

# Konstrukcje metalowe

## Wykład IV

### Klasy przekroju

## Spis treści

Wprowadzenie → #t / 3

Eksperyment → #t / 12

Sposób klasyfikowania → #t / 33

Przykłady obliczeń - stal → #t / 45

Przykłady obliczeń - aluminium → #t / 79

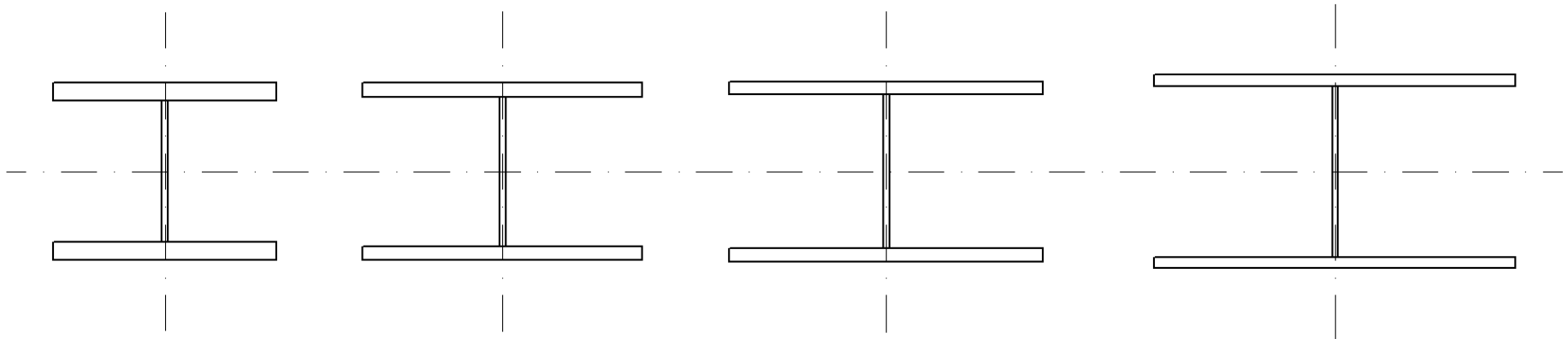
Obliczanie nośności → #t / 83

Zagadnienia egzaminacyjne → #t / 91

## Wprowadzenie

Belka dwuteowa jest najczęściej stosowanym typem przekroju w konstrukcjach stalowych. Smukłość pólek i środków może być różna.

Różnym smukłościom przypisuje się różne klasy przekroju.



Rys: Autor

Klasy przekroju definiują różną odporność elementu na lokalną utratę stateczności.  
Zjawisko to zachodzi pod wpływem naprężeń ściskających.

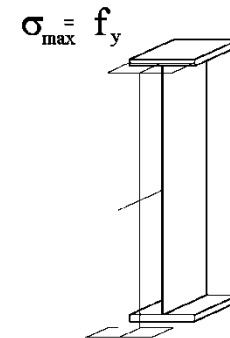
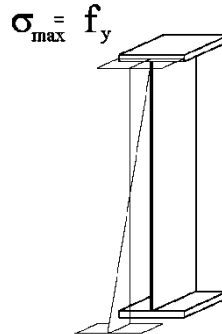
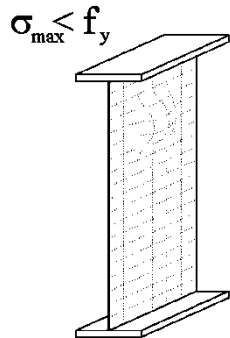
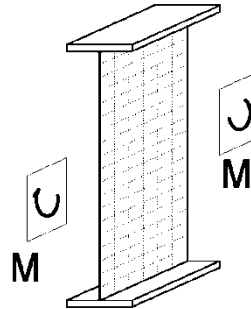
Klasy przekroju definiowane są wyłącznie w odniesieniu do przekrojów podlegających ścisaniu (siła osiowa lub / i moment zginający).

Dla różnych przypadków mamy różne wzory określające granice klas przekrojów i różne nośności dla tych klas.

Czyste ścinanie i czyste rozciąganie nie daje w efekcie ścisania, stąd dla tego typu obciążeń nie liczy się klasy przekroju i nie różnicuje nośności.

# Klasy przekroju elementów – różny stopień odporności na niestateczność lokalną

→ #3 / 85

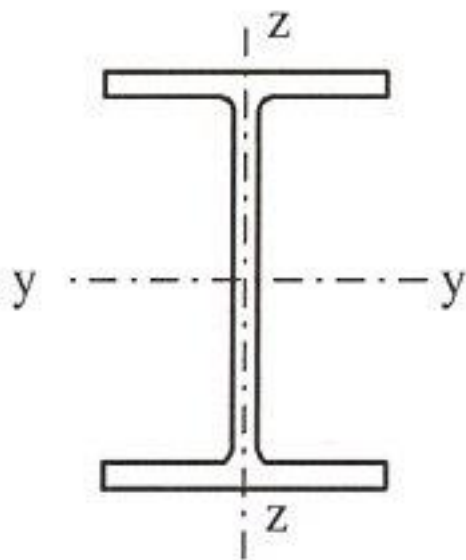


Rys: Autor

Różne wzory na nośność R

→ #3 / 75

Na poziomie przekroju:



F – charakterystyka geometryczna

$$R = F f_y$$

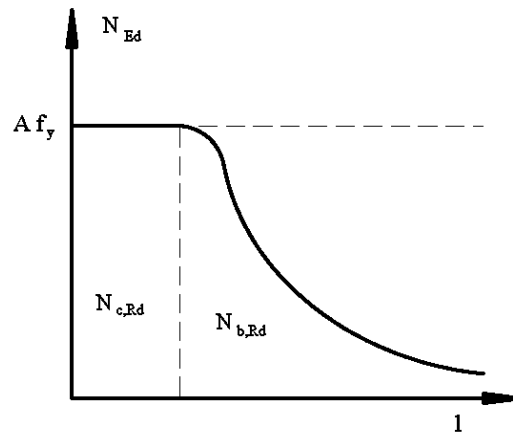
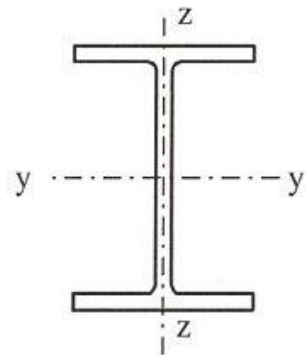
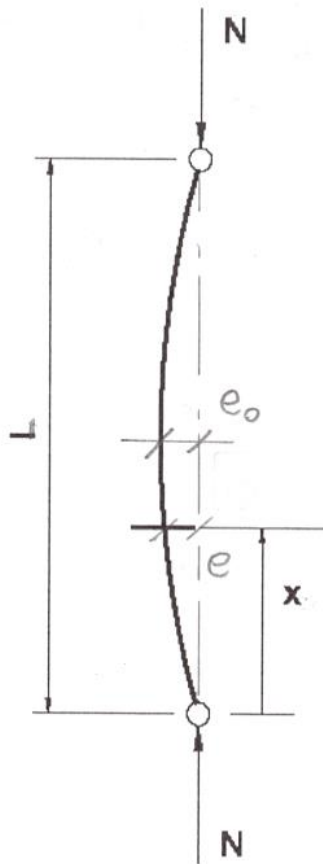
$$E / R \leq 1,0$$

Rys: Autor

Elementy i węzły, gdy zagadnienie stateczności nie jest istotne; śruby, nity, sworznie

Na poziomie elementu:

→ #3 / 76



Rys: Autor

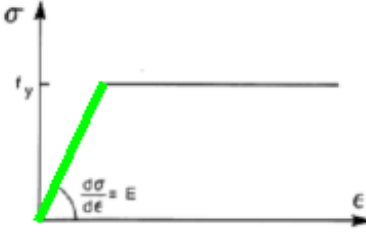
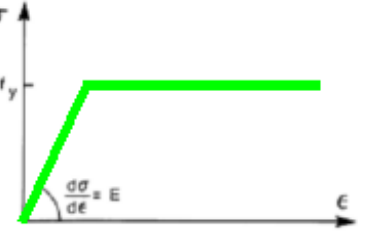
$F$  – charakterystyka geometryczna

$\chi$  – współczynnik stateczności (zależy od długości elementu i sposobu podparcia)

$$R = \chi F f_y$$

$$E / R \leq 1,0$$

Węzły i elementy w warunkach utraty stateczności

Analiza	Klasy przekroju → #3 / 85	Zależność odkształcenie- napężenie
Sprężysta	I, II, III, IV	 <p>The graph shows stress <math>\sigma</math> on the vertical axis and strain <math>\epsilon</math> on the horizontal axis. A linear elastic region is shown in green up to the yield stress <math>\sigma_y</math>. The slope of this region is labeled <math>\frac{d\sigma}{d\epsilon} = E</math>. A horizontal plastic region follows, also shown in green.</p>
Plastyczna	I	 <p>The graph shows stress <math>\sigma</math> on the vertical axis and strain <math>\epsilon</math> on the horizontal axis. A linear elastic region is shown in green up to the yield stress <math>\sigma_y</math>. The slope of this region is labeled <math>\frac{d\sigma}{d\epsilon} = E</math>. A horizontal plastic region follows, also shown in green.</p>

Różne wzory na nośność dla obu rodzajów analizy.

Rys: Autor

Różne klasy → różne wzory na nośność przekroju

Która klasa? → obliczenie granic między klasami;

Który wzór? → odmienne wzory dla różnych klas;

Jaka nośność? → policzenie nośności dla konkretnej klasy;

- Klasa 1: przekroje, które osiągają nośność przegubu plastycznego i wykazują przy tym zdolność do obrotu niezbędną do plastycznej redystrybucji momentów.
- Klasa 2: przekroje, które osiągają nośność przegubu plastycznego, lecz wskutek niestateczności miejscowej (w stanie plastycznym) wykazują ograniczoną zdolność do obrotu.

PN EN 1993-1-1 5.2.2

I wszystko jasne...

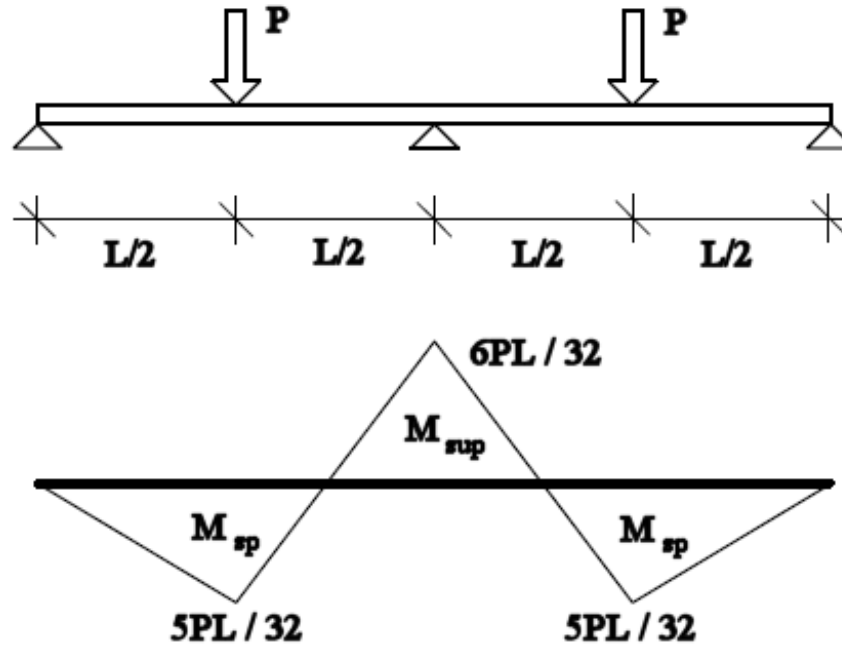
- **Class 1 cross-sections** are those which can form a plastic hinge with the rotation capacity required for plastic analysis.
- **Class 2 cross-sections** are those which can develop their plastic moment resistance, but have limited rotation capacity.

EN 1993-1-1 5.2.2

Po angielsku nie lepiej

## Eksperyment

Belka dwuprzęsłowa, obciążona parą sił  $P$  o zmiennej wartości.



