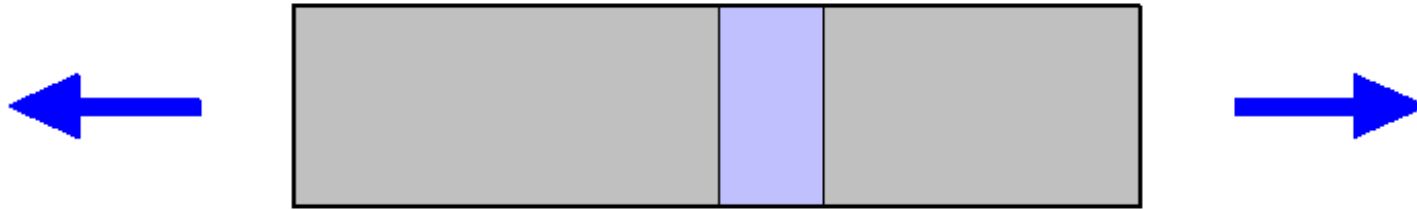
Wytrzymałość zmęczeniowa → obciążenia cykliczne (dynamiczne)

Cecha ważna w przypadku konstrukcji narażonych na obciążenia dynamiczne i cykliczne.

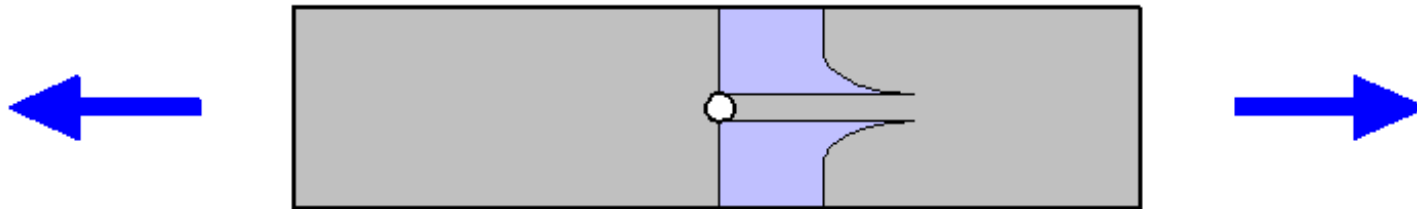
Nawet niewielkiej wartości obciążenie, za to cyklicznie powtarzane ($> 10\ 000$) może doprowadzić do zniszczenia konstrukcji.

→ #2 / 78

W każdym elemencie istnieją karby (otwory, spoiny, mikropęknięcia). Wokół nich dochodzi do koncentracji naprężeń.



Rys: Autor

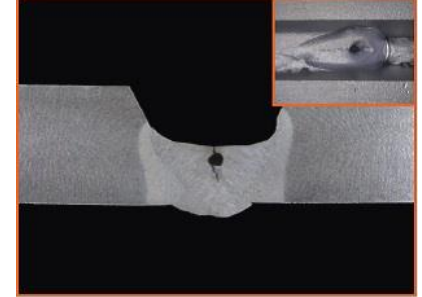
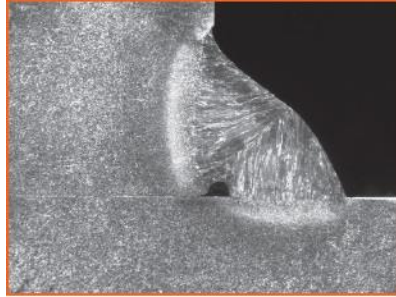


$$m \sigma_{Ed} \leq f_y$$

m współczynnik koncentracji naprężeń
 σ_{Ed} naprężenie dla przekroju idealnego

→ #2/ 79

Imperfekcje spawalnicze (#t / 26-29): wtórne zanieczyszczenia (pęcherzyki gazu, wtrącenia żużlu) wprowadzone do spoiny, lokalne odkształcenia, pęknięcie na skutek naprężeń termicznych...



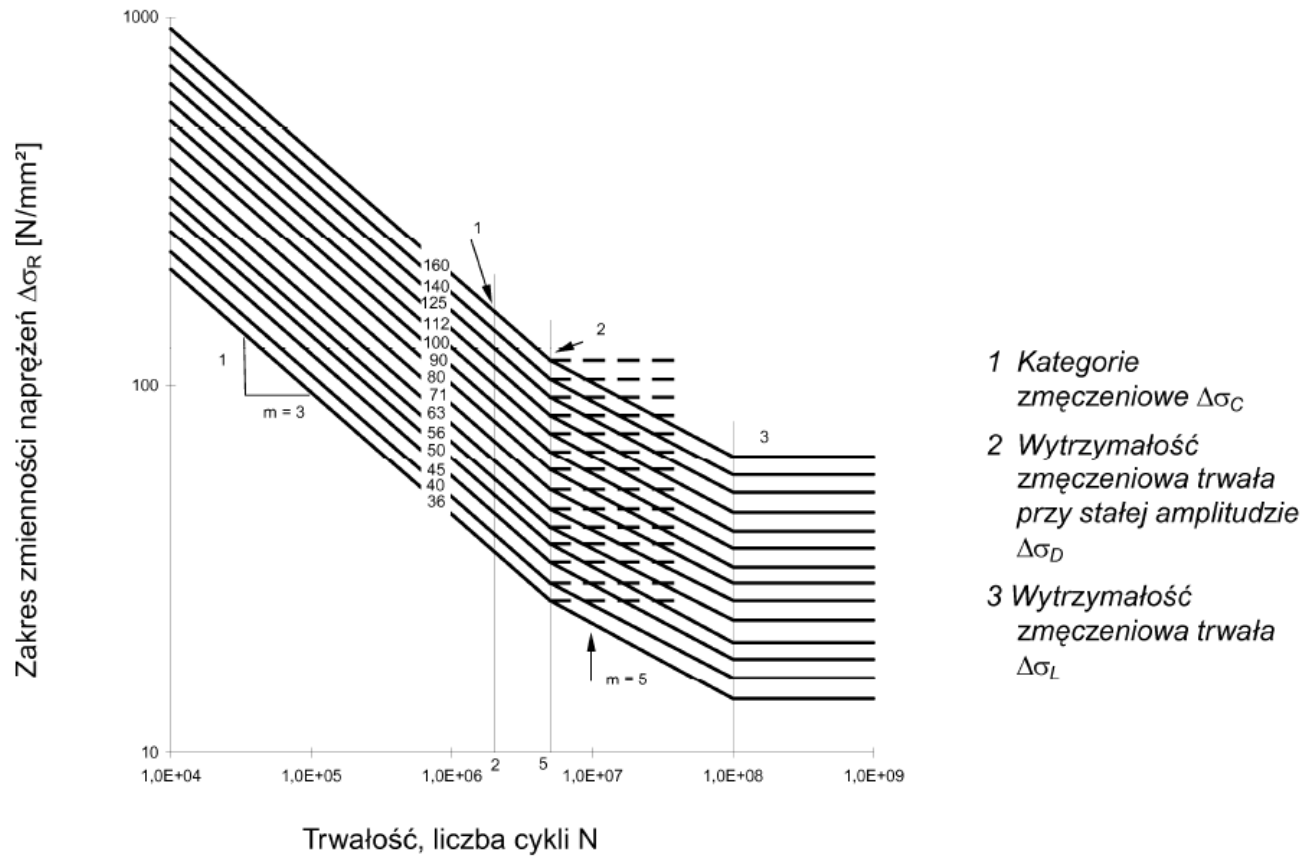
Rys: figel.pl

Doświadczenie i samopoczucie spawacza ↓ → ilość imperfekcji spawalniczych ↑ → jakość spoiny ↓

Imperfekcje spawalnicze także bierze się pod uwagę przy obliczeniach zmęczeniowych (więcej informacji Wyk #16). Dodatkowo, akceptowalny poziom imperfekcji jest ustalany przez klasy wykonania (→ #t / 47). Spoiny nie spełniające poziomu jakości muszą być usunięte i wykonane ponownie.

→ #6 / 32

Rys: EN 1993-1-9 rys. 7.1



Rysunek 7.1: Krzywe wytrzymałości zmęczeniowej dla zakresów zmienności naprężeń normalnych

71	③		③	<u>Transverse butt welds:</u> 3) Butt-welded end-to-end connections between circular structural hollow sections.
56	④		④	4) Butt-welded end-to-end connections between rectangular structural hollow sections.

Rys: EN 1993-1-9 Tab. 8.6

Nośność zmęczeniowa spoin poprzecznych dla rur jest bardzo niska.

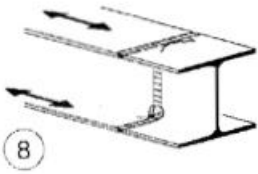
71		⑪	11) Tube socket joint with 80% full penetration butt welds.
40		⑫	12) Tube socket joint with fillet welds.

Rys: EN 1993-1-9 Tab. 8.6

Rys: EN 1993-1-9 Tab. 8.5

Podobna jest dla spoin między rurami a blachami węzłowymi.

40		⑧	8) Circular structural hollow sections, fillet-welded end-to-end with an intermediate plate.
36		⑨	9) Rectangular structural hollow sections, fillet-welded end-to-end with an intermediate plate.

90	size effect for $t > 25\text{mm}$: $k_s = (25/t)^{0.2}$	
----	---	---

Rys: EN 1993-1-9 Tab. 8.3

Wyższa jest dla spoin poprzecznych w dwuteownikach.