$$M_{sup} = 6 PL / 32$$

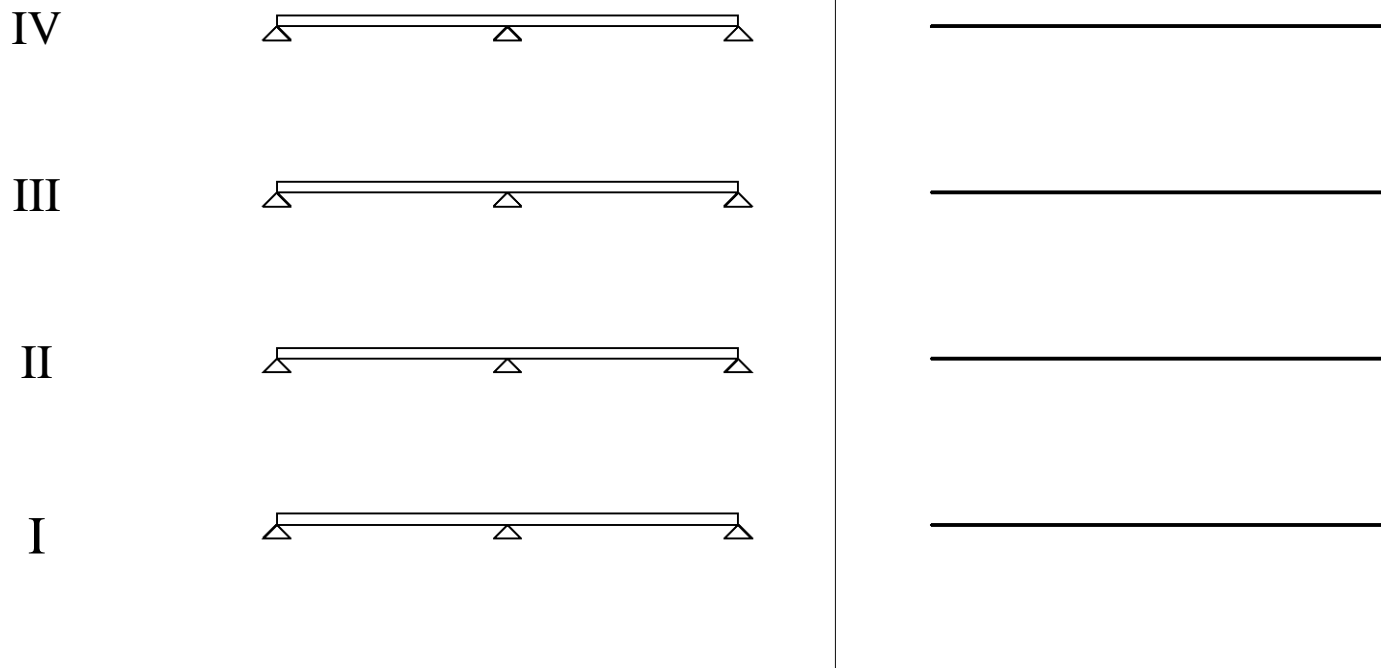
$$M_{sp} = 5 PL / 32$$

$$M_{max} = M_{sup}$$

$$\sigma_{max} = \sigma(M_{sup})$$

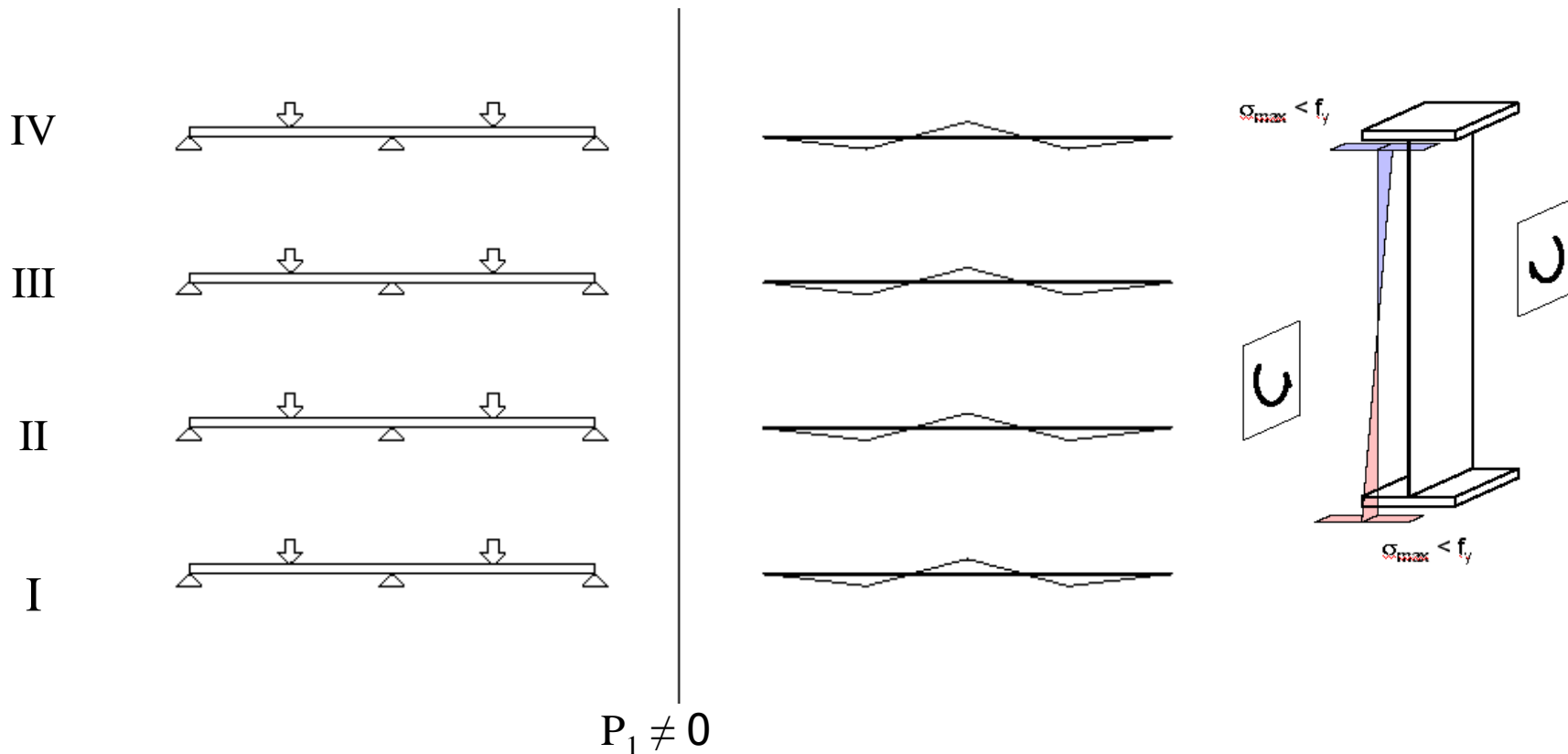
Rys: Autor

Co się będzie działo dla różnych klas przekroju?



Rys: Autor

$$P_0 = 0 \quad M = 0$$



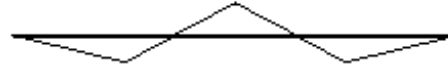
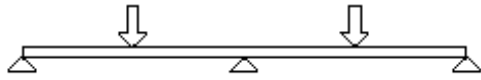
Rys: Autor

$$M_{\text{sup}} = 6 P_1 L / 32$$

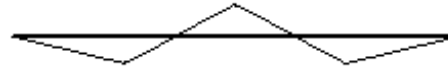
$$M_{\text{sp}} = 5 P_1 L / 32$$

$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,2 = \text{stała wartość dla wszystkich belek}$

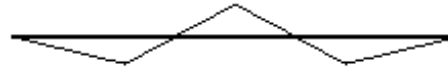
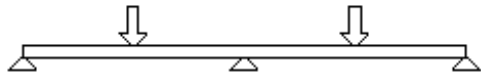
IV



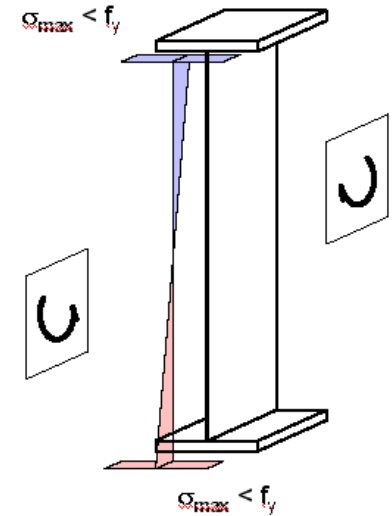
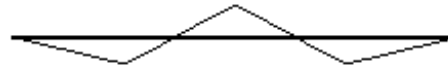
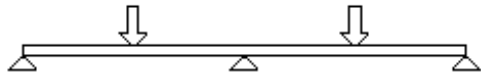
III



II



I



Rys: Autor

$$P_2 = P_1 + \Delta P$$

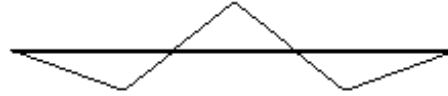
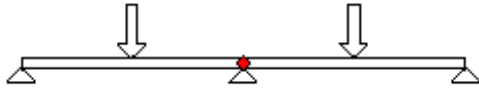
$$M_{\text{sup}} = 6 P_2 L / 32$$

$$M_{\text{sp}} = 5 P_2 L / 32$$

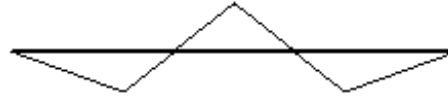
$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,2 = \text{stała wartość dla wszystkich belek}$

Rys: Autor

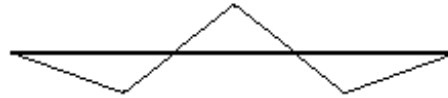
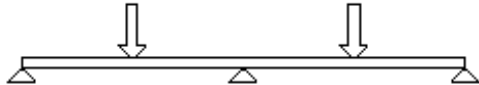
IV



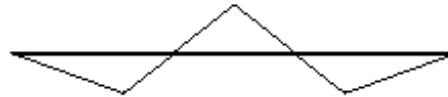
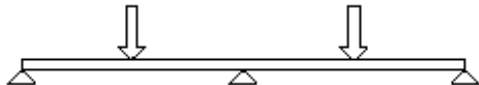
III



II



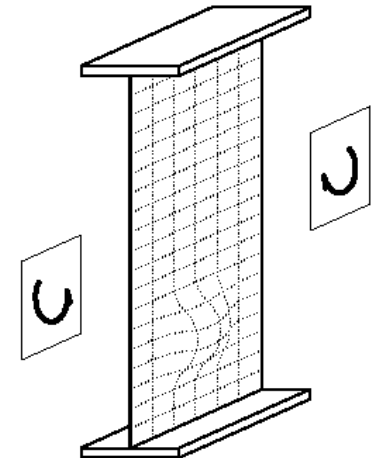
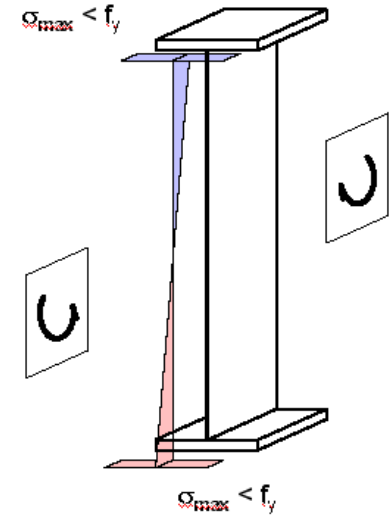
I



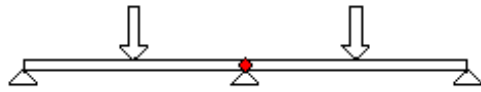
$$P_3 = P_2 + \Delta P$$

Niestateczność lokalna łożnicy w części ściskanej; pojawi się w przekroju obciążonym największym momentem zginającym (przekrój podporowy)

Kres nośności dla belki o IV klasie przekroju..



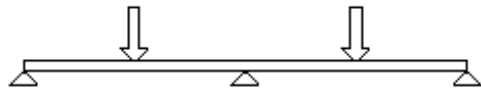
IV



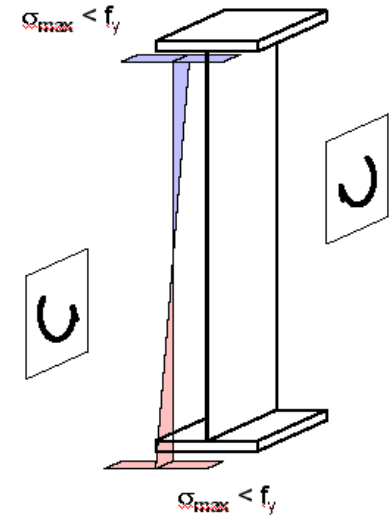
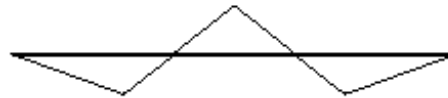
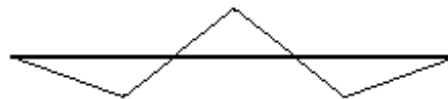
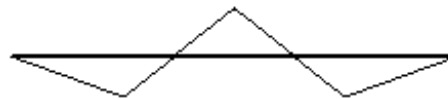
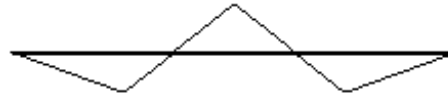
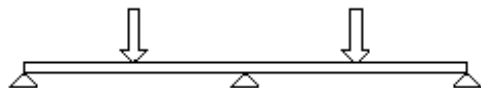
III



II



I



Rys: Autor

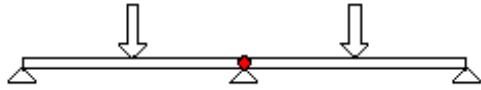
$$P_4 = P_3 + \Delta P$$

$$M_{\text{sup}} = 6 P_4 L / 32$$

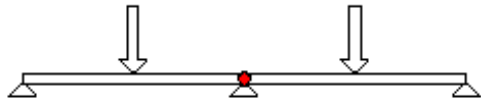
$$M_{\text{sp}} = 5 P_4 L / 32$$

$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,2 = \text{stała wartość dla belek I, II, III}$

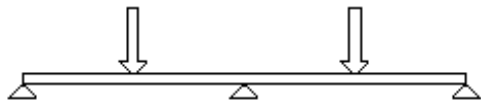
IV



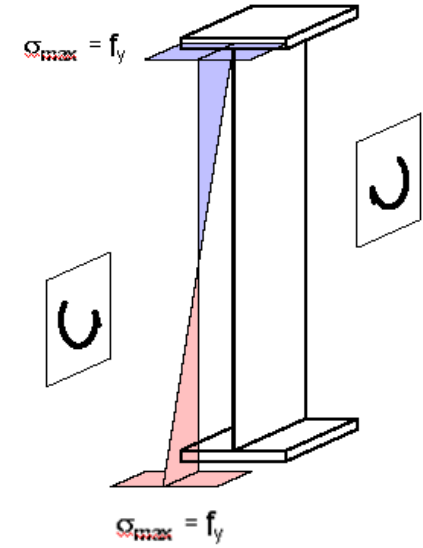
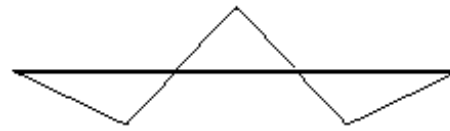
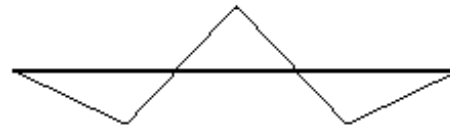
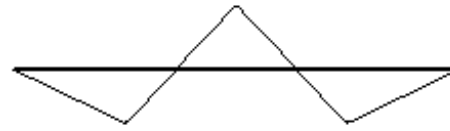
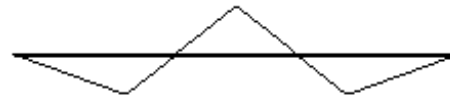
III



II



I



Rys: Autor

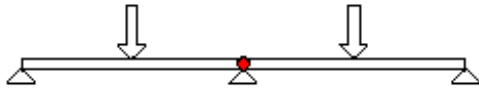
$$P_5 = P_4 + \Delta P$$

$$\sigma_{\max} = \sigma(M_{\text{sup}}) = f_y$$

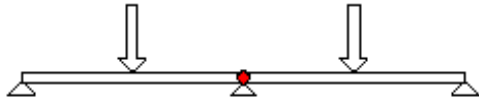
Kres nośności belki o III klasie przekroju.

Koniec pracy sprężystej dla belek I i II.

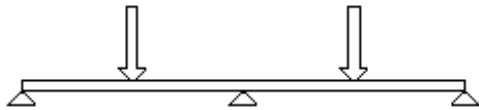
IV



III



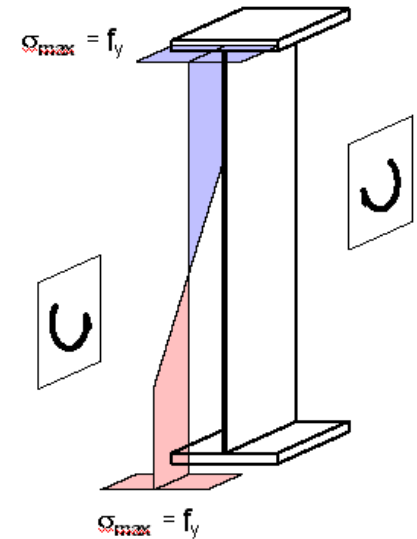
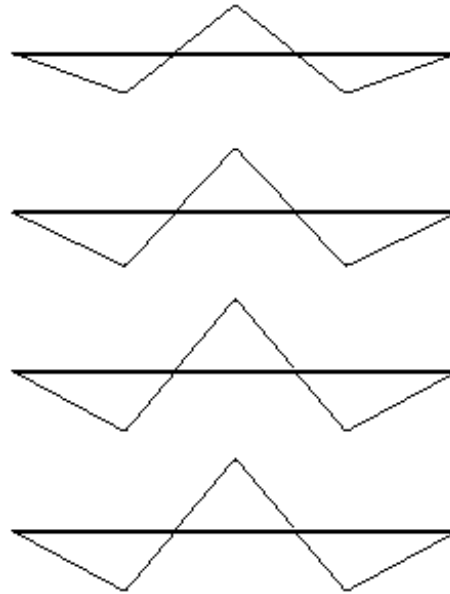
II



I



Rys: Autor



$$P_6 = P_5 + \Delta P$$

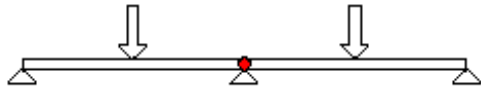
$$M_{\text{sup}} = 6 P_6 L / 32$$

$$M_{\text{sp}} = 5 P_6 L / 32$$

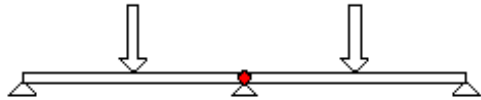
$$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,2 = \text{stałą wartość dla belek I i II}$$

Sprężysto-plastyczna praca belek I i II

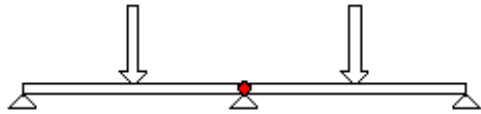
IV



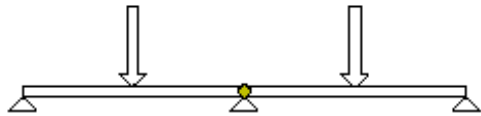
III



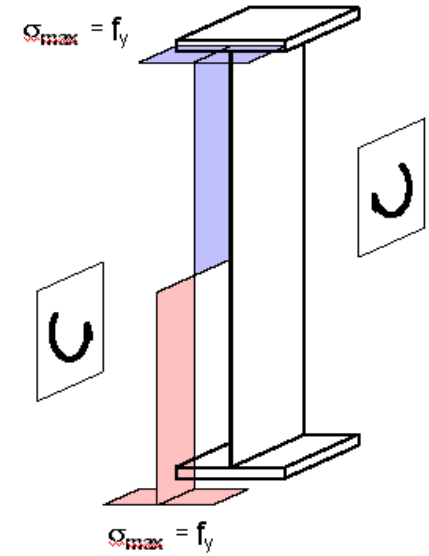
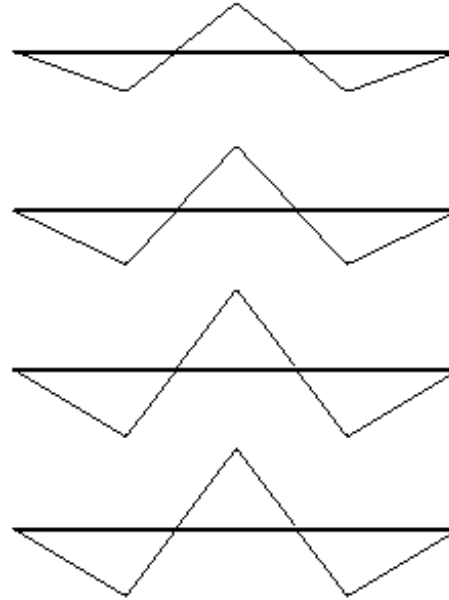
II



I



Rys: Autor



$$P_7 = P_6 + \Delta P$$

Cały przekrój nadpodporowy pracuje plastycznie.