Wnioski:

Węzły z żebrami podłużnymi są lepsze (dłuższe spoiny → mniejsze naprężenia → mniejsze amplitudy naprężeń) niż węzły bez żeber z powodu mniejszych problemów ze zmęczeniem spoin.



Rys: en.wikiarquitectura.com

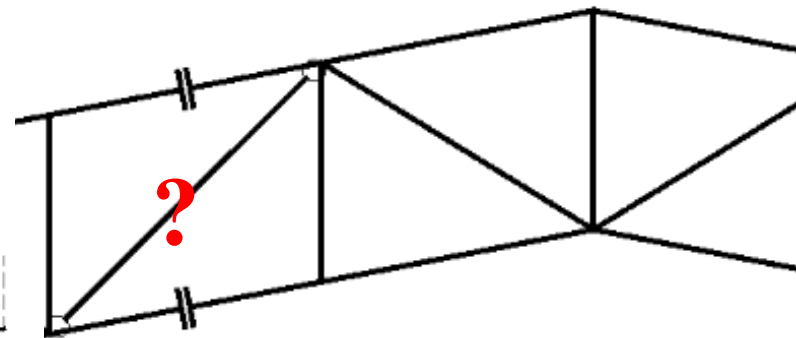
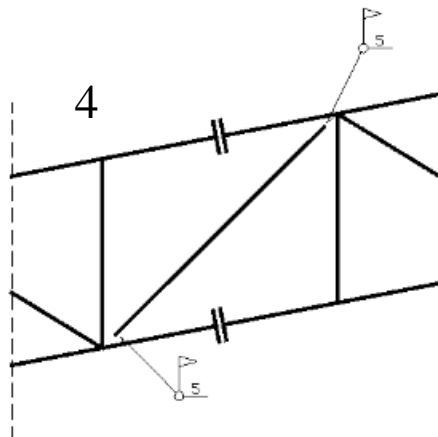
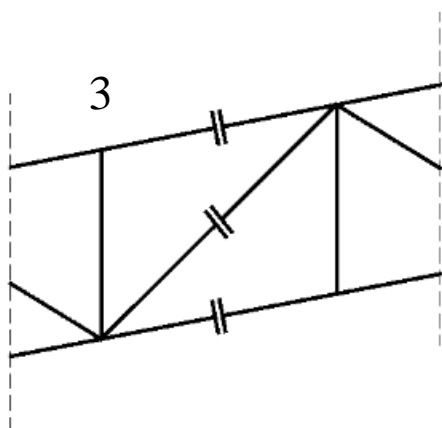
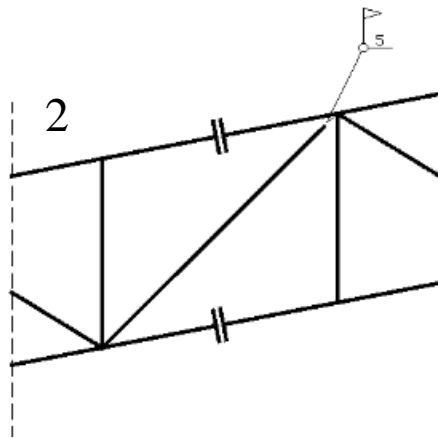
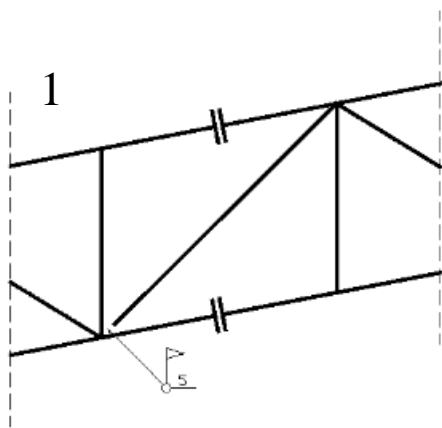
Rys: encrypted-tbn0.gstatic.com



Rys: tboake.com

Problem ze zmęczeniem spoin w przypadku dwuteowników jest mniejszy, niż w przypadku rur.

Złącza montażowe łączą dwie części kratownicy. Co z prętem ukośnym - do której części kratownicy należy, lewej czy prawej?

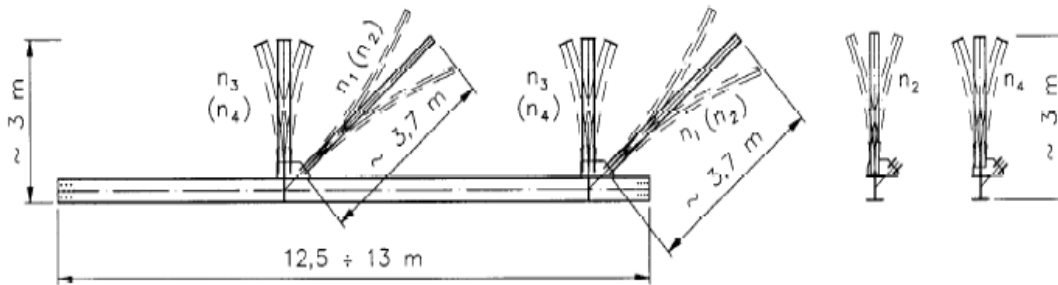


Rys: Autor

Mamy cztery możliwości:

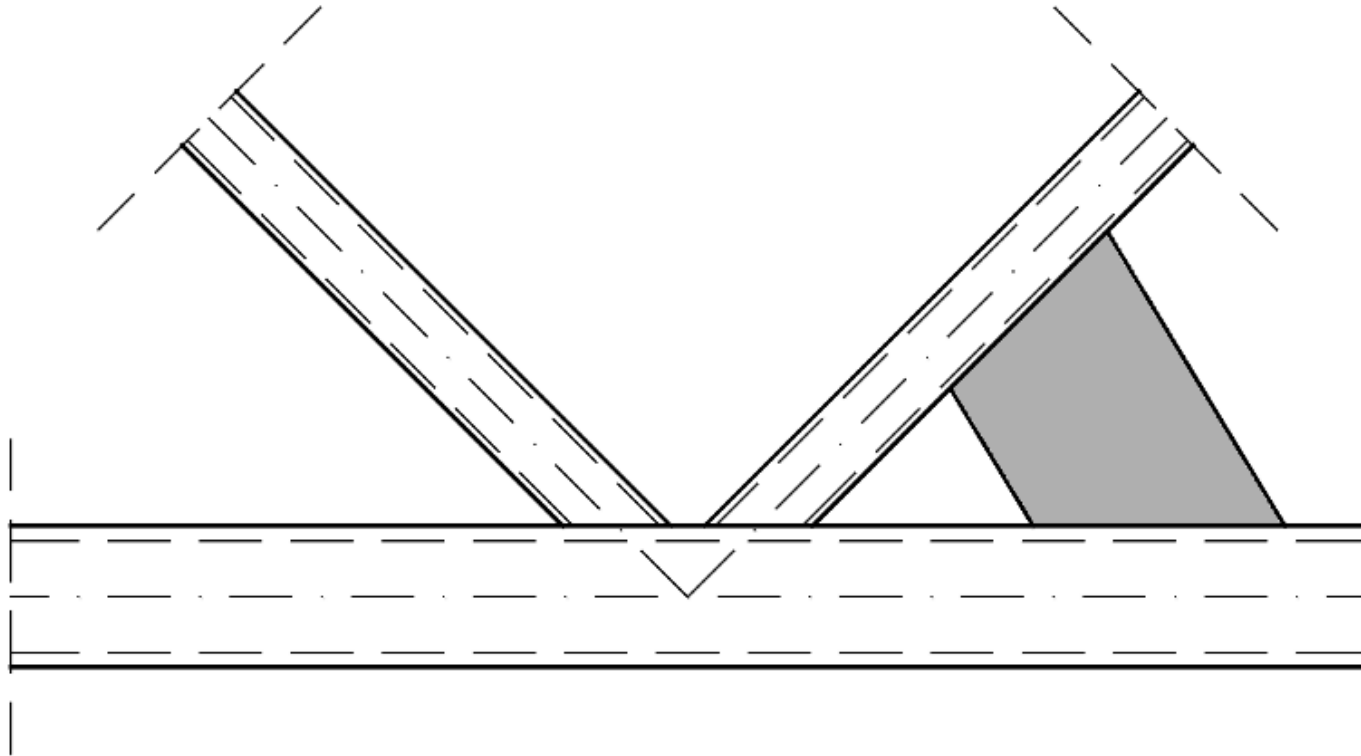
1. Należy do prawej, połączony jest z lewą spoiną montażową;
2. Należy do lewej, połączony jest z prawą spoiną montażową;
3. Podzielony jest między dwie części i łączony stykiem montażowym na śruby;
4. Jest oddzielny element, łączonym spoinami montażowymi z obiema częściami.

W przypadku rozwiązań 1, 2, 3 problemem jest to, że pręt ukośny jest połączony z pozostałą częścią konstrukcji tylko za pomocą spoin. Tak długi element może zachowywać się jak wahadło podczas transportu. Drgania podczas transportu powodują pękanie spoin.



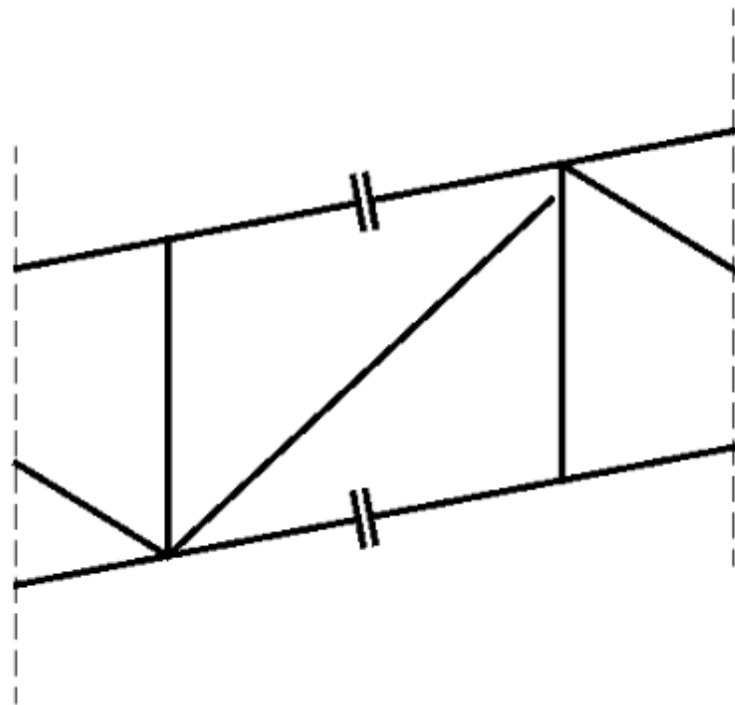
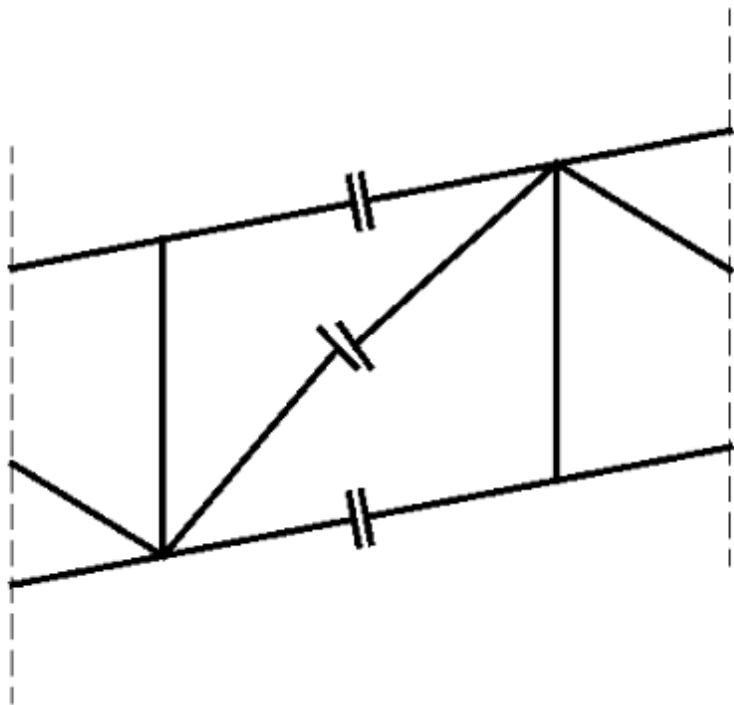
Rys: Awaryjne zagrożenie stalowej konstrukcji dachu hali widowiskowo-sportowej w Sopocie, E. Hotała et all, Awarie Budowlane 2009

Zapobieganie: tymczasowe usztywnienie przez dodatkową blachę. Jest ona potrzebna na czas transportu; zostaje usunięta podczas montażu.

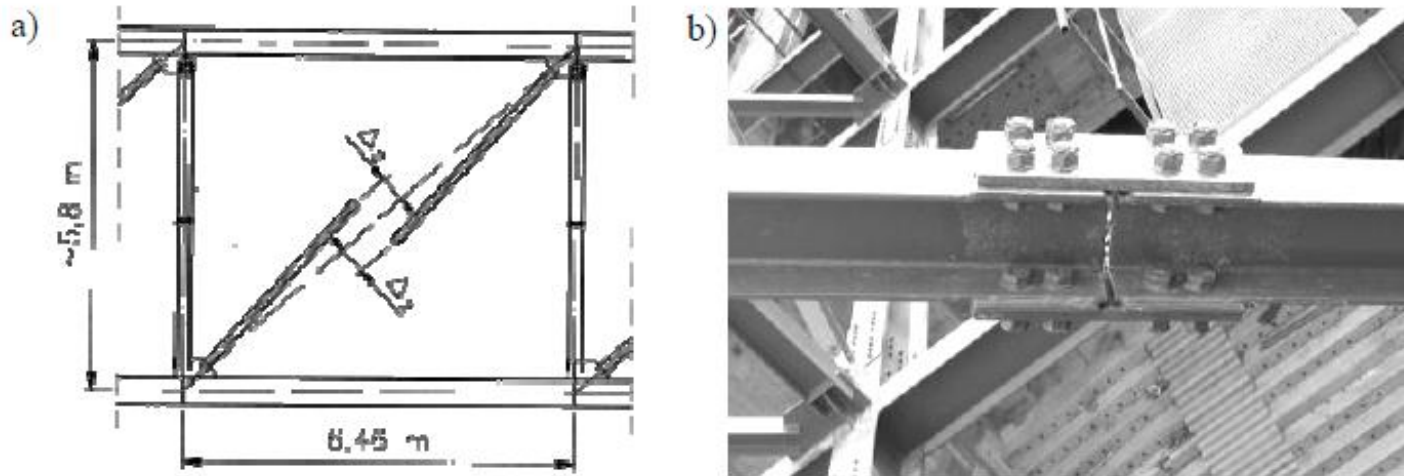


Rys: Autor

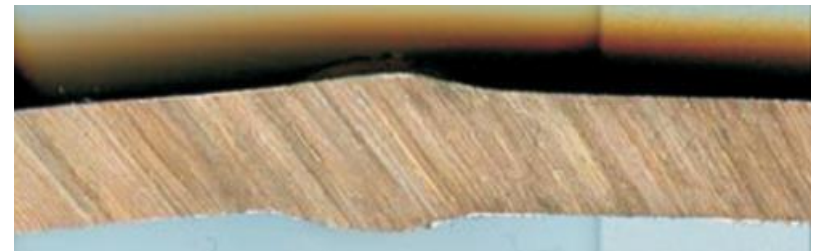
Efekt uboczny spawania pręta tylko na jednym końcu z zastosowaniem blachy tymczasowej: imperfekcje. Nawet niewielkie przesunięcie ukośnego pręta (obrót o $1^\circ - 2^\circ$) może uniemożliwić połączenie kratownicy.



Rys: Autor



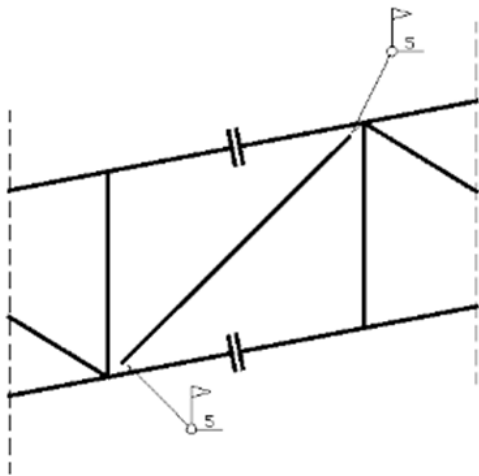
Dodatkowy efekt uboczny połączenia spawanego w połowie elementu środkowego: odkształcenia spawalnicze (\rightarrow # 6 / 27). Obie części elementu mogą mieć różne położenie osi, co spowoduje problemy z połączeniem.



Rys: Analiza numeryczna odkształcenia i naprężenia w strefie złącza spawanego rurociągu przemysłowego, Gliha V Śniezek L Zimmerman J, Biuletyn WAT Vol. LVIII, No. 2, 2009

Z powodu tych problemów często stosuje się pręt jako oddzielny element ze spawami montażowymi na obu końcach.

Nie jest to w pełni zgodne z zasadami wznoszenia konstrukcji stalowych. Podczas montażu preferujemy połączenia śrubowe, ale czasami nie jest to możliwe.



Rys: Autor



Rys: tboake.com

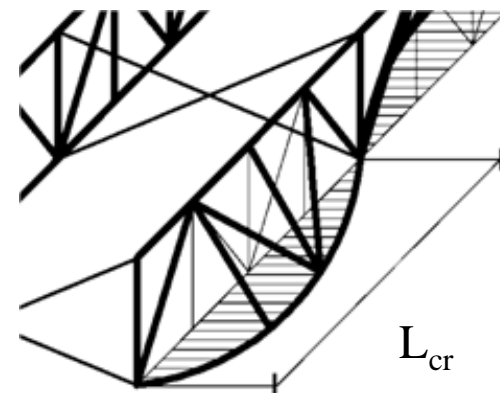
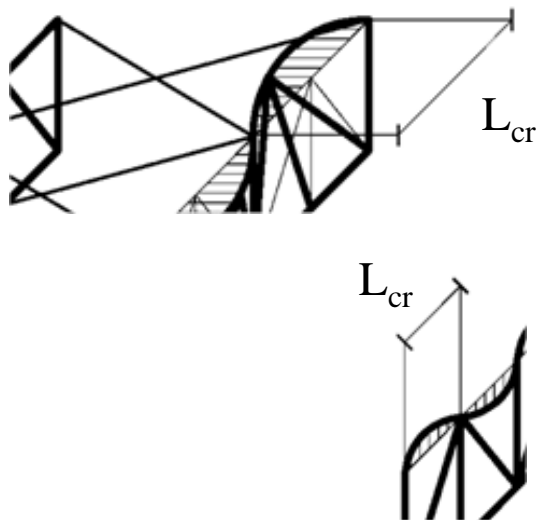