Kres nośności belki o II klasie przekroju.

# Praca plastyczna

Praca sprężysta

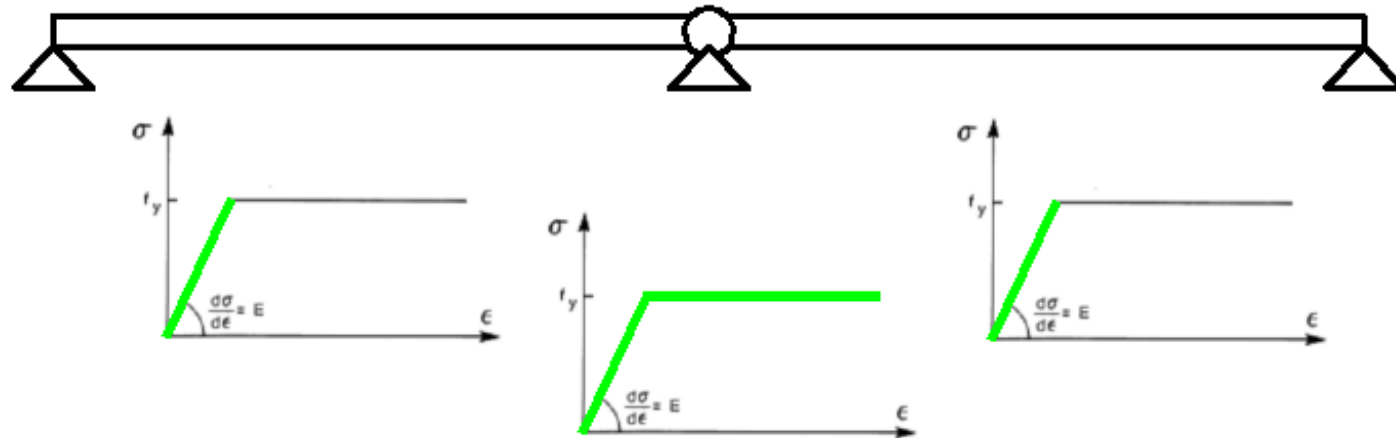
Praca sprężysta



Praca sprężysto-plastyczna

Rys: Autor

Przekrój w stanie plastycznym zachowuje się tak samo jak przegub.

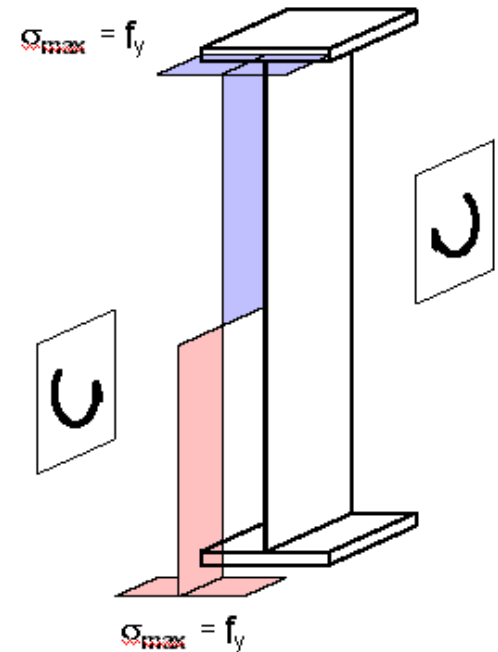


Przekrój w stanie plastycznym = przegób plastyczny

"Normalny" przegub  $\rightarrow M = 0$

Przegub plastyczny  $\rightarrow M = M_{pl} \neq 0$

Wykres naprężeń w przegubie plastycznym wygląda jak następuje:

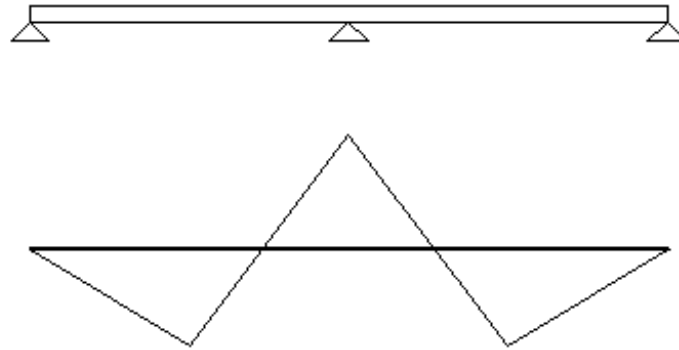


Rys: Autor

$M_{pl}$  to maksymalna wartość momentu zginającego, jaką może przenieść dany przekrój.

Dla  $P < P_7$  :

Momenty zginające liczone są jak dla układu statycznie niewyznacznego



Rys: Autor

Dla  $P = P_7$  :

Zmiana schematu statycznego:

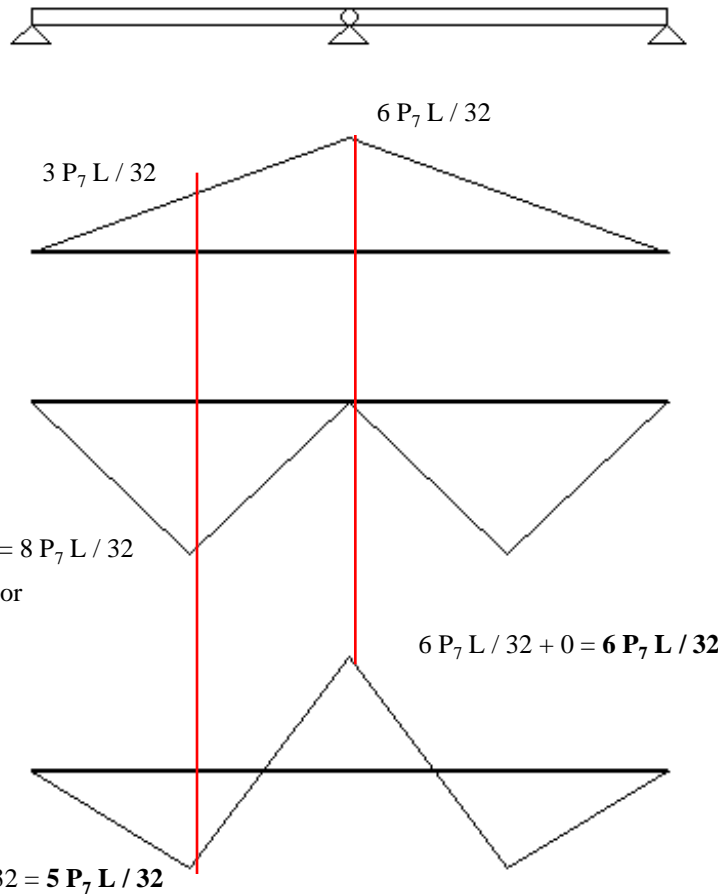
Statycznie niewyznaczalna belka dwuprzęsłowa  $\rightarrow$  dwie statycznie wyznaczalne belki jednoprzęsłowe, oparte na wspólnej podporze środkowej

Zmiana obciążenia:

Para sił  $P \rightarrow$  para sił  $P$  i moment zginający  $M_{pl}$  w przegubie plastycznym

Dla  $P = P_7$  :

Wykres momentów to suma wykresów od  $P$  i  $M_{pl}$



Rys: Autor

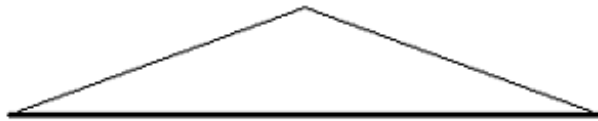
Wykres momentów od  $M_{pl}$  liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych

Wykres momentów od sił  $P$ , liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych

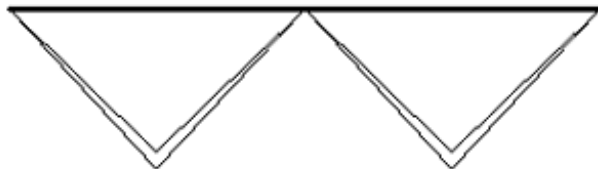
Suma

Dla  $P > P_7$  :

Wciąż jest możliwość zwiększania wartości siły  $P$ ; wartość momentu  $M_{pl}$  nie ulega już zmianie. Zmieniać będzie się tylko część wykresu sumarycznego od sił  $P$ .

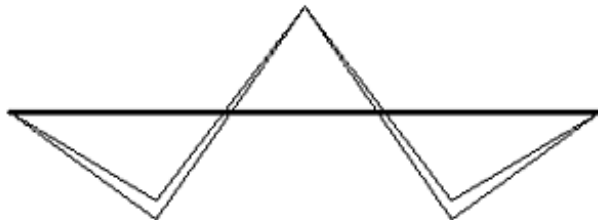


Wykres momentów od  $M_{pl}$  liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych



Wykres momentów od sił  $P$ , liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych

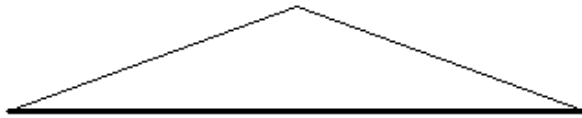
Rys: Autor



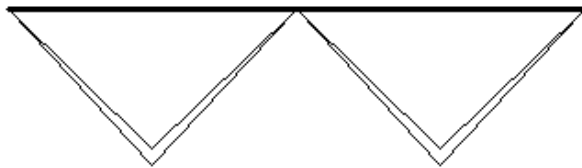
Suma

Dla  $P > P_7$  :

Kres nośności nastąpi, gdy pod siłami  $P$  osiągnie się maksymalną wartość momentu zginającego, jaki może być przyłożony do przekroju.  $M_{\max} = M_{pl} = \text{const}$

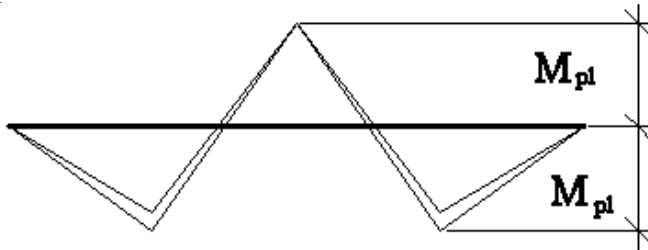


Wykres momentów od  $M_{pl}$  liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych



Wykres momentów od sił  $P$ , liczony jak dla dwu belek jednoprzęsłowych

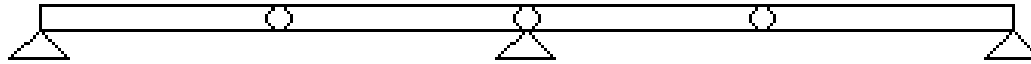
Rys: Autor



Suma

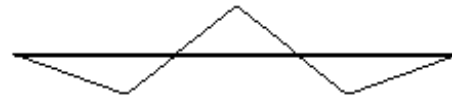
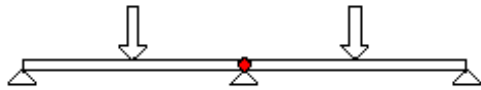
Dla  $P > P_7$  :

W przekrojach, w których  $M_{\max} = M_{pl}$  , powstają przeguby plastyczne. Kresem nośności dla belki o przekroju I klasy jest więc zmiana w mechanizm.

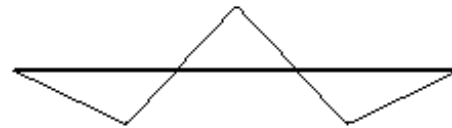
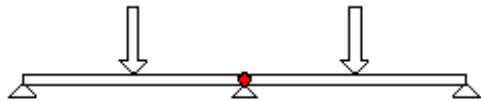


Rys: Autor

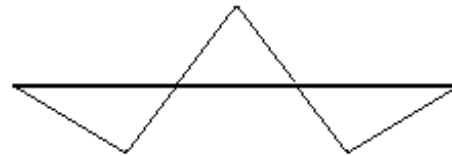
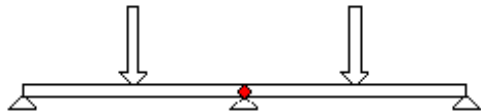
IV



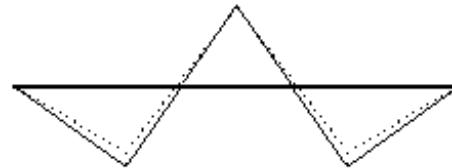
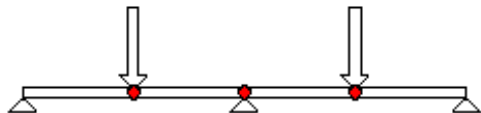
III



II



I



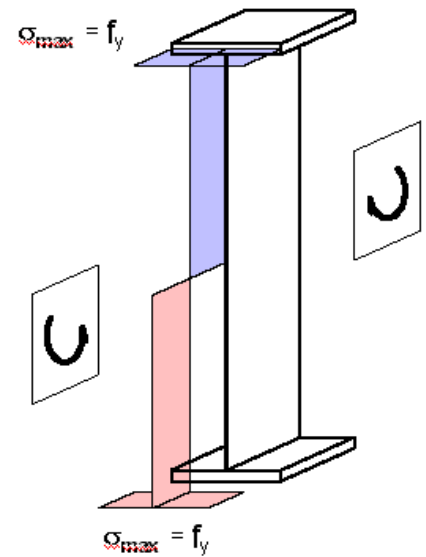
Rys: Autor

$$P_8 = P_7 + \Delta P$$

$$M_{\text{sup}} = 6 P_8 L / 32$$

$$M_{\text{sp}} = 6 P_8 L / 32$$

$$M_{\text{sup}} / M_{\text{sp}} = 1,0$$



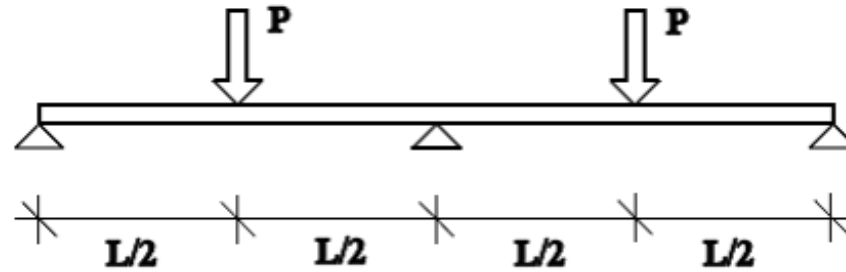
## Podsumowanie

Klasa przekroju	Zniszczenie przez / kres nośności	Obliczenia
IV	Niestateczność lokalna ściskanej części przekroju	„Normalne” obliczenia statyczne (metoda sił, metoda przemieszczeń, komputer...)
III	$\sigma_{\max} = f_y$	
II	Pierwszy przegub plastyczny	
I	Zmiana konstrukcji w mechanizm	Konieczność uwzględnienia zmiany schematu statycznego → plastyczna redystrybucja momentów zginających

## Rzeczywistość a idealizacja

Klasa przekroju	Rzeczywistość	Idealizacja
IV	Kres nośności = niestateczność lokalna dla $M_{Ed} \leq M_{Rd, el}$	
III	Kres nośności = niestateczność lokalna dla $M_{Rd, pl} > M_{Ed} > M_{Rd, el}$	Kres nośności = niestateczność lokalna dla $M_{Ed} = M_{Rd, el}$
II	Kres nośności = niestateczność lokalna $M_{Ed} \approx M_{Rd, pl}$ ale bez redystrybucji momentów zginających	Kres nośności = niestateczność lokalna dla $M_{Ed} = M_{Rd, pl}$
I	Kres nośności = pełna redystrybucja momentów zginających, zmiana konstrukcji w mechanizm	

Rys: Autor



Dla przeanalizowanej sytuacji, jeśli charakterystyki geometryczne są takie same:

$P_3 < P_5$  – zniszczenie belki IV

$P_5$  – zniszczenie belki III

$P_7 \approx (1,1 \div 1,2) P_5$  – zniszczenie belki II

$P_8 \approx (1,25 \div 1,35) P_5$  – zniszczenie belki I

Proporcje dla belki dwuteowej zginanej względem osi silnej

## Sposób klasyfikowania

EN 1993-1-1 5.5 5.6

Klasa = Klasa [wytrzymałość stali ( $\rightarrow$  #t / 36) ; kształt przekroju ( $\rightarrow$  #t / 37) ;  
Rozkład naprężeń ściskających ( $\rightarrow$  #t / 38) ; smukłość gałęzi przekroju( $\rightarrow$  #t / 39)]

W konstrukcjach stalowych najczęściej używamy trzech rodzaj przekrojów:

- Gorącowalcowane
- Spawane
- Zimnogięte



Rys: tradekorea.com



Rys: cnzjbs.en.made-in-china.com



Rys: cedricbodeengineering.com

Zgodnie z

EN 1993-1-1 5.5 5.6

Możemy liczyć gorącowalcowane i spawane.