Rys: tboake.com

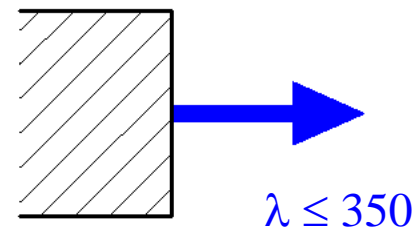
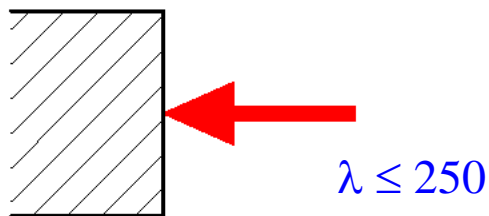
Podobieństwa i różnice między węzłami śrubowymi i spawanymi były omówione na wyk#8

Rekomendacja według PN / B 3200:

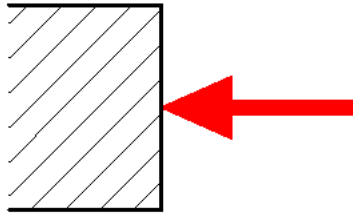
$$\lambda = \max (L_{cr,y} / i_y ; L_{cr,z} / i_z)$$



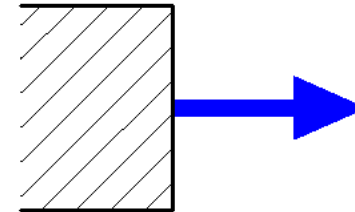
Rys: Autor



Smukłość jest istotna dla pręta ściskanego (decyduje o współczynniku wyboczeniowym χ).
Wydaje się być całkowicie bez znaczenia dla osiowego rozciągania. Dlaczego stara norma nakładała ograniczenia? Dlaczego małego χ przy dużym λ nie można „nadgonić” przez dużą wartość A ? Dlaczego w ogóle trzeba brać pod uwagę smukłość przy osiowym rozciąganiu?



$$N_{Ed} / N_{b,Rd} \leq 1,0$$
$$N_{b,Rd} = \chi A f_y / \gamma_{M0}$$



$$N_{Ed} / N_{t,Rd} \leq 1,0$$
$$N_{t,Rd} = A f_y / \gamma_{M1}$$

Rys: Autor

Żyjemy w świecie realnym, a nie idealnym. Nie ma idealnie prostych prętów, każdy ma pewien poziom imperfekcji.



Rys: prikol.ru

Rys: hourdose.com



D.1.10 Podstawowe tolerancje wytwarzania – Elementy kratowe

Nr	Kryterium	Parametr	Dopuszczalna odchyłka Δ
1	Prostoliniowość lub wstępne wygięcie (uwypuklenie)		
	<p>UWAGA Odchyłki mierzy się po zakończeniu spawania w pozycji na płask.</p>		
	<p>Objaśnienia a wypukłość zrealizowana b wypukłość nominalna c oś realna (linia krzywa) d oś nominalna (linia prosta)</p>	<p>Odchylenie punktów węzłowych względem projektowanej linii prostej lub krzywej</p>	<p>$\Delta = \pm L/500$ lecz $\Delta \geq 12 \text{ mm}$</p>
2	Prostoliniowość prętów skratowania:	Strzałka wygięcia pręta skratowania:	<p>$\Delta = \pm L/750$ lecz $\Delta \geq 6 \text{ mm}$</p>
<p>UWAGA Zapis typu: $\Delta = \pm L / 500$ lecz $\Delta \geq 6 \text{ mm}$ oznacza, że dopuszczalna jest wartość większa.</p>			

Rys: PN 1090-2 tab. D1.10

Z powodu wstępnej imperfekcji wygięciowej e , rozważać należy nie pręt osiowo obciążony

$$P / A \leq f_y$$

ale pręt równocześnie obciążony osiowo i zginany na mimośrodku wywołanym imperfekcją wstępną:

$$P / A + P e / W \leq f_y$$

Związek między wskaźnikiem wytrzymałości a momentem bezwładności dla przekroju bisymetrycznego o wysokości h :

$$W = J / (h/2) = 2J / h$$

Z kolei związek między promieniem bezwładności, momentem bezwładności i polem przekroju to

$$i = \sqrt{J / A} \rightarrow J = A i^2$$

Wskaźnik wytrzymałości można więc zapisać jako

$$W = 2 A i^2 / h$$

a całość jako:

$$P / A + P e / (2 A i^2 / h) \leq f_y \rightarrow (P / A) [1 + e h / (2 i^2)] \leq f_y$$

Zapis taki obrazuje proporcję między efektem siły osiowej (1) a wtórnego zginania od imperfekcji wygięciowej ($e h / (2 i^2)$).

Smukłość pręta to stosunek promienia bezwładności do długości krytycznej; dla pręta kratowego można ją wprost utożsamić z długością

$$\lambda = L / i$$

Zgodnie z PN 1090-2

$$e / L \leq 1 / 750$$

Zgodnie z PN / B 3200

$$\lambda \leq 250$$

Przyjmijmy następujące dane:

$$e / L = 1 / 1000 \rightarrow e = L / 1000$$

oraz

$$\lambda = 100 \rightarrow i = L / 100$$

Przyjmijmy też związek między wysokością przekroju h a rozpiętością L taki sam, jak dla belki zginanej (nie jest to całkiem słuszne)

$$h = L / 25$$

Wówczas

$$\begin{aligned} (P / A) [1 + e h / (2 i^2)] &= (P / A) \{1 + (L / 1000) (L / 25) / [2 (L / 100)^2]\} = \\ &= (P / A) \{1 + [(L^2 / 25\ 000) / (L^2 / 5\ 000)]\} = (P / A) (1 + 0,2) = 1,2 P / A \end{aligned}$$

Uwzględnienie imperfekcji wygięciowej dla pręta o umiarkowanej smukłości daje udział od zginania rzędu 20% od siły osiowej. Normowe obliczenie prowadzone jest dla pręta obciążonego wyłącznie siłą osiową, ale ze współczynnikami bezpieczeństwa. Dla konstrukcji CC3 da to około 1,35 P / A, zatem 1,2 P / A mieści się w zakresie bezpiecznym.

Sprawdźmy teraz sytuację dla dużej smukłości

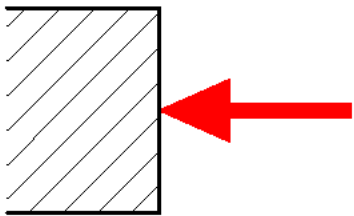
$$\lambda = 400 \rightarrow i = L / 400$$

i pozostałych parametrów (e, h) bez zmiany.

$$\begin{aligned} (P / A) [1 + e h / (2 i^2)] &= (P / A) \{1 + (L / 1000) (L / 25) / [2 (L / 400)^2]\} = \\ &= (P / A) \{1 + (L^2 / 25\ 000) / (L^2 / 80\ 000)\} = (P / A) (1 + 3,2) = \mathbf{4,2 P / A (!!!)} \end{aligned}$$

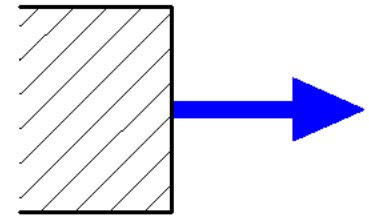
Wyteżenie od wtórnego zginania od imperfekcji jest teraz przeszło 4x większe, niż wyteżenie od siły osiowej (dla takiej samej wysokości przekroju, takiego samego pola powierzchni i takiej samej imperfekcji wstępnej). Kompletnie tracimy kontrolę nad zachowaniem pręta.

W analizowanym przypadku wzięto pod uwagę tylko naprężenia - oznacza to, że sposób obliczania jest taki sam dla siły ściskającej i siły rozciągającej. W przypadku zbyt smukłych elementów wtórne skutki imperfekcji mogą całkowicie zniszczyć przekrój, nawet jeśli siła osiowa znajduje się w bezpiecznym zakresie.



$$\lambda \leq 250$$

Rys: Autor



$$\lambda \leq 350$$

Dla przekroju ściskanego zalecane są bardziej restrykcyjne warunki ze względu na możliwość utraty stabilności. Niestateczność szybciej zajdzie dla przekroju bardziej smukłego.

Podsumowanie

Projektowanie według	Ograniczenie imperfekcji według	Smukłość pręta	Odniesienie do imperfekcji
PN / B 3200	PN 1090-2	Podane ograniczenia	Brak odniesienia
EN 1993-1-1		Brak ograniczeń	Zastępcze schematy obciążenia

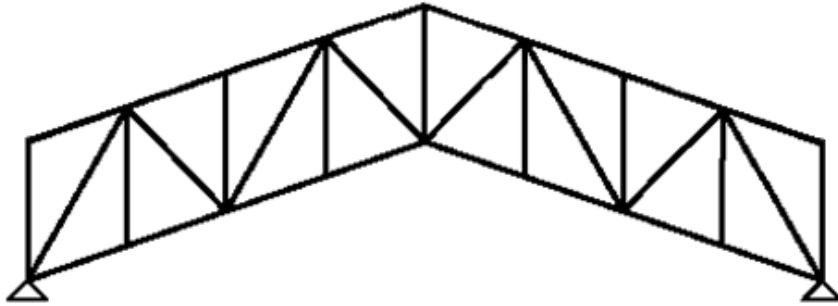
We wzorze ogólnym

$$(P / A) [1 + e h / (2 i^2)]$$

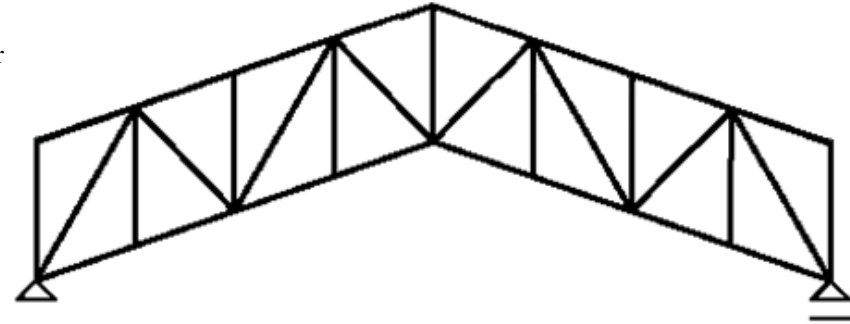
część wynikająca ze **zginania na mimośrodzie** może być trzymana w ryzach przez niedopuszczenie do zbyt małych wartości i (jak w starej Polskiej Normie) lub poprzez otwarte uwzględnienie wpływu zginania na mimośrodzie (jak w Eurokodzie).

Duża smukłość elementu → mały promień bezwładności → mały moment bezwładności → mały wskaźnik wytrzymałości → duże naprężenia od momentu zginającego od imperfekcji.

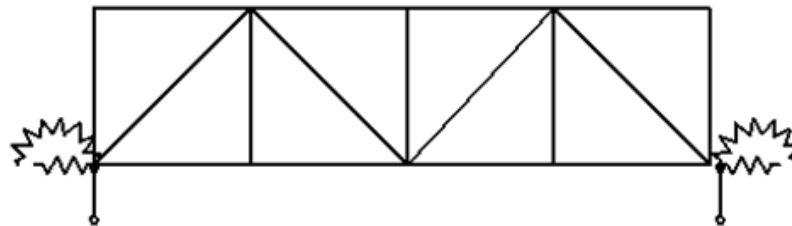
Modelowanie komputerowe



Rys: Autor



Rozkład sił w pasach górnych i dolnych jest zupełnie inny w przypadku podpór symetrycznych (przegub-przegub) i niesymetrycznych (przegub-przesuw). Najważniejszym pytaniem jest, który model jest bliższy rzeczywistemu zachowaniu kratownicy.





Rys: omniblock.com

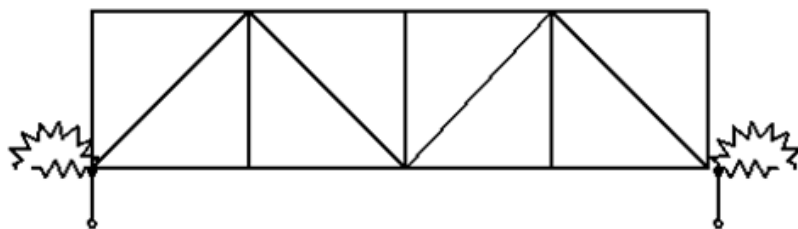


Rys: aminds.com

Tak naprawdę podpory nigdy nie są idealnie sztywne, zawsze pojawiają się ich deformacje pod obciążeniem.



Rys: structuralsteelcn.com

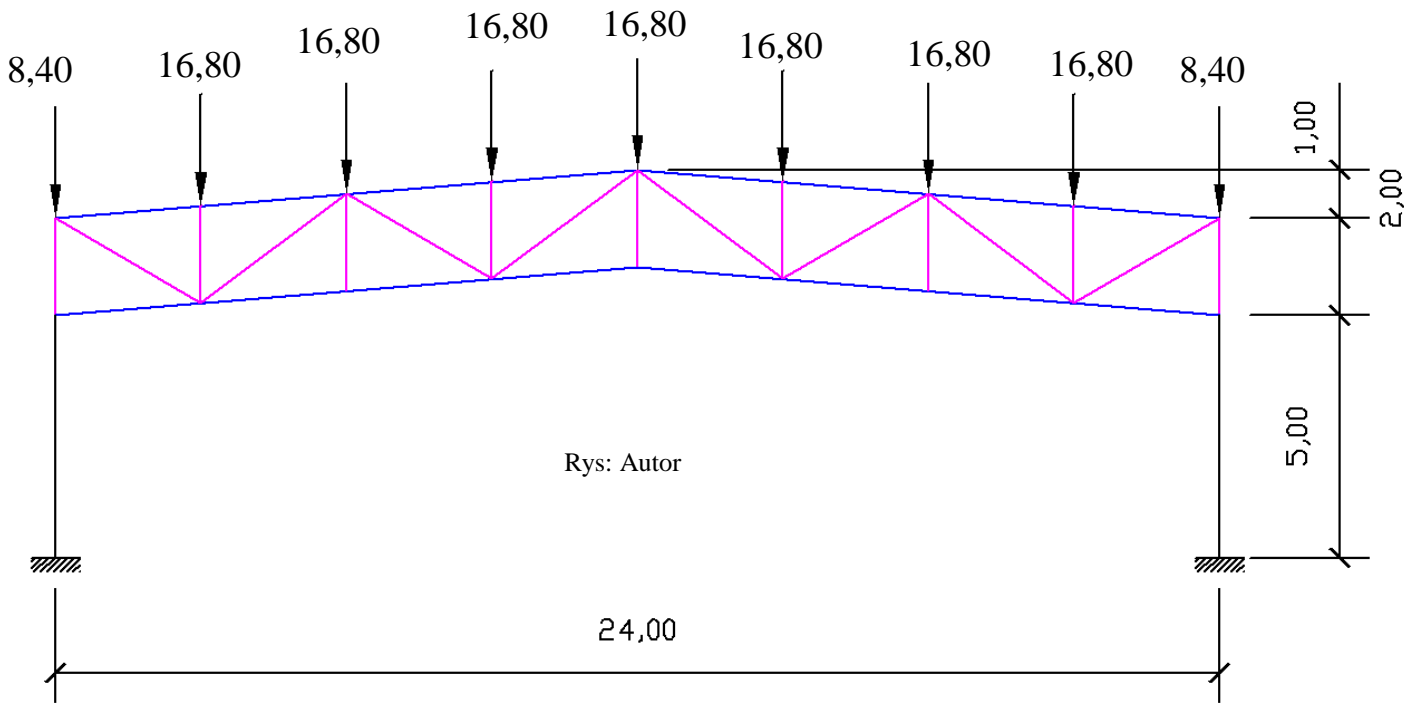


Rys: Autor

Najwłaściwszy schemat statyczny pokazany jest powyżej:

- w kierunku pionowym – bardzo duża sztywność podłużna słupa / ściany, znikome deformacje, podpora zachowuje się jak odebranie swobody w kierunku pionowym;
- w kierunku poziomym – niezerowa podatność na zginanie słupa / ściany, którą można odwzorować sprężyną o określonej sztywności;
- obrót – niezerowa podatność na zginanie słupa / ściany, którą można odwzorować sprężyną o określonej sztywności;

Jeśli łożyska pod kratownicą są prawidłowo zastosowane, można je uznać za idealnie przegubowe. Rozwiązania techniczne zostaną przedstawione w Wykładzie #20. Największym problemem jest wpływ poziomej podatności podpór.

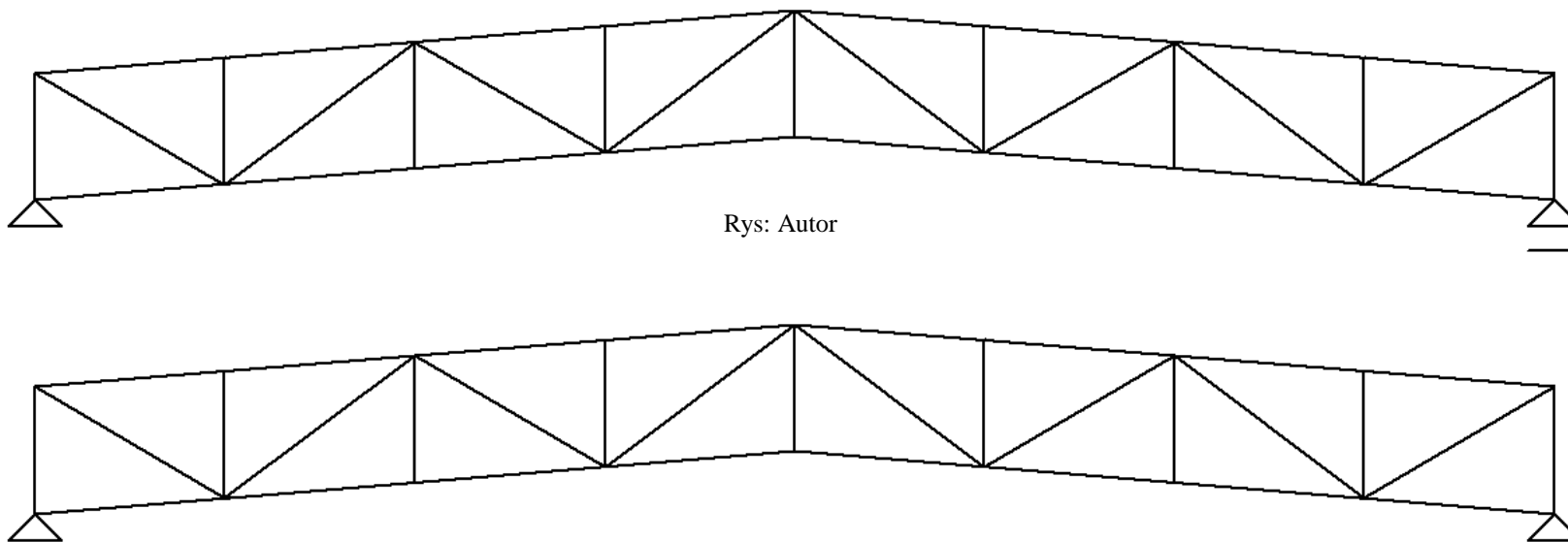


Przeanalizujemy następujący przypadek:

CHS 139,0 / 5,0

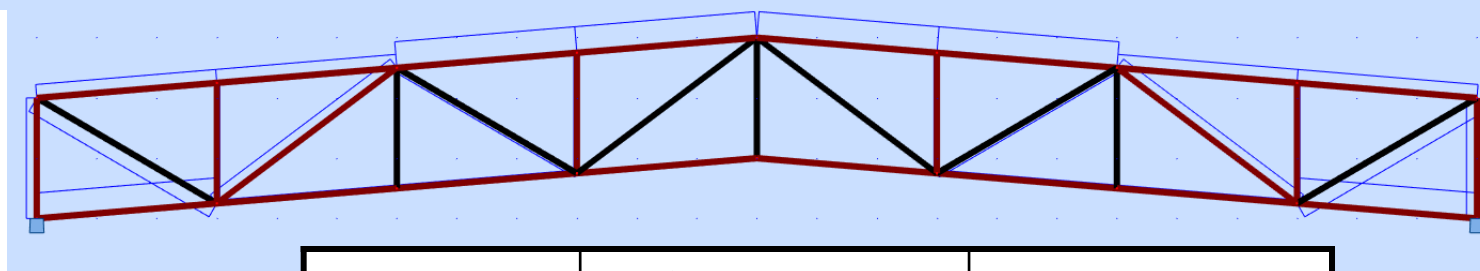
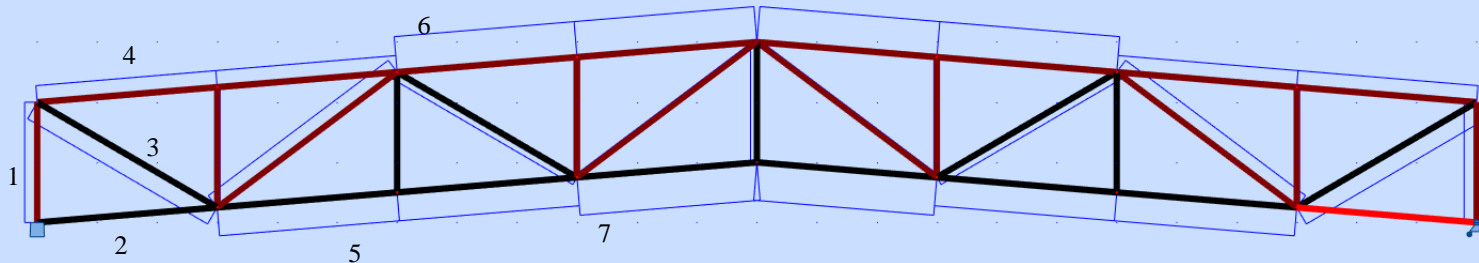
CHS 76,1 / 5,0

Złup żelbetowy 30x30 cm C 30/37 lub słup stalowy HEB 300



Dwa uproszczone schematy statyczne (podpory zamiast słupów), uwzględnione w modelu numerycznym:

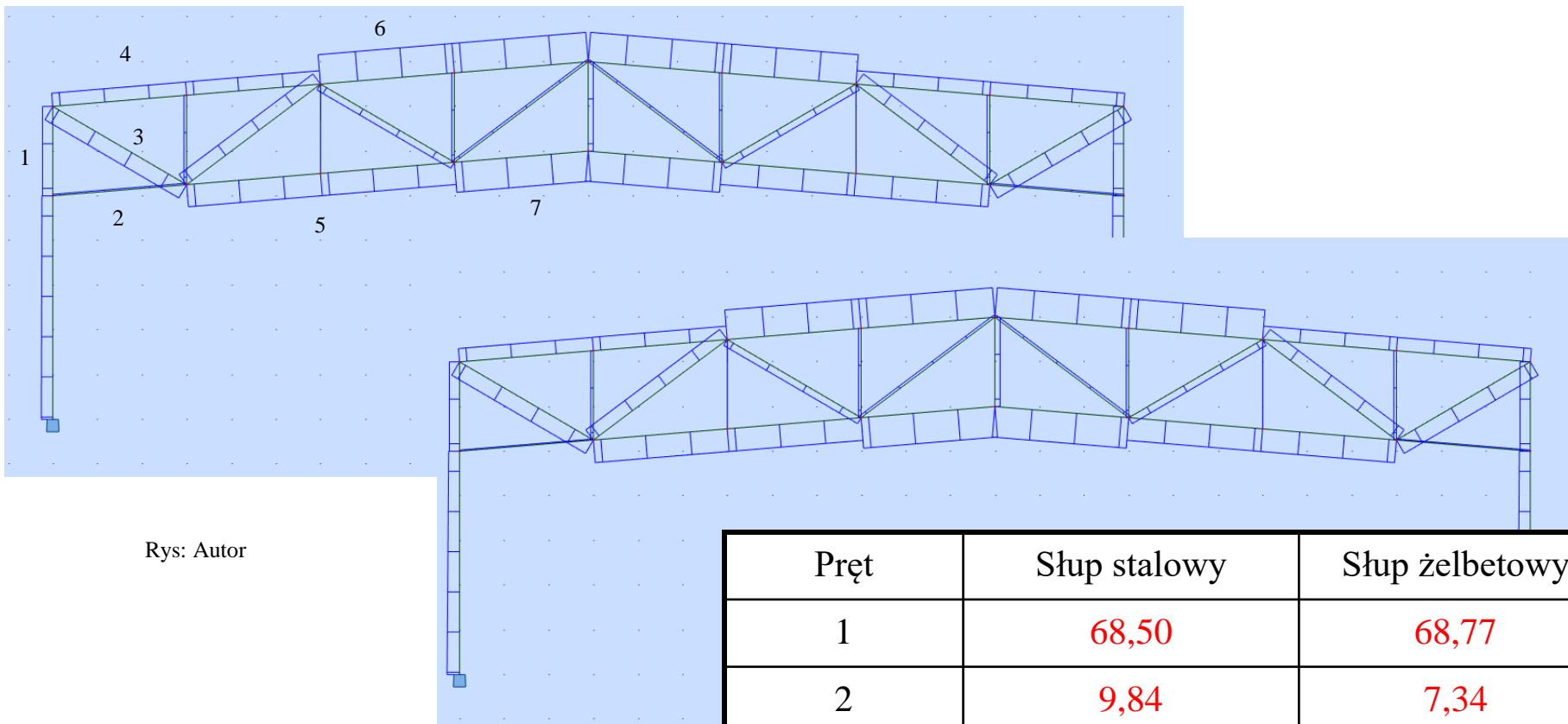
1. Podpory niesymetryczne (przegub-przesuw);
2. Podpory symetryczne (przegub-przegub).



Rys: Autor

Ściskanie
Rozciąganie

Pręt	Niesymetryczne	Symetryczne
1	72,82	60,59
2	0,00	147,30
3	111,04	89,79
4	96,24	77,83
5	164,99	19,14
6	206,24	151,00
7	220,00	0,95



Rys: Autor

Ściskanie
Rozciąganie

Pręt	Słup stalowy	Słup żelbetowy
1	68,50	68,77
2	9,84	7,34
3	103,75	104,22
4	89,11	89,54
5	149,18	152,33
6	197,78	198,61
7	201,79	205,56

Pręt	Słup stalowy	Słup żelbetowy	Średnio	Niesymetryczne	Symetryczne
1	68,50	68,77	68,64	72,82	60,59 (-12%)
2	9,84	7,34	8,59	0,00	147,30 (+1 715 %)
3	103,75	104,22	103,99	111,04	89,79 (-14%)
4	89,11	89,54	89,33	96,24	77,83 (-13%)
5	149,18	152,33	150,76	164,99	19,14 (+113%)
6	197,78	198,61	198,20	206,24	151,00 (-24%)
7	201,79	205,56	203,68	220,00	0,95 (+100%)

Różnice między niesymetrycznym modelem kratownicy a pełnym modelem (kratownica + słup) są niewielkie; generalnie siły przekrojowe są nieco większe dla niesymetrycznego modelu (bezpieczne wyniki).

Pomiędzy pełnym modelem a symetrycznym występują duże różnice, bardzo duże różnice lub nawet zupełnie przeciwny kierunek sił przekrojowych.

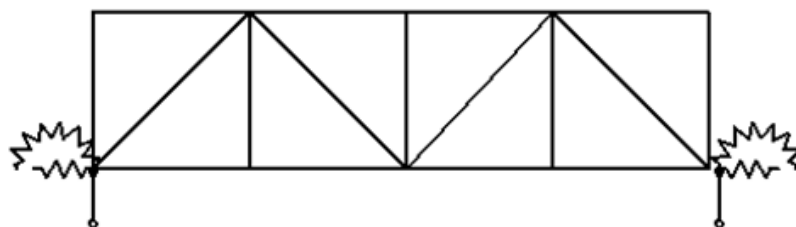
Pręt	Słup stalowy	Słup żelbetowy	Niesymetryczne	Symetryczne
Pas górny	197,78	198,61	206,24	151,00
Pas dolny	201,79	205,56	220,00	147,30

Maksymalne wartości sił osiowych w pasach górnych i dolnych wskazują na problemy, które pojawiają się po zastosowaniu błędnego modelu statycznego: podpór symetrycznych.