Dla zimnogiętych dedykowana jest norma EN 1993-1-3, omawiana na

Konstrukcjach cienkościennych

## Wytrzymałość materiału

Bezwymiarowa wytrzymałość materiału:

$$\varepsilon = \sqrt{235 / f_y}$$

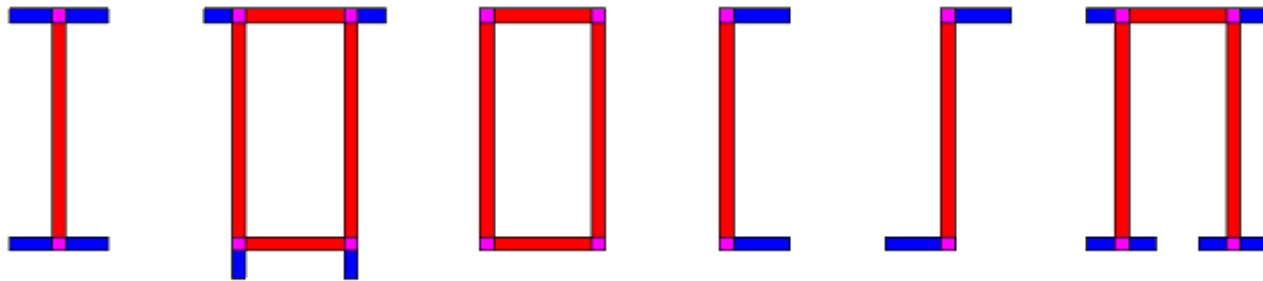
$f_y$  – granica plastyczności [MPa]

235 [MPa] – bazowa granica plastyczności

## Kształt przekroju

Zgodnie z EN 1993-1-1, tab. 5.2, wszystkie przekroje (oprócz L i O) musimy podzielić na gałęzie. Każdy rodzaj gałęzi opisany jest w innej części tabeli:

- **quasi-środek** (tab. 5.2 część 1)
- **quasi-półka** (jeden koniec swobodny; tab. 5.2 część 2)
- **kątowniki i rury okrągłe** (CHS = circular hollow section; tab. 5.2 część 3)



Rys: Autor



Tabelka 5.2 definiuje granice klas przekrojów dla wszystkich rodzajów gałęzi:

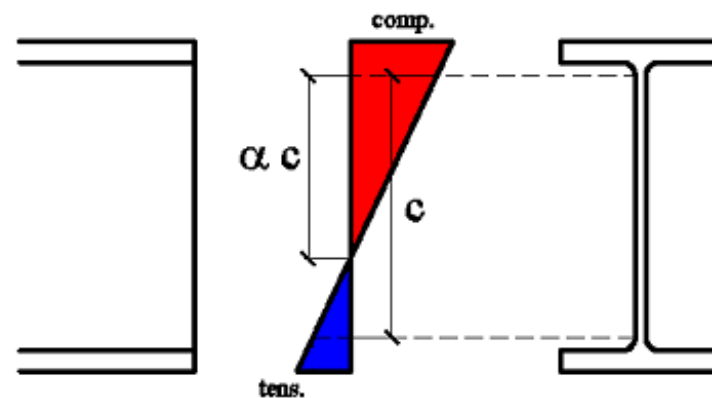
0 – wartość podstawowa, nie uwidoczniiona w tabeli;;

$$A = A(\sigma_c)$$

$$B = B(\sigma_c)$$

$$C = C(\sigma_c)$$

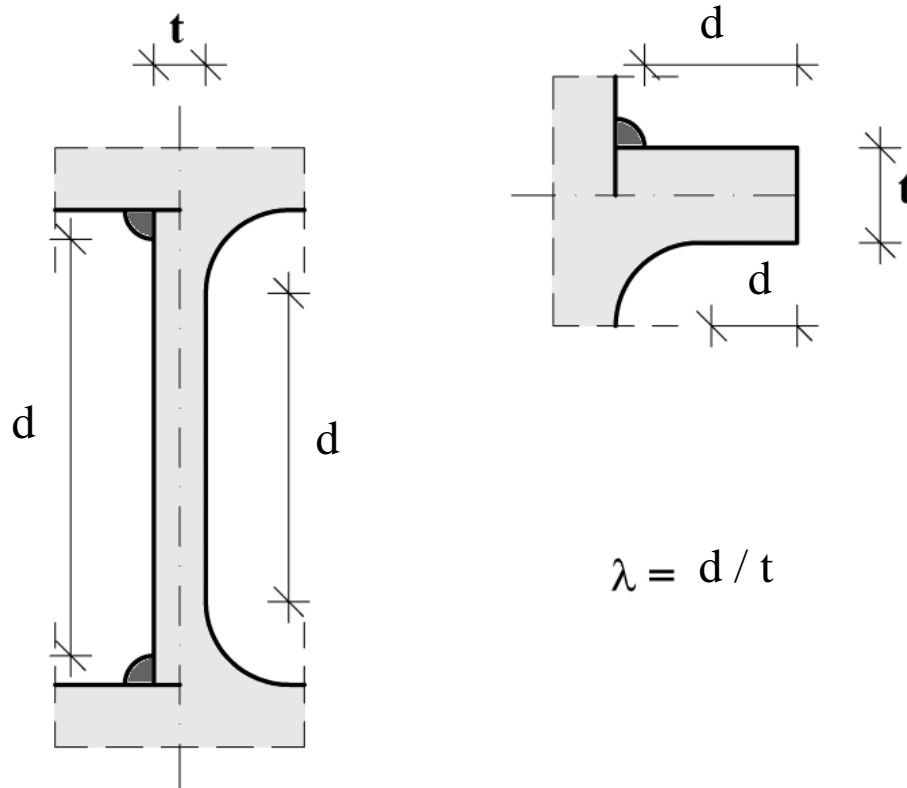
$\sigma_c$  – rozkład naprężeń ściskających



Rys: Autor

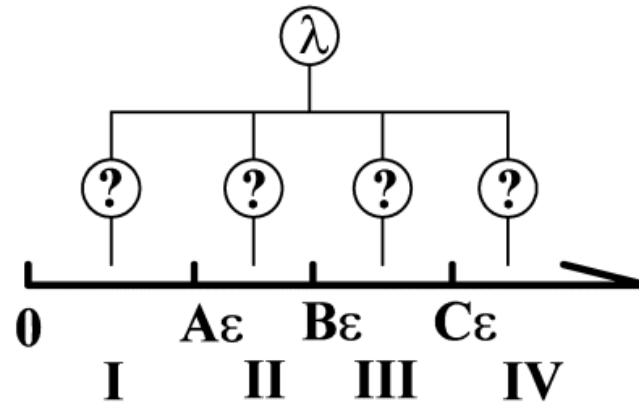
## Smukłość gałęzi

Dla każdej gałęzi policzyć należy smukłość  $\lambda$ : szerokość lub długość podzieloną przez grubość



Rys: Autor

## Klasa przekroju dla gałęzi



Rys: Autor

$0 < \lambda \leq A_\epsilon \rightarrow$  I klasa

$A_\epsilon < \lambda \leq B_\epsilon \rightarrow$  II klasa

$B_\epsilon < \lambda \leq C_\epsilon \rightarrow$  III klasa

$C_\epsilon < \lambda \rightarrow$  IV klasa

## Klasa całego przekroju

Klasa przekroju = max (klasa I gałęzi ; klasa II gałęzi ; klasa III gałęzi ; ... )

Przykład:

Półka – I klasa


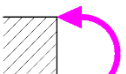
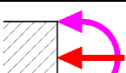
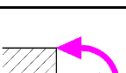
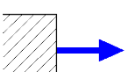
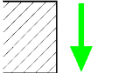
Środek – IV klasa

Klasa przekroju = max (1, 4) = IV klasa

Podział na klasy przekroju jest ważny dla elementów w których występuje naprężenie ściskające. Chodzi zatem o elementy, obciążone osiową siłą ściskającą, momentem zginającym i momentem zginającym wraz z siłą ściskającą lub rozciągającą.

Podział ten nie jest ważny dla elementów tylko rozciąganych lub tylko ścinanych.

## Różne procedury obliczania wartości A, B, C EN 1993-1-1, tab. 5.2

Obciążenie	CZĘŚĆ 1 „web”	CZĘŚĆ 2 „flange”	CZĘŚĆ 3 O	CZĘŚĆ 3 L	inne ●	zimnogiecie
	Proc. 1	Proc. 4	Proc. 7	Proc. 8	Obciążenie niezalecane dla tego przekroju	EN 1993-1-3 (inne zasady)
	Proc. 2	Proc. 4 or 5 or 6		Obciążenie niezalecane dla tego przekroju		
	Proc. 3a					
	Proc. 3b					
	brak $\sigma_c$				brak $\sigma_c$	
				Obciążenie niezalecane dla tego przekroju	Obciążenie niezalecane dla tego przekroju	

Rys: Autor

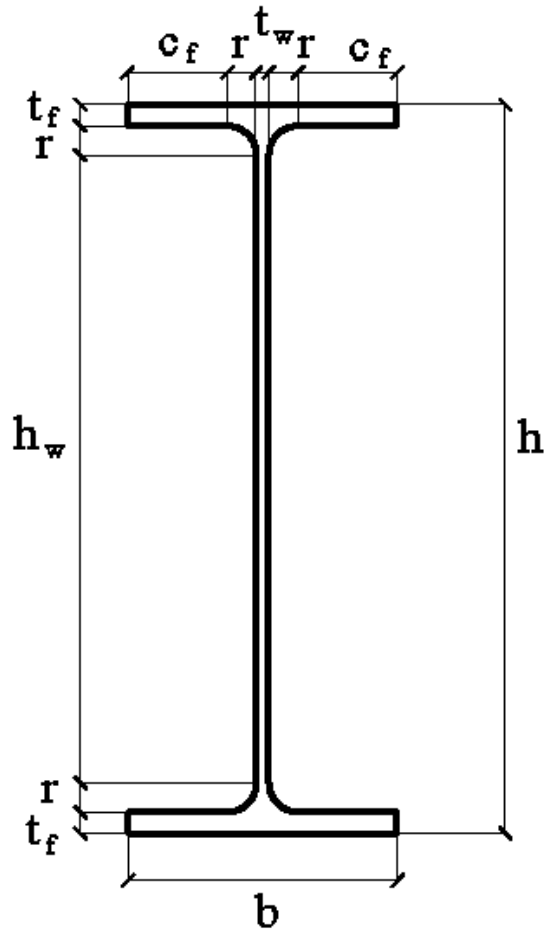
# EN 1993-1-1 tab 5.2 część 1 (quasi-środek)

Tablica 5.2 (arkusz 1 z 3): Maksymalne stosunki szerokości do grubości dla części ściskanych

Wewnętrzne części ściskane				
				Oś zginania
				Oś zginania
Klasa	Część zginana	Część ściskana	Część zginana i ściskana	
Rozkład naprężeń w części (ściskanie - dodatnie)				
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	gdy $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ gdy $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$	
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	gdy $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ gdy $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$	
Rozkład naprężeń w części (ściskanie - dodatnie)				
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	gdy $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ gdy $\psi \leq -1$ : $c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$	

## Przykład obliczeniowy - stal

IPE A 600



h	b	t <sub>f</sub>	t <sub>w</sub>	r
597	220	17,5	9,8	24

$$d_w = h_w = h - 2 t_f - 2r$$

$$d_f = (b - t_w - 2r) / 2$$

Rys: Autor

$$\lambda_w = (h - 2t_f - 2r) / t_w = (597 - 2 \cdot 17,5 - 2 \cdot 24) / 9,8 = 52,449$$

$$\lambda_f = (b - t_w - 2r) / (2t_f) = (220 - 9,8 - 2 \cdot 24) / (2 \cdot 17,5) = 4,634$$

S235

$$f_y = 235 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{235} = \sqrt{(235 / f_y)} = \sqrt{(235 / 235)} = 1,000$$

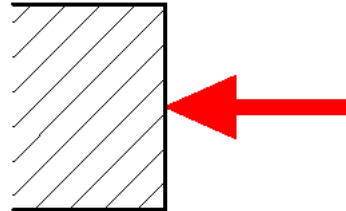
S355

$$f_y = 355 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{355} = \sqrt{(235 / f_y)} = \sqrt{(235 / 355)} = 0,814$$

Rys: Autor

Środek, czyste ściskanie



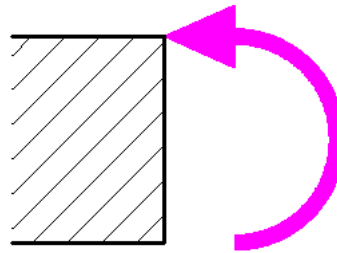
Proc. 1

$f_y = 235 \text{ MPa}$	$f_y = 355 \text{ MPa}$
<ul style="list-style-type: none"><li>◆ <math>A\varepsilon = 33\varepsilon = 33,000</math></li><li>◆ <math>B\varepsilon = 38\varepsilon = 38,000</math></li><li>◆ <math>C\varepsilon = 42\varepsilon = 42,000</math></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>◆ <math>A\varepsilon = 33\varepsilon = 26,862</math></li><li>◆ <math>B\varepsilon = 38\varepsilon = 30,932</math></li><li>◆ <math>C\varepsilon = 42\varepsilon = 34,188</math></li></ul>
$\lambda_w = 52,449 > C\varepsilon \rightarrow \text{IV klasa}$	$\lambda_w = 52,449 > C\varepsilon \rightarrow \text{IV klasa}$

Jak zmieniłyby się wyniki, gdyby  $\lambda_w = 35,0$ ?

Rys: Autor

Środek, czyste zginanie

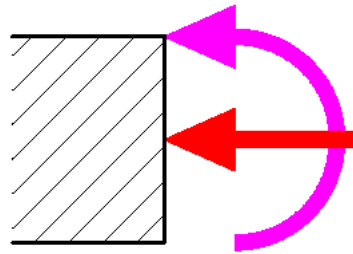


Proc. 2

$f_y = 235 \text{ MPa}$	$f_y = 355 \text{ MPa}$
◆ $A\varepsilon = 72\varepsilon = 72,000$	◆ $A\varepsilon = 72\varepsilon = 58,608$
◆ $B\varepsilon = 83\varepsilon = 83,000$	◆ $B\varepsilon = 83\varepsilon = 67,562$
◆ $C\varepsilon = 124\varepsilon = 124,000$	◆ $C\varepsilon = 124\varepsilon = 100,936$
$\lambda_w = 52,449 < A\varepsilon \rightarrow \text{I klasa}$	$\lambda_w = 52,449 < A\varepsilon \rightarrow \text{I klasa}$

Jak zmieniłyby się wyniki, gdyby  $\lambda_w = 70,0$ ?