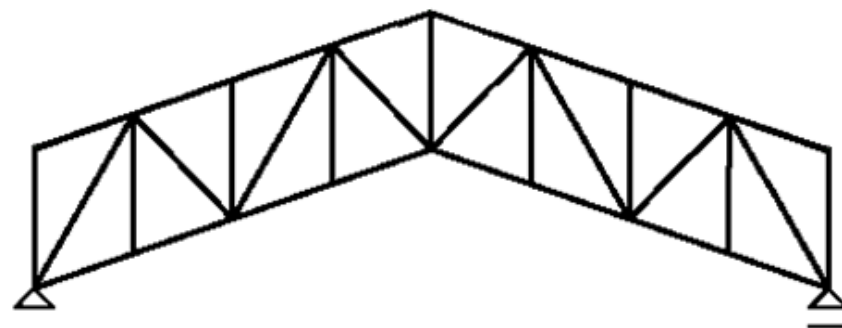
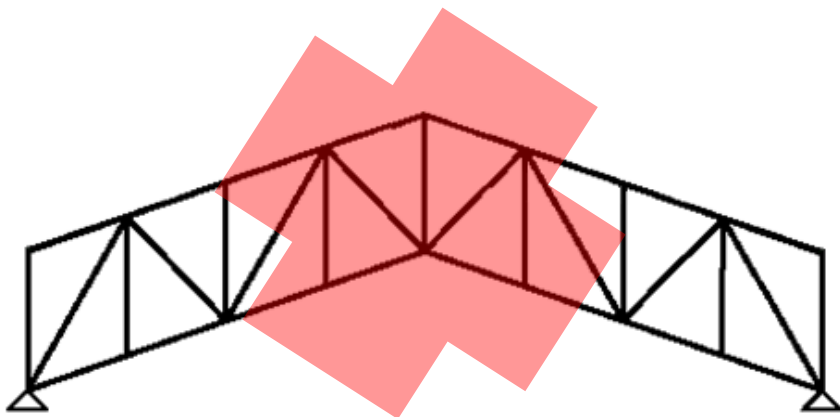
Pas górny – ściskanie – zostanie zaprojektowany dla siły wynoszącej jedynie około 75% siły rzeczywistej; oznacza to duże prawdopodobieństwo zniszczenia pasa i kratownicy.

Pas dolny – rozciąganie – zostanie zaprojektowany dla siły przeciwnej (ściskającej, nie rozciągającej): oznacza to duże prawdopodobieństwo przewymiarowania pasa.

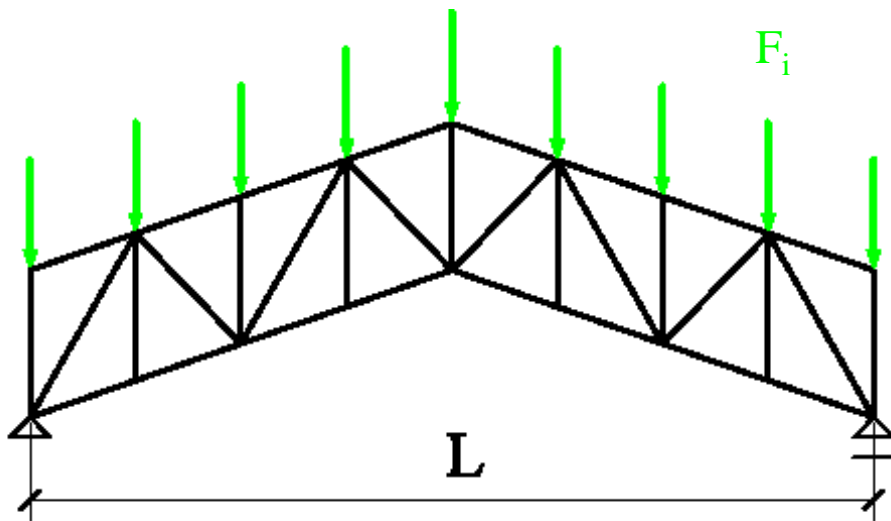
Konkluzja: schemat statyczny z niesymetrycznymi podporami (przegub-przesuw) jest znacznie bliżej rzeczywistej pracy kratownicy, niż schemat z podporami symetrycznymi.



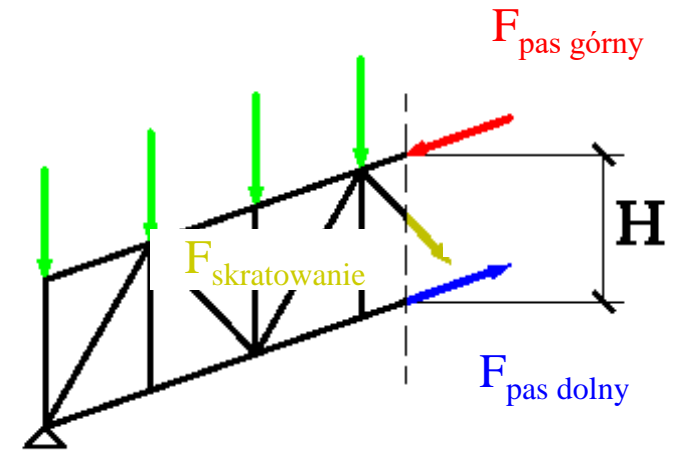
Rys: Autor



Weryfikacja wyników

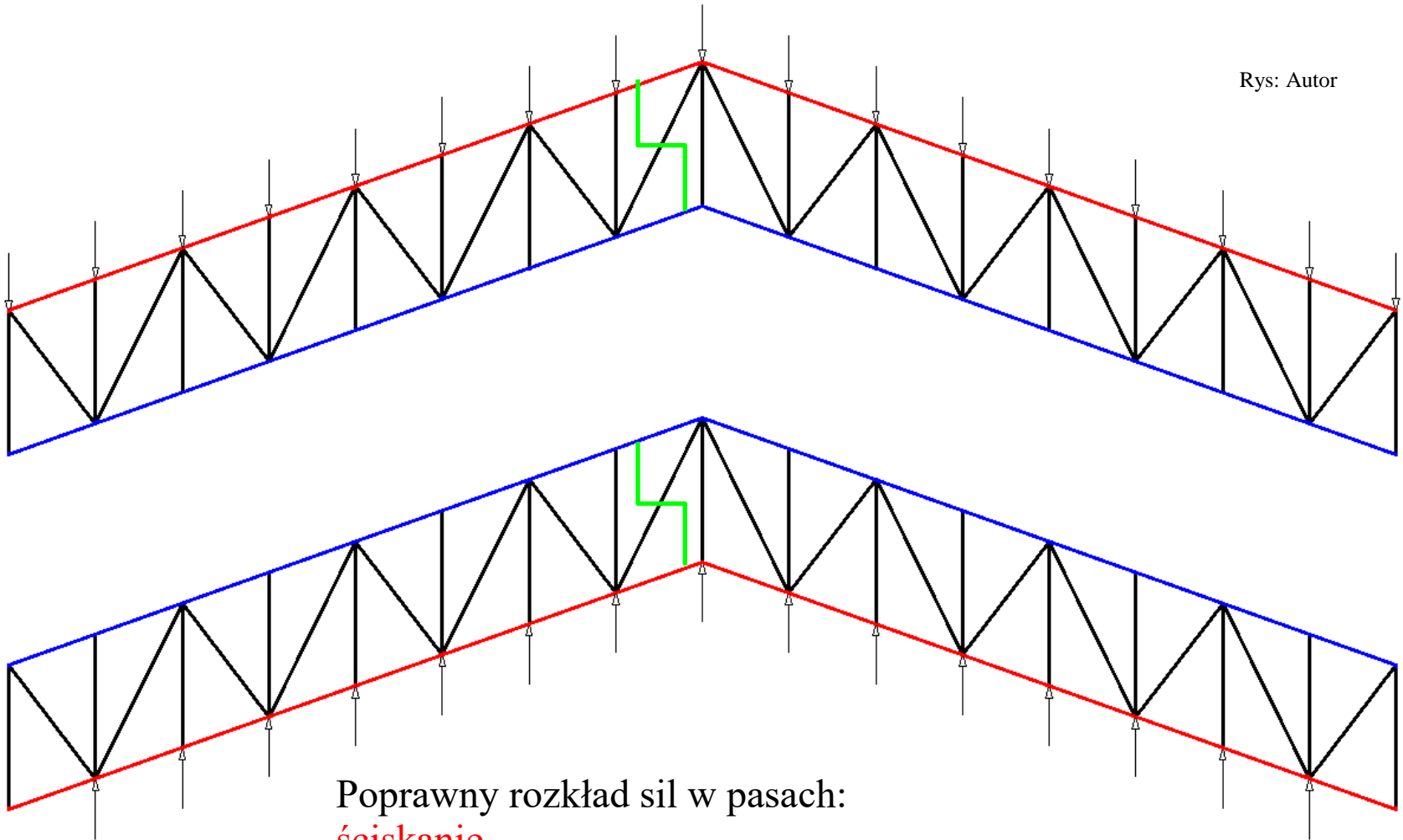


Rys: Autor



$$\Sigma x = 0 \quad ; \quad F_{\text{skratowanie}} / F_{\text{pas dolny}} \approx 0 \rightarrow$$