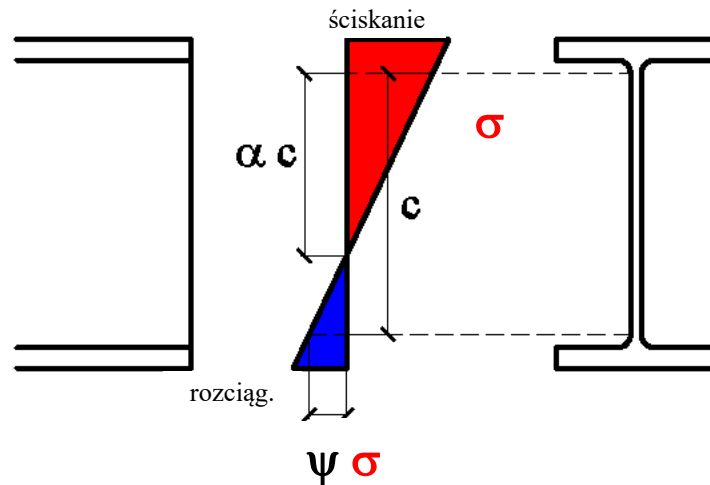
Środek, interakcja momentu zginającego i ściskania



Ściskanie z momentem  $\rightarrow \alpha \geq 0,5$

- ◆  $A\varepsilon = 396 \varepsilon / (13 \alpha - 1)$
- ◆  $B\varepsilon = 456 \varepsilon / (13 \alpha - 1)$
- ◆  $C\varepsilon = 42 \varepsilon / (0,66 + 0,33 \Psi)$

Proc. 3a



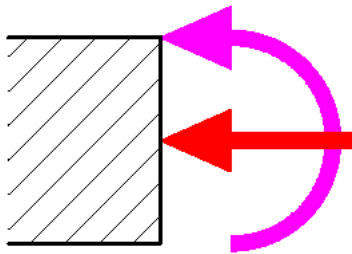
Rys: Autor

Def:

$$\Psi = \sigma / \sigma$$

$$\Psi (\text{tens.}) < 0$$

$$\Psi (\text{comp.}) > 0$$



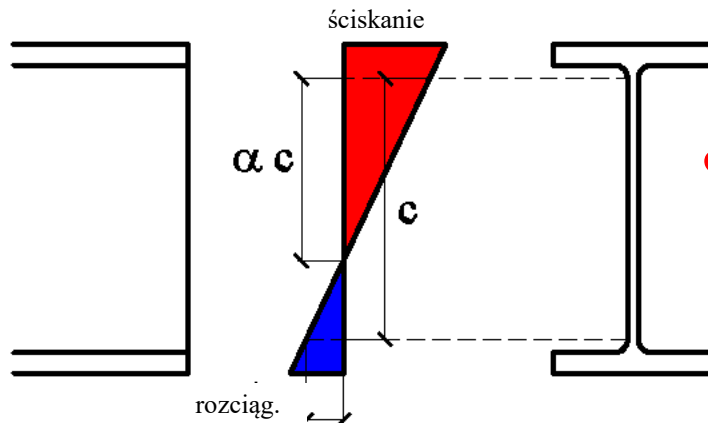
$$S235 \rightarrow f_y = 235 \text{ MPa} \rightarrow \varepsilon = 1,000$$

$$N_{Ed} = 164,829 \text{ kN} \rightarrow \sigma_{max} = 0,1 f_y$$

$$M_{Ed} = 221,441 \text{ kNm} \rightarrow \sigma_{max} = 0,3 f_y$$

Rys: Autor

$$\sigma_{max} = 0,400 f_y$$



$$\sigma = 0,358 f_y$$

$$c = 514 \text{ mm}$$

$$\alpha c = 357 \text{ mm} \rightarrow \alpha = 0,694$$

$$\sigma_{max} = -0,200 f_y$$

$$\psi \sigma = -0,158 f_y \rightarrow \psi = -0,441$$

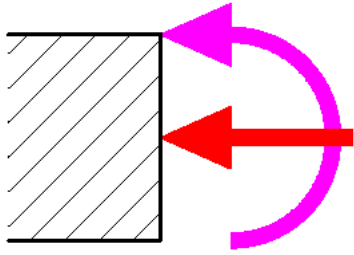
Rys: Autor

- ◆  $A\varepsilon = 396 \varepsilon / (13 \alpha - 1) = 49,364$
- ◆  $B\varepsilon = 456 \varepsilon / (13 \alpha - 1) = 56,843$
- ◆  $C\varepsilon = 42 \varepsilon / (0,66 + 0,33 \Psi) = 81,637$

$$\lambda_w = 52,449$$

$$A\varepsilon < \lambda_w < B\varepsilon$$

II klasa przekroju



Moment zginający i siła osiowa  $\rightarrow \alpha \geq 0,5$

$$N_{Ed} \neq 0 \quad M_{Ed} \rightarrow 0$$

$$\Psi \rightarrow 1,0 \quad \alpha \rightarrow 1,0$$

$$A\varepsilon \rightarrow 33 \varepsilon$$

$$B\varepsilon \rightarrow 38 \varepsilon$$

$$C\varepsilon \rightarrow 42 \varepsilon$$

Granice te same jak dla czystego ściskania

$$N_{Ed} \rightarrow 0 \quad M_{Ed} \neq 0$$

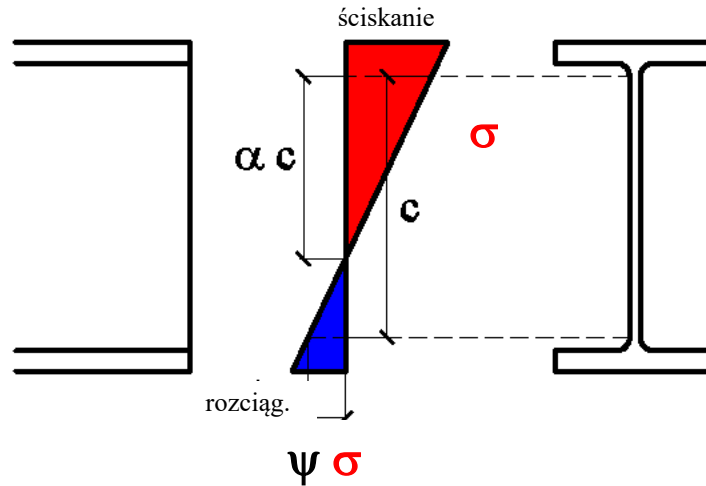
$$\Psi \rightarrow -1,0 \quad \alpha \rightarrow 0,5$$

$$A\varepsilon \rightarrow 72 \varepsilon$$

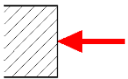
$$B\varepsilon \rightarrow 82,9 \varepsilon \approx 83 \varepsilon$$

$$C\varepsilon \rightarrow 127,3 \varepsilon \approx 124 \varepsilon$$

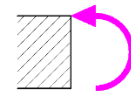
Granice niemal te same jak dla czystego zginania



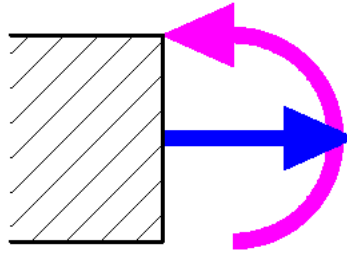
Rys: Autor



Rys: Autor



Środek, rozciąganie z momentem zginającym

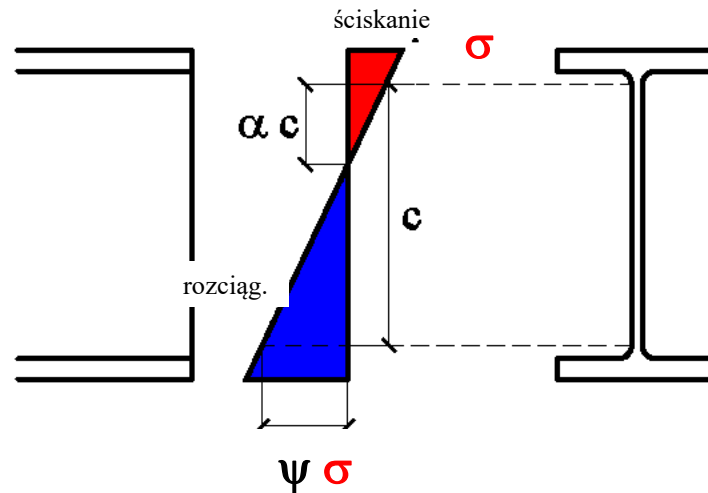


Rozciąganie z momentem  $\rightarrow$   
 $\alpha \leq 0,5$

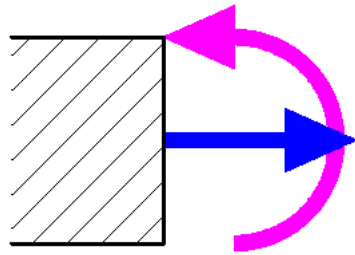
- ◆  $A\varepsilon = 36 \varepsilon / \alpha$
- ◆  $B\varepsilon = 41,5 \varepsilon / \alpha$
- ◆  $C\varepsilon = 62 \varepsilon (1 - \Psi) \sqrt{-\Psi}$

Proc. 3b

Rys: Autor



Def:  
 $\Psi = \sigma / \sigma$   
 $\Psi$  (tens.)  $< 0$   
 $\Psi$  (comp.)  $> 0$



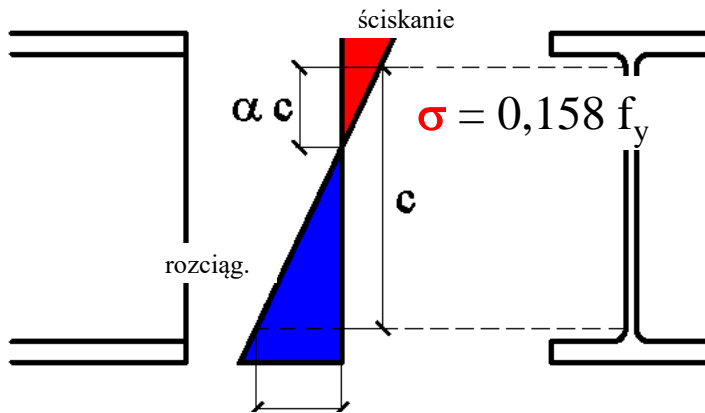
$$S235 \rightarrow f_y = 235 \text{ MPa} \rightarrow \varepsilon = 1,000$$

$$N_{Ed} = 164,829 \text{ kN} \rightarrow \sigma_{max} = 0,1 f_y$$

$$M_{Ed} = 221,441 \text{ kNm} \rightarrow \sigma_{max} = 0,3 f_y$$

Rys: Autor

$$\sigma_{max} = 0,200 f_y$$



$$c = 514 \text{ mm}$$

$$\alpha c = 157 \text{ mm} \rightarrow \alpha = 0,306$$

$$\sigma_{max} = -0,400 f_y$$

$$\psi \sigma = -0,358 f_y \rightarrow \psi = -2,266$$

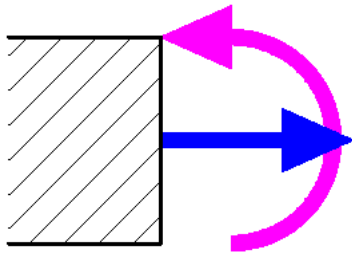
Rys: Autor

- ◆  $A\varepsilon = 36 \varepsilon / \alpha = 117,647$
- ◆  $B\varepsilon = 41,5 \varepsilon / \alpha = 135,621$
- ◆  $C\varepsilon = 62 \varepsilon (1 - \Psi) \sqrt{(-\Psi)} = 306,816$

$$\lambda_w = 52,449$$

$$\lambda_w < A\varepsilon$$

I klasa przekroju



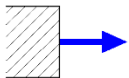
Moment zginający i siła osiowa  $\rightarrow \alpha \leq 0,5$

$$N_{Ed} \neq 0 \quad M_{Ed} \rightarrow 0$$

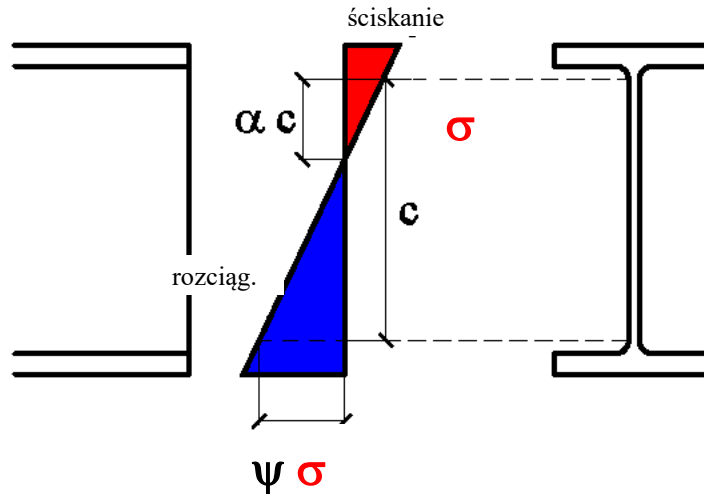
$$\Psi \rightarrow 1,0 \quad \alpha \rightarrow 0$$

$$A\varepsilon \rightarrow \infty$$

Sytuacja taka sama,  
jak dla czystego  
rozciągania



Rys: Autor



Rys: Autor

$$N_{Ed} \rightarrow 0 \quad M_{Ed} \neq 0$$

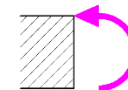
$$\Psi \rightarrow -1,0 \quad \alpha \rightarrow 0,5$$

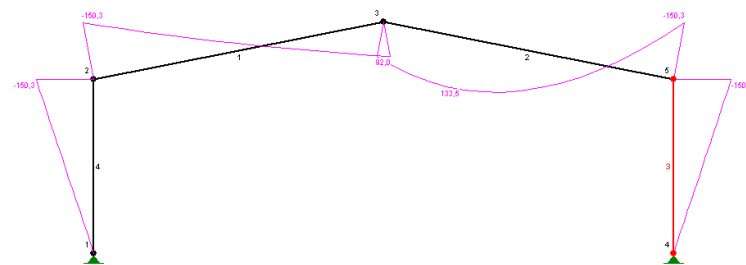
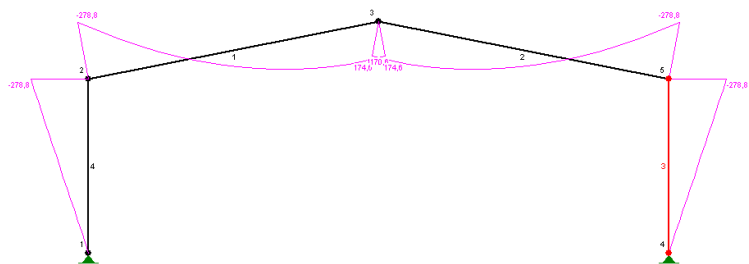
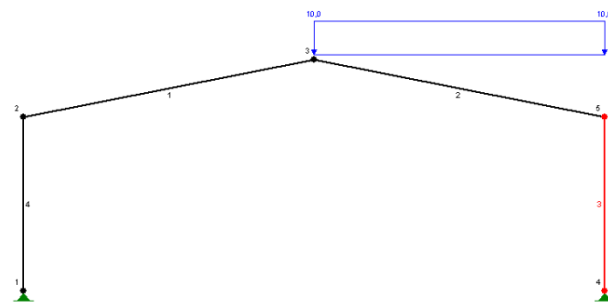
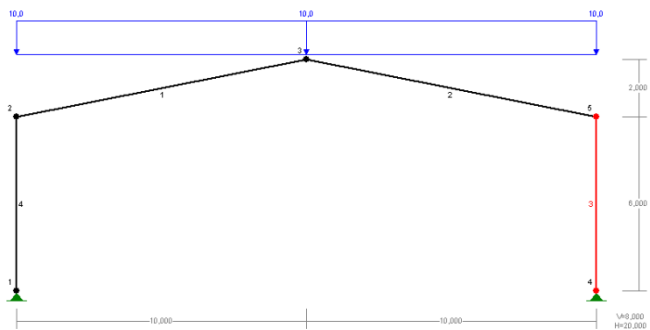
$$A\varepsilon \rightarrow 72 \varepsilon$$

$$B\varepsilon \rightarrow 83 \varepsilon$$

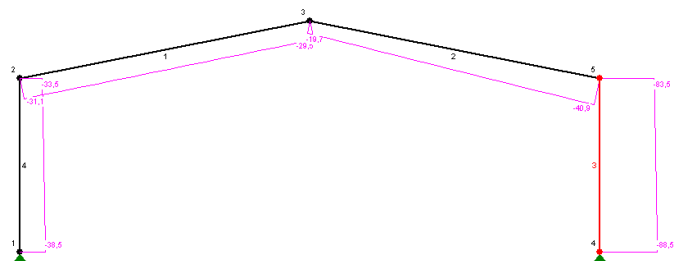
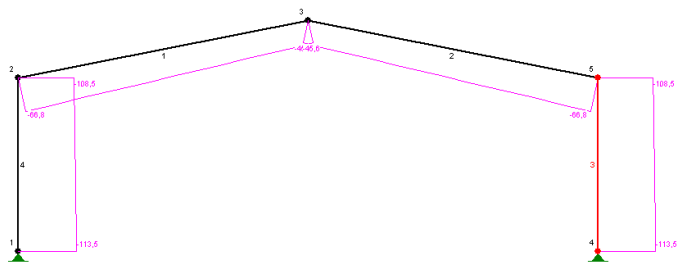
$$C\varepsilon \rightarrow 124 \varepsilon$$

Granice te same, jak  
dla czystego zginania

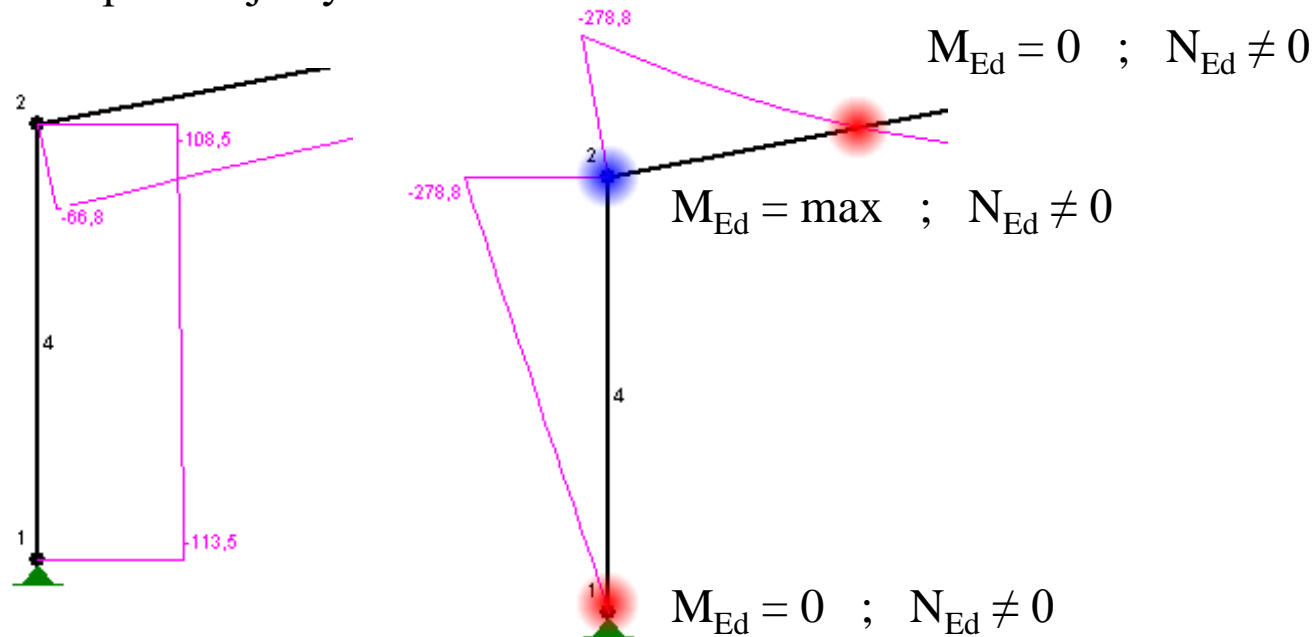




Rys: Autor



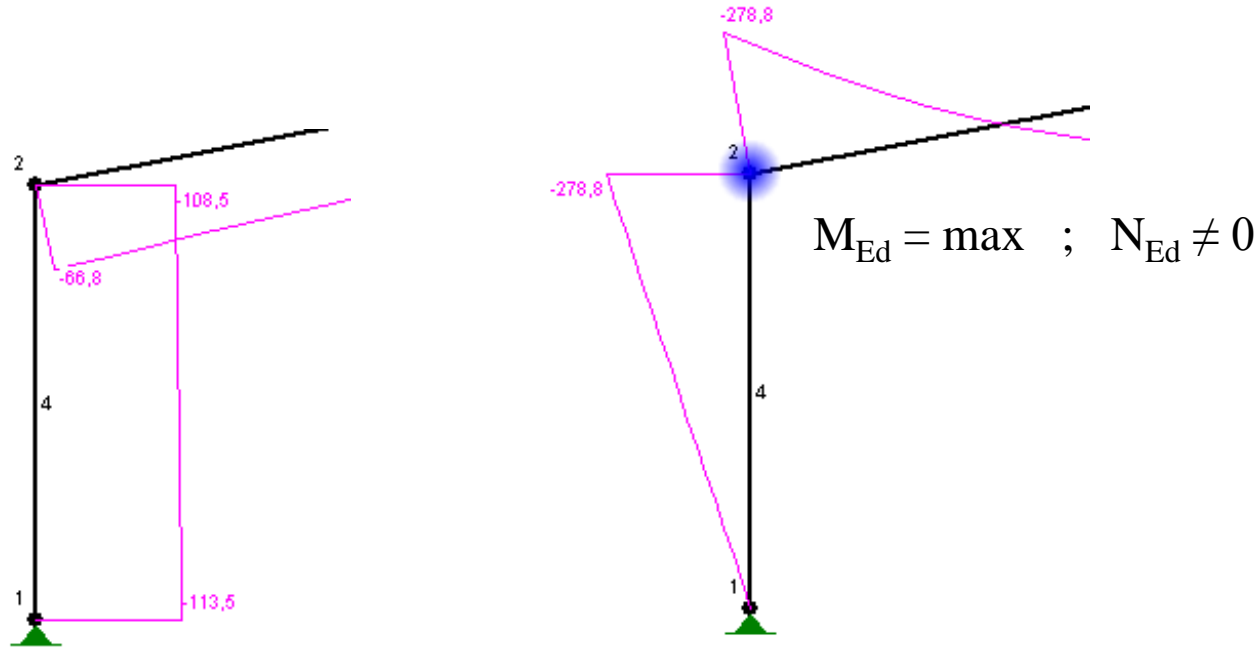
Wniosek z przykładów #t / 45 - 56: klasa przekroju bardzo silnie zależy od proporcji między  $M_{Ed}$  i  $N_{Ed}$ . Rzecz w tym, że dla konkretnej ramy proporcja ta zmienia się w zależności od analizowanej kombinacji obciążeń i punktu, w którym sprawdza się wartości sił przekrojowych.



Rys: Autor

Może się więc okazać, że dla  $M_{Ed} = 0$   $N_{Ed} \neq 0$ , przekrój będzie III lub IV klasy. Jednocześnie zaś, dla  $M_{Ed} = \max$   $N_{Ed} \neq 0$ , będzie to klasa I lub II. Teoretycznie zatem należałoby wzdłuż elementu zmieniać klasę i sposób obliczania nośności przekroju.

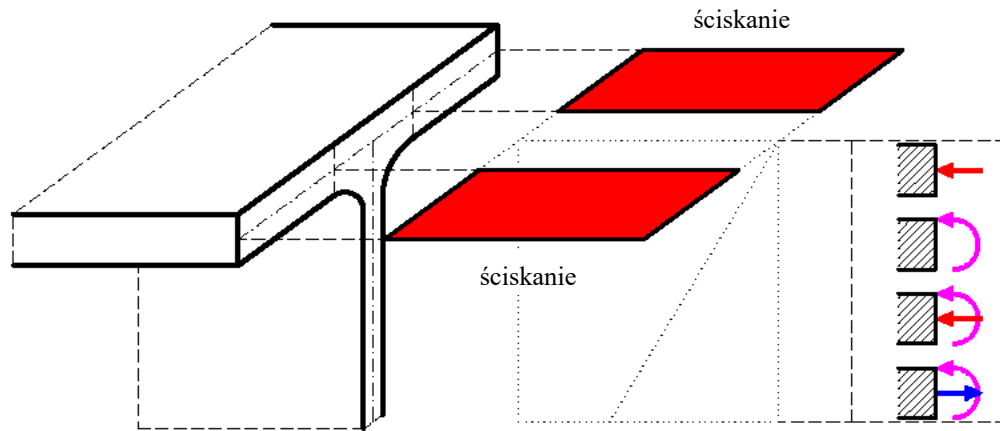
Przyjmuje się, że klasę przekroju liczymy dla całego pręta raz, w punkcie najbardziej obciążonym (w tym przypadku  $M_{Ed} = \max$ ) dla każdej z kombinacji. Klasę traktujemy jako stałą po długości elementu.



Rys: Autor

# Półka, równomierne ściskanie

Rys: Autor



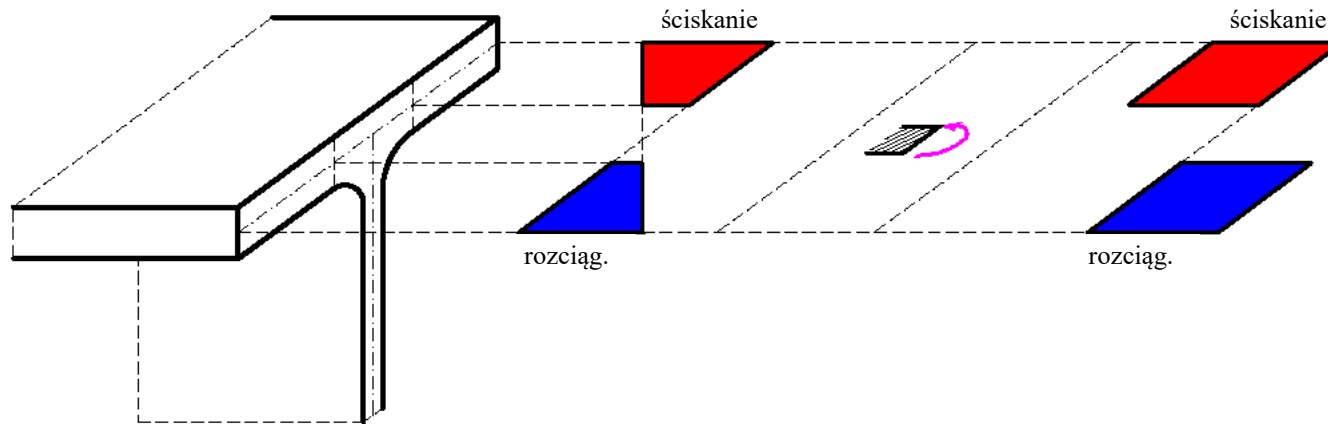
Proc. 4

$f_y = 235 \text{ MPa}$	$f_y = 355 \text{ MPa}$
♦ $A\varepsilon = 9\varepsilon = 9,000$	♦ $A\varepsilon = 9\varepsilon = 7,326$
♦ $B\varepsilon = 10\varepsilon = 10,000$	♦ $B\varepsilon = 10\varepsilon = 8,140$
♦ $C\varepsilon = 14\varepsilon = 14,000$	♦ $C\varepsilon = 14\varepsilon = 11,396$
$\lambda_f = 4,634 < A\varepsilon \rightarrow$ I klasa	$\lambda_f = 4,634 < A\varepsilon \rightarrow$ I klasa

Półka,  $M_z \neq 0$

Rys: Autor

Proc. 4



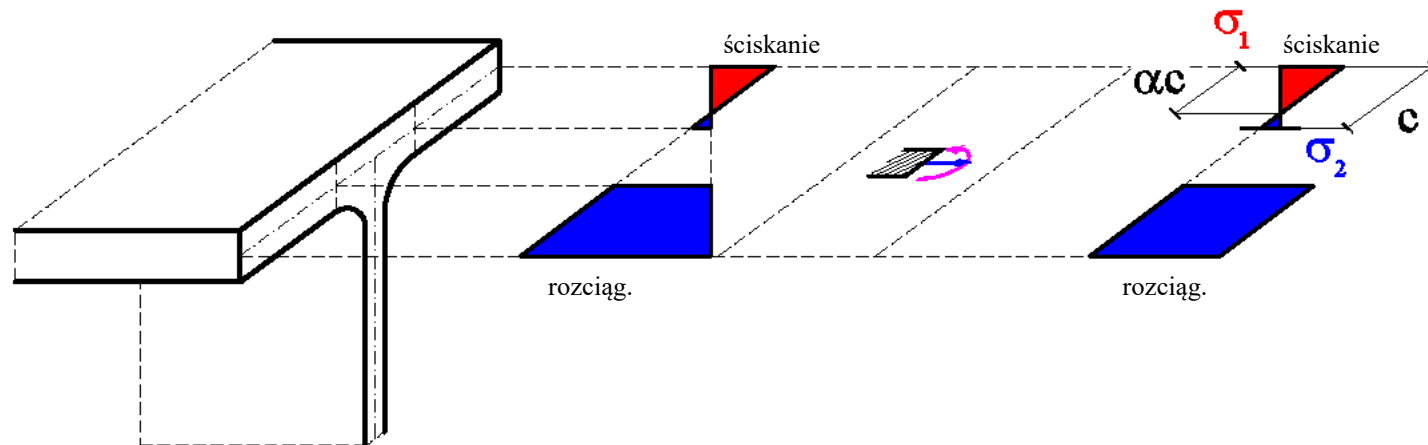
Dla półki rozciąganej nie definiujemy klasy.

Półę w całości ściskaną nierównomiernie traktujemy jak półkę ściskaną równomiernie.

## Półka, $M_z \neq 0$ i siła osiowa rozciągająca

Rys: Autor

Proc. 5



$$\diamond A\varepsilon = 9 \varepsilon / \alpha$$

$$\diamond B\varepsilon = 10 \varepsilon / \alpha$$

$$\diamond C\varepsilon = 21 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}$$

$$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1 < 0$$

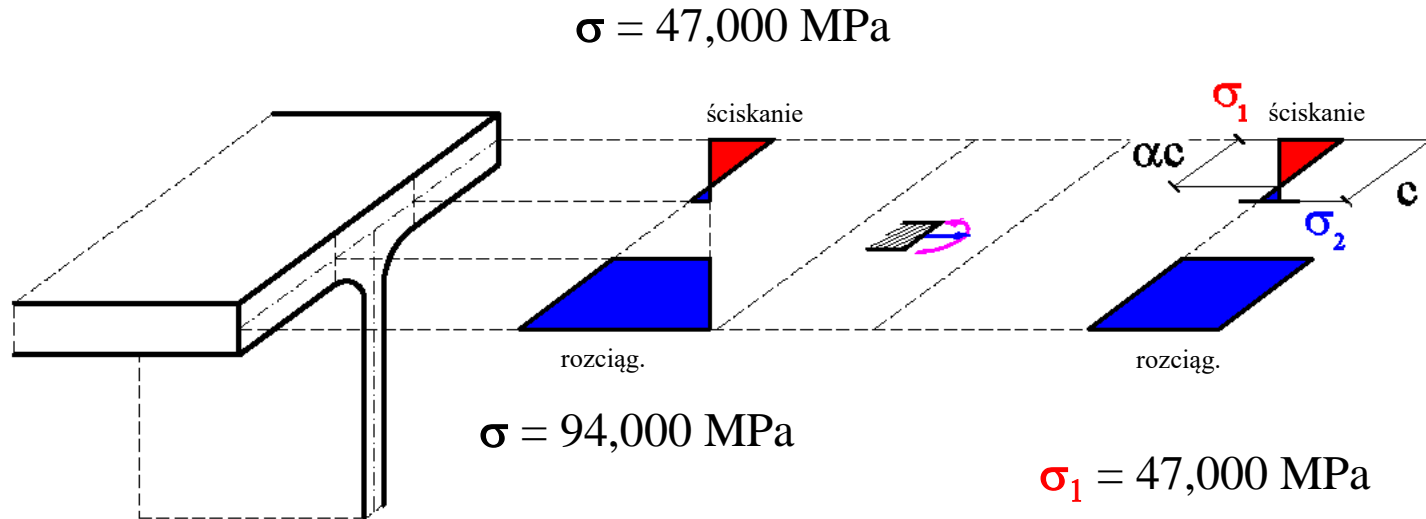
$$0 > \Psi > -1 \rightarrow k_\sigma = 0,57 - 0,28 \Psi$$

$$\Psi < -1 \rightarrow k_\sigma = 0,57 - 0,21 \Psi + 0,07 \Psi^2$$

$$S235 \rightarrow f_y = 235 \text{ MPa} \rightarrow \varepsilon = 1,000$$

$$N_{Ed} = 164,829 \text{ kN} \rightarrow \sigma_{max} = 0,1 f_y$$

$$M_{Ed} = 94,475 \text{ kNm} \rightarrow \sigma_{max} = 0,3 f_y$$



Rys: Autor

$$\sigma_1 = 47,000 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 4,978 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 0,984$$

$$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1 = -0,106$$

- ◆  $A\varepsilon = 9 \varepsilon / \alpha = 9,146$
  - ◆  $B\varepsilon = 10 \varepsilon / \alpha = 10,163$
- $k_{\sigma} = 0,57 - 0,28 \Psi = 0,600$
- ◆  $C\varepsilon = 21 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma}} = 16,267$

$$\lambda_f = 4,634$$

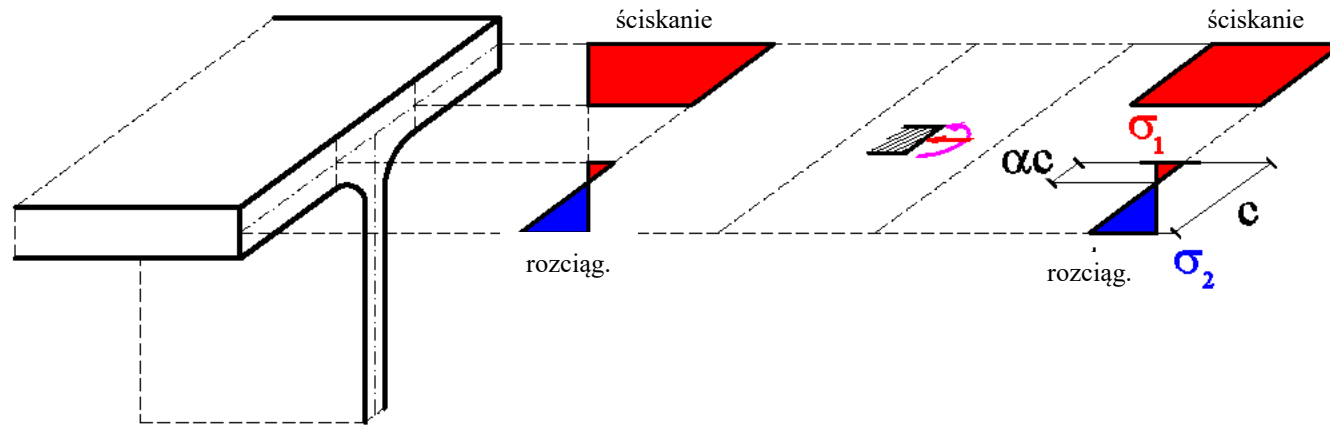
$$\lambda_w < A\varepsilon$$

I klasa przekroju

# Półka, $M_z \neq 0$ i siłą osiowa ściskająca

Rys: Autor

Proc. 6



- ◆  $A\varepsilon = 9 \varepsilon / (\alpha \sqrt{\alpha})$
- ◆  $B\varepsilon = 10 \varepsilon / (\alpha \sqrt{\alpha})$
- ◆  $C\varepsilon = 21 \varepsilon \sqrt{k_\sigma}$