$$|F_{\text{pas dolny}}| \approx |F_{\text{pas górny}}|$$



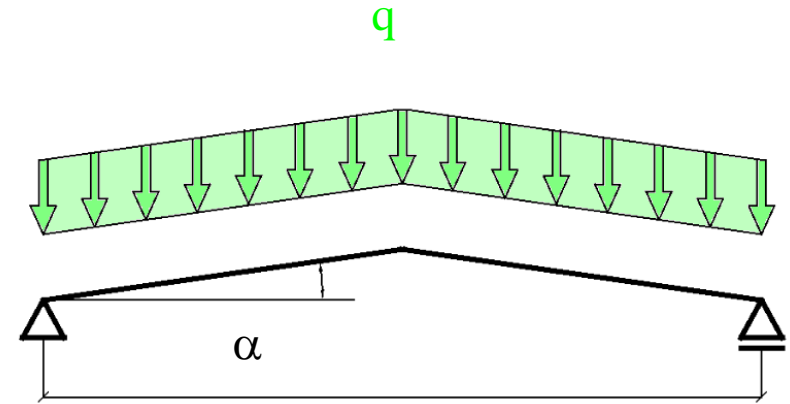
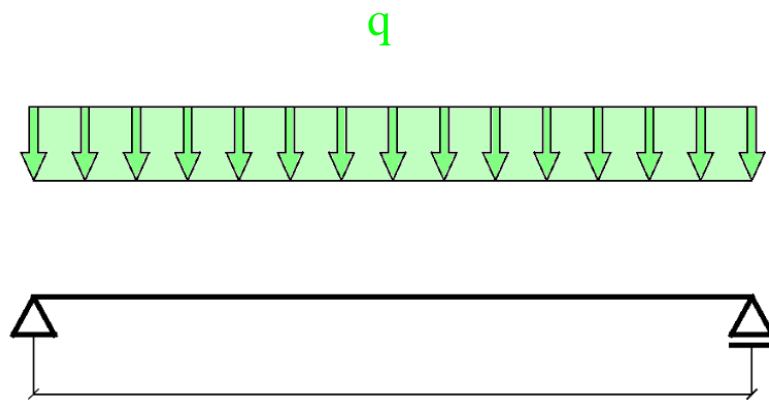
Poprawny rozkład sił w pasach:

ściskanie
rozciąganie

Dodatkowo:

|góra, rozciąganie| \approx |dół, ściskanie|

|góra, ściskanie| \approx |dół, rozciąganie|



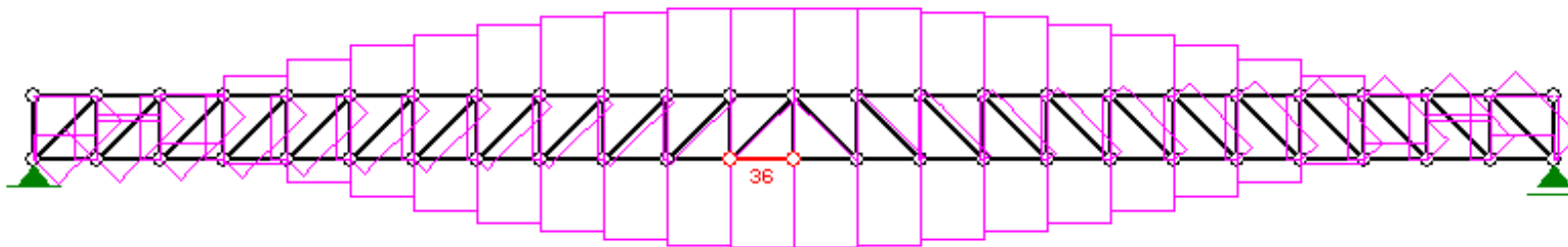
Rys: Autor

Można oszacować wartości sił w pasach, używając analogii belkowej

$$q = \Sigma F_i / L$$

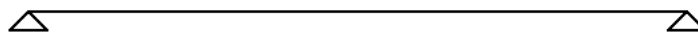
$$M_{\max} = q L^2 / 8 \quad \text{lub} \quad q L^2 / (8 \cos^2 \alpha)$$

$$|F_{\text{pas dolny}}| \approx |F_{\text{pas górny}}| \approx M_{\max} / H$$

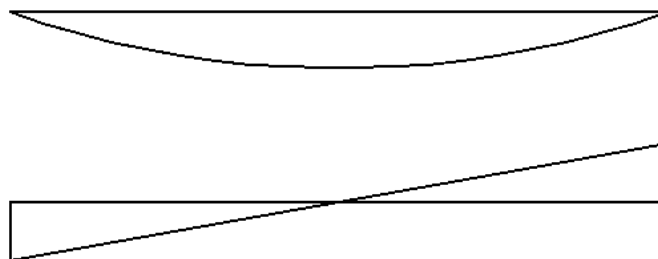


Rys: Autor

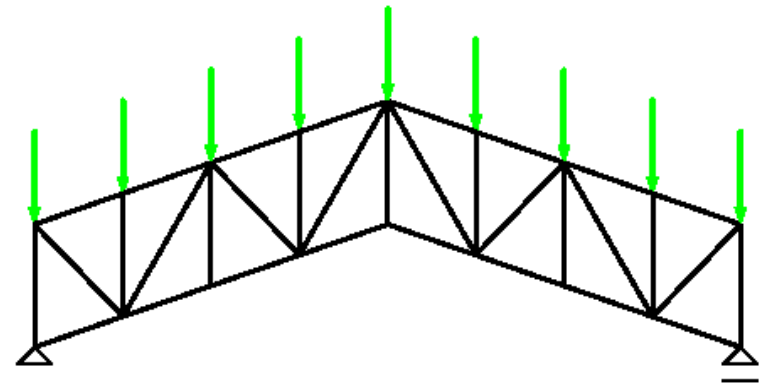
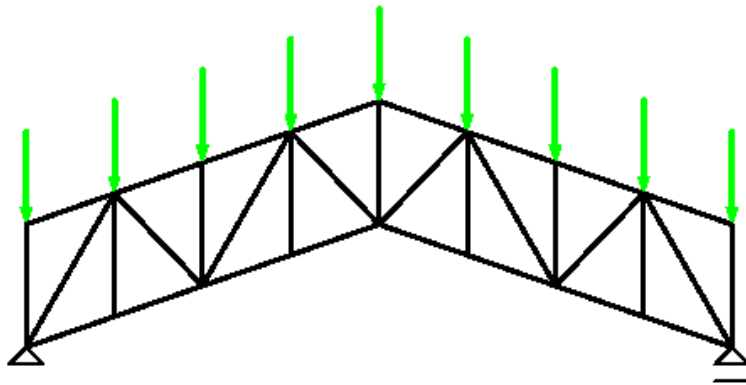
Rozkład sił osiowych w pasach przypomina kształt wykresu momentów zginających w belce;
Analogicznie rozkład sił osiowych w skratowaniu przypomina kształt wykresu sił ścinających w belce.



Rys: Autor

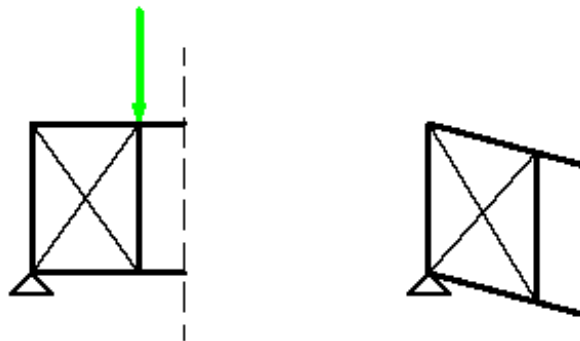


Różnice w sposobie skratowania kratownicy



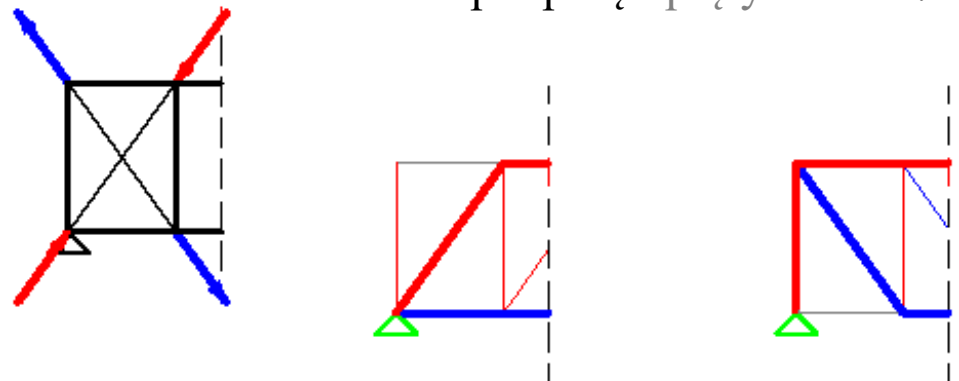
Rys: Autor

Deformacje: wydłużenie
(rozciąganie) i skrócenie
(ściskanie):



Rys: Autor

Przekazanie sił z pasów na
podporę i pręty zerowe:



Rys: Autor

Zagadnienia egzaminacyjne

Rodzaje konstrukcji kratowych

Algorytm identyfikacji konstrukcji kratowej

Wpływ smukłości i imperfekcji

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż. Tomasz Michałowski

tmichal@pk.edu.pl