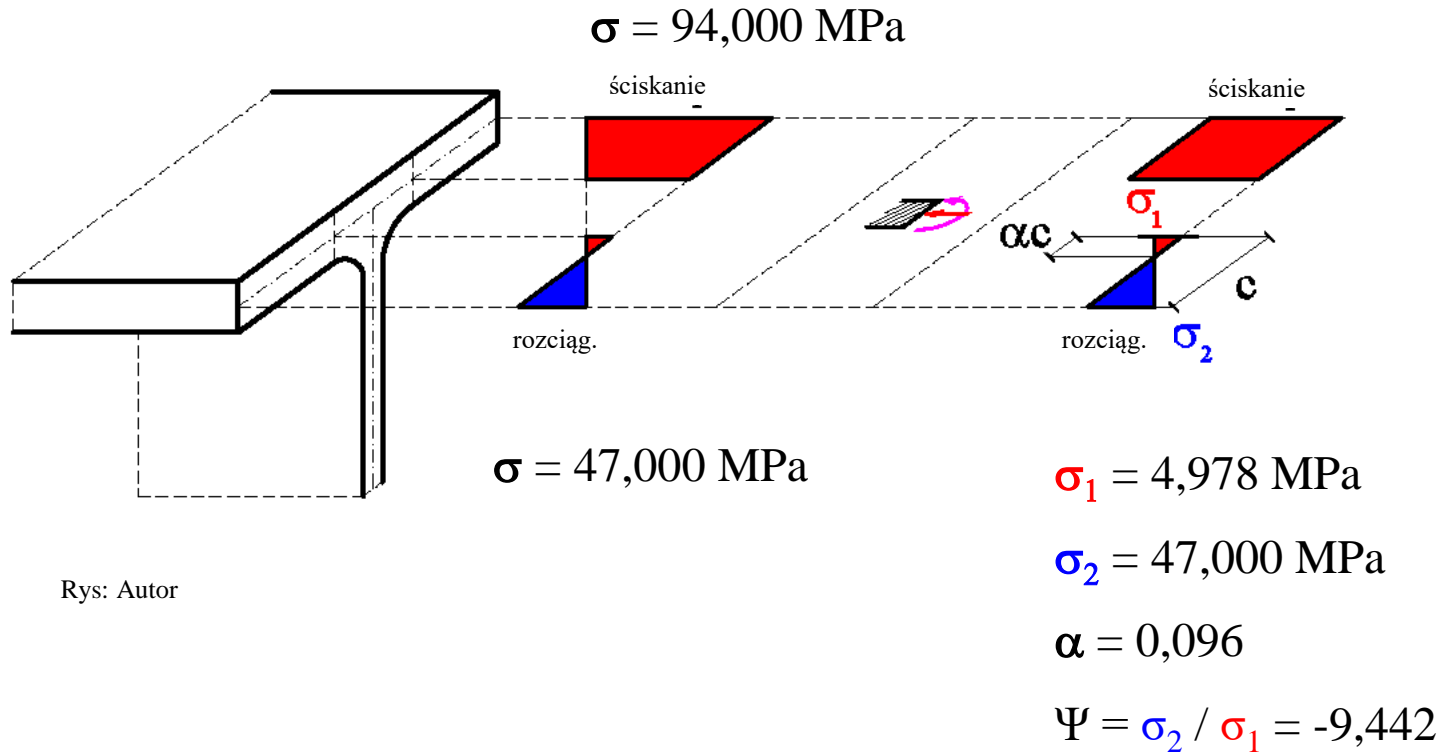
$$\Psi = \sigma_2 / \sigma_1 < 0$$

$$k_\sigma = 1,7 - 5 \Psi + 17,1 \Psi^2$$

$$S235 \rightarrow f_y = 235 \text{ MPa} \rightarrow \varepsilon = 1,000$$

$$N_{Ed} = 164,829 \text{ kN} \rightarrow \sigma_{max} = 0,1 f_y$$

$$M_{Ed} = 94,475 \text{ kNm} \rightarrow \sigma_{max} = 0,3 f_y$$



Rys: Autor

$$\diamond A\varepsilon = 9 \varepsilon / (\alpha \sqrt{\alpha}) = 302,577$$

$$\diamond B\varepsilon = 10 \varepsilon / (\alpha \sqrt{\alpha}) = 336,196$$

$$k_{\sigma} = 1,7 - 5 \Psi + 17,1 \Psi^2 = 1573,398$$

$$\diamond C\varepsilon = 21 \varepsilon \sqrt{k_{\sigma}} = 832,988$$

$$\lambda_f = 4,634$$

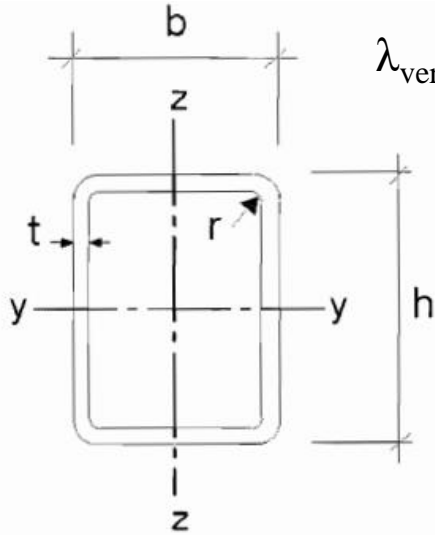
$$\lambda_w < A\varepsilon$$

I klasa przekroju

RHS

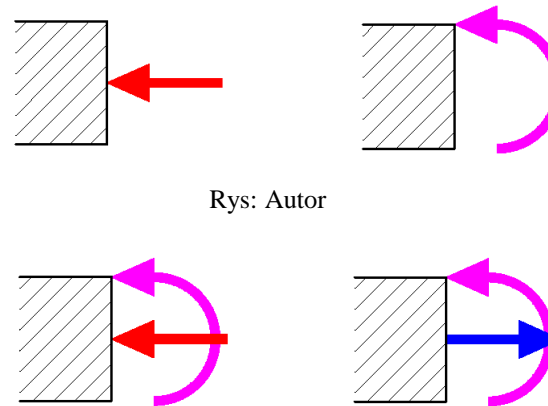
$$\lambda_{\text{horizontal}} = (b - 2t - 2r) / t$$

$$\lambda_{\text{vertical}} = (h - 2t - 2r) / t$$

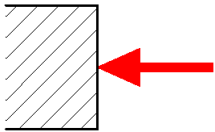


Rys: EN 1993-1-1 fig. 1.1

Obliczenia tak samo jak dla środnika ( $\rightarrow$  #t / 46-56) przy różnym rozkładzie naprężeń

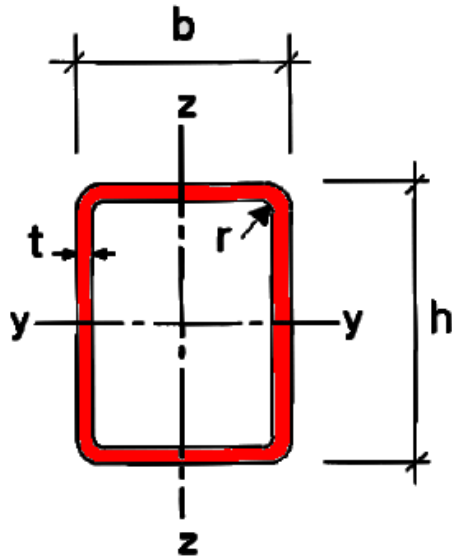


Rys: Autor

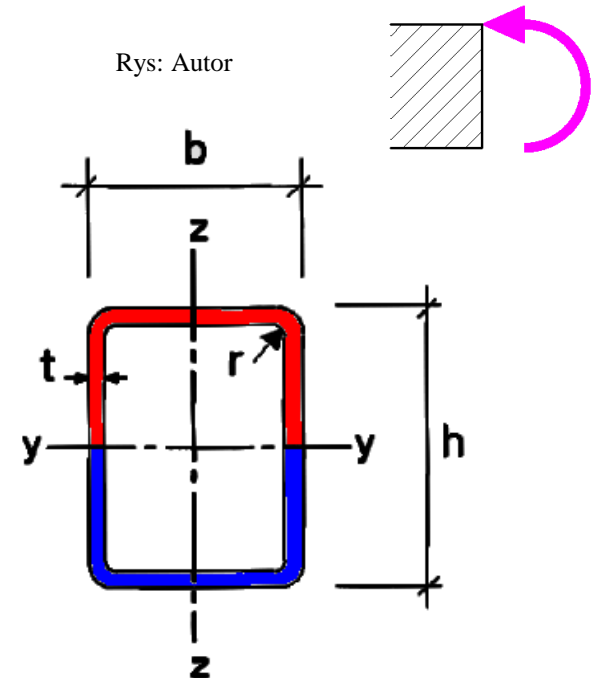


Ściskanie osiowe: dla ścianek poziomych i pionowych tak samo  $\rightarrow \#t / 47$

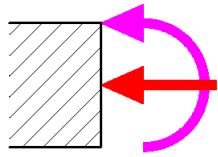
Rys: Autor



Rys: Autor

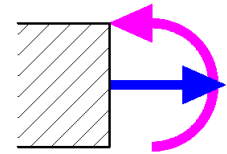
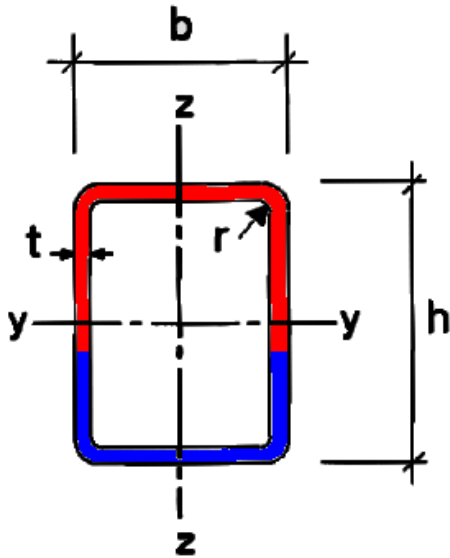


Zginanie: ścianki pionowe w połowie ściskane w połowie rozciągane  $\rightarrow \#t / 48$ , ścianki poziome  $\rightarrow \#t / 47$

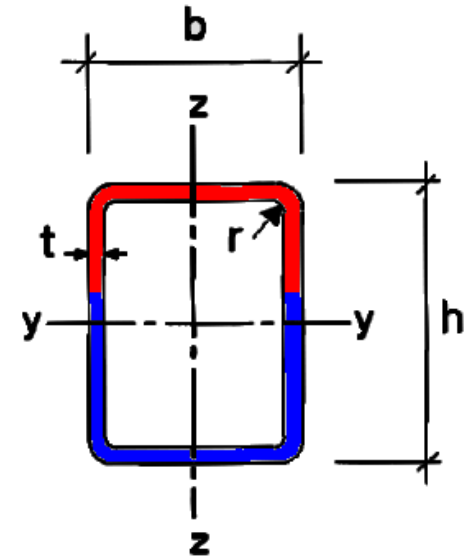


Więcej niż połowa ściskana, ścianka pozioma → #t / 47, ścianka pionowa → #t / 49-52

Rys: Autor



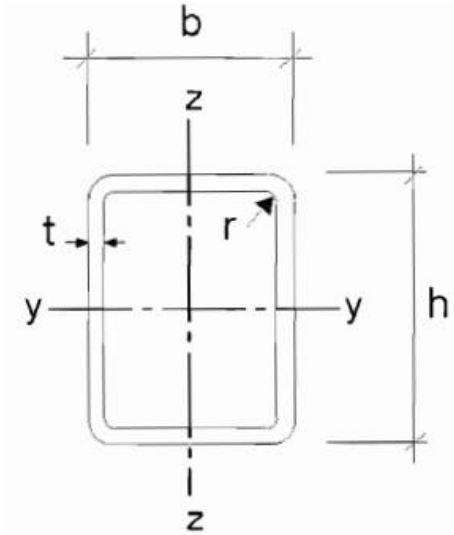
Rys: Autor



Mniej niż połowa ścislana, ścianka pozioma → #t / 47, ścianka pionowa → #t / 53-56

RHS 100x50x3 (r = 4,5)

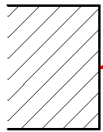
Rys: EN 1993-1-1 fig. 1.1



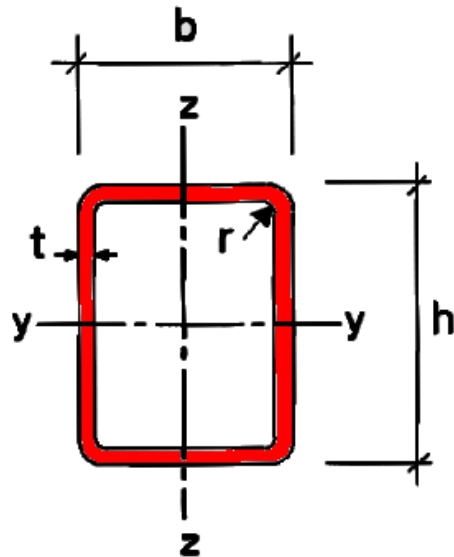
$$\lambda_{\text{horizontal}} = (b - 2t - 2r) / t = (50 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4,5) / 3 = 35 / 3 = 11,667$$

$$\lambda_{\text{vertical}} = (h - 2t - 2r) / t = (100 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4,5) / 3 = 85 / 3 = 28,333$$

S 355  $\rightarrow \varepsilon = 0,814$

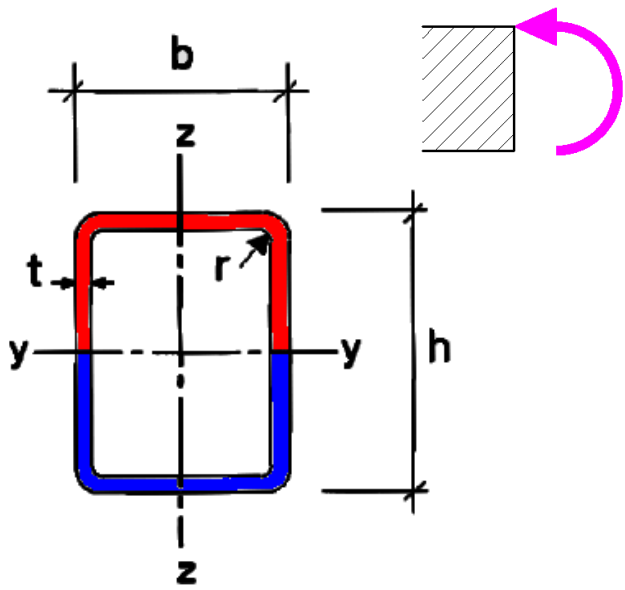


Całość ściskana → #t / 47



Rys: Autor

$f_y = 355 \text{ MPa}$
◆ $A\varepsilon = 33\varepsilon = 26,862$
◆ $B\varepsilon = 38\varepsilon = 30,932$
◆ $C\varepsilon = 42\varepsilon = 34,188$
$\lambda_{\text{horizontal}} = 11,667 < A\varepsilon \rightarrow \text{I klasa}$
$A\varepsilon < \lambda_{\text{vertical}} = 28,333 < B\varepsilon \rightarrow \text{II klasa}$



Rys: Autor

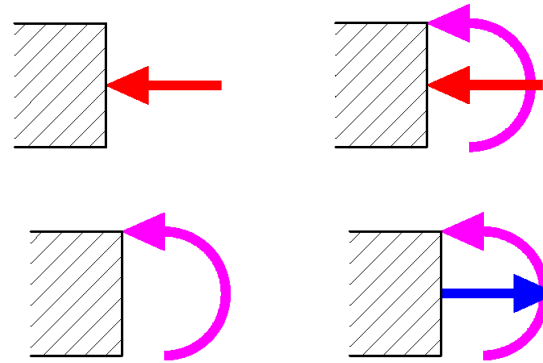
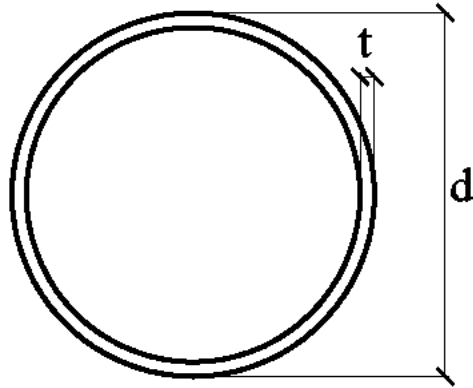
Połowa ściskana, ścianka pozioma  $\rightarrow \#t / 47$ , ścianka pionowa  $\rightarrow \#t / 48$

$f_y = 355 \text{ MPa}$
♦ $A\varepsilon = 33\varepsilon = 26,862$
♦ $B\varepsilon = 38\varepsilon = 30,932$
♦ $C\varepsilon = 42\varepsilon = 34,188$
$\lambda_{\text{horizontal}} = 11,667 < A\varepsilon \rightarrow \text{I klasa}$

$f_y = 355 \text{ MPa}$
♦ $A\varepsilon = 72\varepsilon = 58,608$
♦ $B\varepsilon = 83\varepsilon = 67,562$
♦ $C\varepsilon = 124\varepsilon = 100,936$
$\lambda_{\text{vertical}} = 28,333 < A\varepsilon \rightarrow \text{I klasa}$

## CHS – dowolny rodzaj obciążenia

Proc. 7



Rys: Autor

$$\lambda = d / t$$

- ◆  $A\varepsilon = 50 \varepsilon^2$
- ◆  $B\varepsilon = 70 \varepsilon^2$
- ◆  $C\varepsilon = 90 \varepsilon^2$

CHS; S 355  $\rightarrow \varepsilon = 0,814$

◆  $A\varepsilon = 50 \varepsilon^2 = 33,099$

◆  $B\varepsilon = 70 \varepsilon^2 = 46,338$

◆  $C\varepsilon = 90 \varepsilon^2 = 59,577$

$\phi 101,6 / 8,8 \rightarrow d = 101,6 \text{ mm} ; t = 8,8 \text{ mm}$

$d / t = 11,545 < 33,099 \rightarrow$  I klasa przekroju

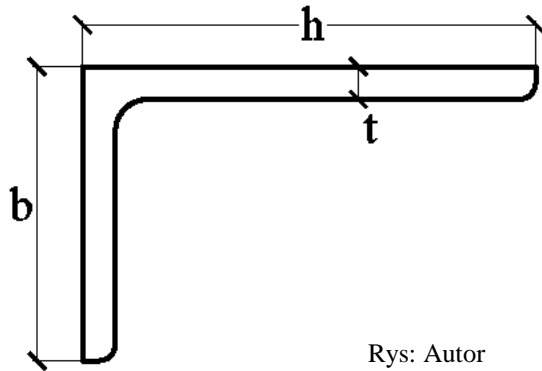
$\phi 244,5 / 7,1 \rightarrow d = 244,5 \text{ mm} ; t = 7,1 \text{ mm}$

$d / t = 34,437 > 33,099 \rightarrow$  II klasa przekroju

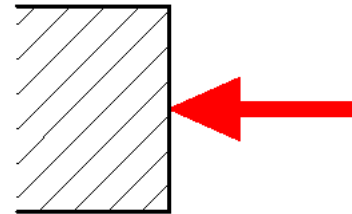
$\phi 508,0 / 11,00 \rightarrow d = 508 \text{ mm} ; t = 11 \text{ mm}$

$d / t = 46,182 > 33,099 \rightarrow$  II klasa przekroju

## Kątownik, czyste ściskanie



Rys: Autor



Proc. 8

$$h \geq b$$

$$\lambda = h / t$$

$$C_{\varepsilon} = 15\varepsilon$$

$$h \geq b$$

$$\lambda = (h+b) / 2t$$

$$C_{\varepsilon} = 11,5\varepsilon$$

Jeśli dla obu warunków  $\lambda > C \varepsilon \rightarrow$  IV klasa

Kątownik; S 235  $\rightarrow \varepsilon = 1,000$

100x100x10  $\rightarrow h = b = 100 \text{ mm}; t = 10 \text{ mm}$

$h / t = \underline{10,0} < 15\varepsilon$  ;  $(h + b) / (2t) = \underline{10,0} < 11,5\varepsilon$

Oba warunki spełnione  $\rightarrow$  nie jest to IV klasa przekroju

150x150x12  $\rightarrow h = b = 150 \text{ mm}; t = 12 \text{ mm}$

$h / t = \underline{12,5} < 15\varepsilon$  ;  $(h + b) / (2t) = \underline{12,5} > 11,5\varepsilon$

I spełniony, II niespełniony  $\rightarrow$  nie jest to IV klasa przekroju

200x100x10  $\rightarrow h = 200 \text{ mm}; b = 100 \text{ mm}; t = 10 \text{ mm}$

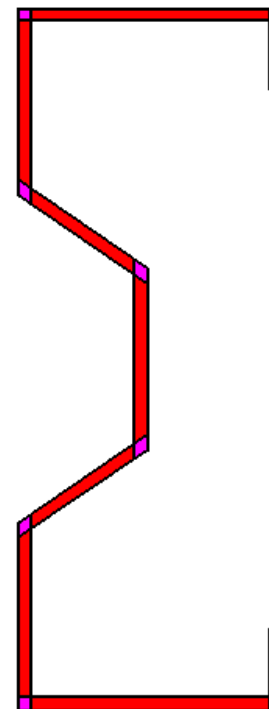
$h / t = \underline{20,0} > 15\varepsilon$  ;  $(h + b) / (2t) = \underline{15,0} > 11,5\varepsilon$

Oba niespełnione  $\rightarrow$  IV klasa przekroju

Przekrój sigma, zimnogięty, liczony według EN 1993-1-3.



Rys: guardrailbarrier.net

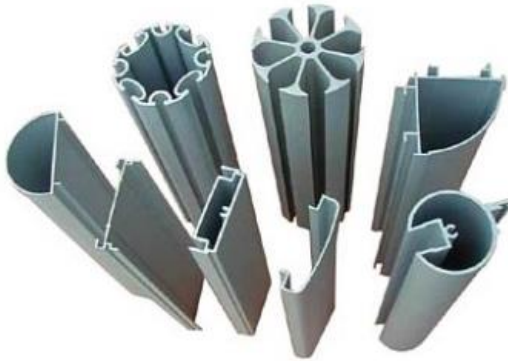


Rys: Autor

Gdybyśmy chcieli go w uproszczeniu policzyć według 1993-1-1, musimy pamiętać, że składa się on głównie ze środników.

# Przykłady obliczeniowe - aluminium

EN 1999-1-1, 6.1.4



Rys: aluminum-profiles.com



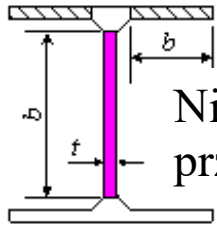
Rys: ecvv.com



Rys: isel.com

Płaska ścianka wspornikowa		Płaska ścianka przeszłowa		Zakrzywiona ścianka przeszłowa	Rura okrągła
symetryczna	niesymetryczna		nieuźbrowana		
		nieuźbrowana	uźbrowana		

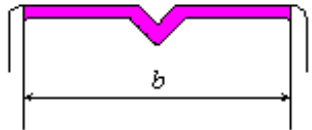
Rys: EN 1991-1-1 fig. 6.1



Nieźebrowana płaska  
przęsłowa

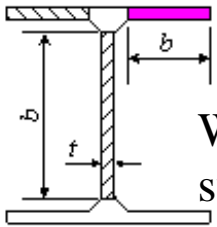


Płaska przeszłowa źebrowana  
standardowo (grubość źebierka  
taka sama jak grubość środnika)

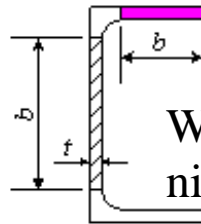


Płaska przeszłowa  
źebrowana  
niestandardowo

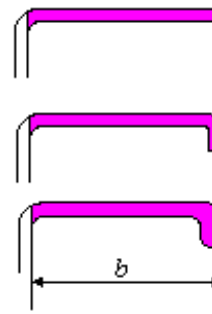
Rys: EN 1991-1-1 fig. 6.1



Wspornikowa  
symetryczna



Wspornikowa  
niesymetryczna



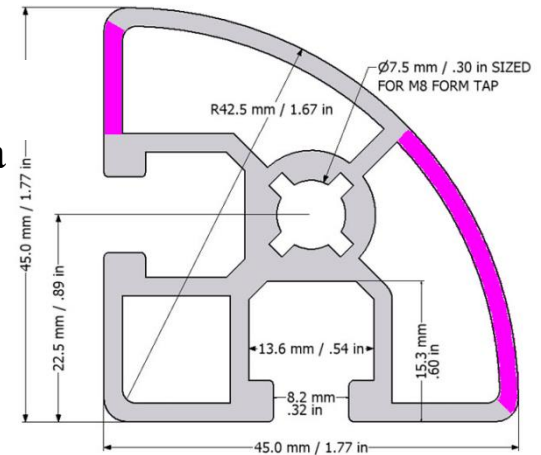
Nieźebrowana

Uźebrowana  
standardowo

Uźebrowana  
niestandardowo

Rys: EN 1991-1-1 fig. 6.1

Płaska  
przęsłowa



Przęsłowa zaokrąglona

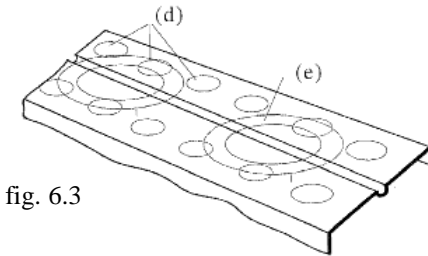
Rys: minitecframing.com

W dodatku ważna jest forma utraty stateczności lokalnej

I typ: ścianki wraz z uźebrowaniem



Płaska uźebrowana (prześlowa i wspornikowa): 3 formy utraty stateczności



Rys: EN 1999-1-1 fig. 6.3

III typ: złoźenie I + II



II typ: ścianki pomiędzy uźebrowaniem

Kilkanaście różnych sposobów ustalenia smukłości

## EN 1999-1-1 tab 6.2

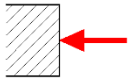
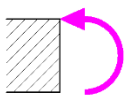
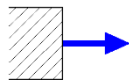
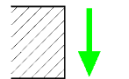
**Tablica 6.2 – Wartości graniczne  $\beta_1/\varepsilon, \beta_2/\varepsilon$  i  $\beta_3/\varepsilon$**

Klasa materiału wg Tablicy 3.2 i rodzaj ścianki	Ścianki przęsłowe			Ścianki wspornikowe		
	$\beta_1/\varepsilon$	$\beta_2/\varepsilon$	$\beta_3/\varepsilon$	$\beta_1/\varepsilon$	$\beta_2/\varepsilon$	$\beta_3/\varepsilon$
Klasa A, ścianka bez spoin	11	16	22	3	4,5	6
Klasa A, ścianka ze spoinami	9	13	18	2,5	4	5
Klasa B, ścianka bez spoin	13	16,5	18	3,5	4,5	5
Klasa B, ścianka ze spoinami	10	13,5	15	3	3,5	4

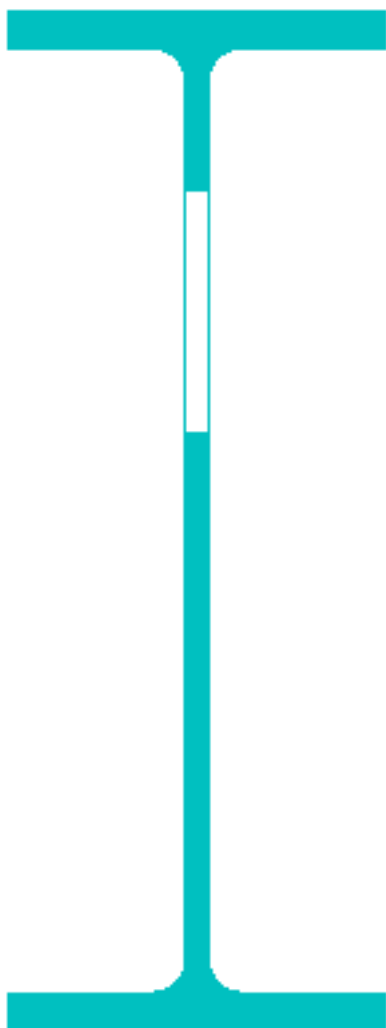
$\varepsilon = \sqrt{250/f_0}$ , przy czym  $f_0$  w N/mm<sup>2</sup>

## Obliczanie nośności

Stal - różne wzory dla różnych klas przekroju

Obciążenie	I klasa	II klasa	III klasa	IV klasa
	$N_{Ed} / N_{c,Rd (1-3)} \leq 1,0$			$N_{Ed} / N_{c,Rd (4)} \leq 1,0$
	$M_{Ed (1)} / M_{Rd (1-2)} \leq 1,0$	$M_{Ed} / M_{Rd (1-2)} \leq 1,0$	$M_{Ed} / M_{Rd (3)} \leq 1,0$	$M_{Ed} / M_{Rd (4)} \leq 1,0$
	$N_{Ed} / N_{t,Rd} \leq 1,0$			
	$V_{Ed} / V_{Rd (1-3)} \leq 1,0$			$V_{Ed} / V_{Rd (4)} \leq 1,0$

Rys: Autor



IV klasa przekroju - liczenie przekroju efektywnego:

Przykład - wykład #13

Rys: Autor

### III klasa przekroju:

Nośność na zginanie odwołuje się do sprężystego wskaźnika wytrzymałości

$$W_{el, y}$$

Notations pages 104-108 / Bezeichnungen Seiten 104-108

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statis								
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y						axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse		
	G kg/m	$I_y$ cm <sup>4</sup>	$W_{el,y}$ cm <sup>3</sup>	$W_{pl,y} \uparrow$ cm <sup>3</sup>	$i_y$ cm	$A_{vz}$ cm <sup>2</sup>	$I_z$ cm <sup>4</sup>	$W_{el,z}$ cm <sup>3</sup>	$W_{pl,z}$ cm <sup>3</sup>
IPE A 100	6.9	141.2	28.81	32.98	4.01	4.44	13.12	4.77	7.
IPE 100	8.1	171.0	34.20	39.41	4.07	5.08	15.92	5.79	9.
IPE A 120	8.7	257.4	43.77	49.87	4.83	5.41	22.39	7.00	10.
IPE 120	10.4	317.8	52.96	60.73	4.90	6.31	27.67	8.65	13.

Rys: europrofil.lu

## I i II klasa przekroju

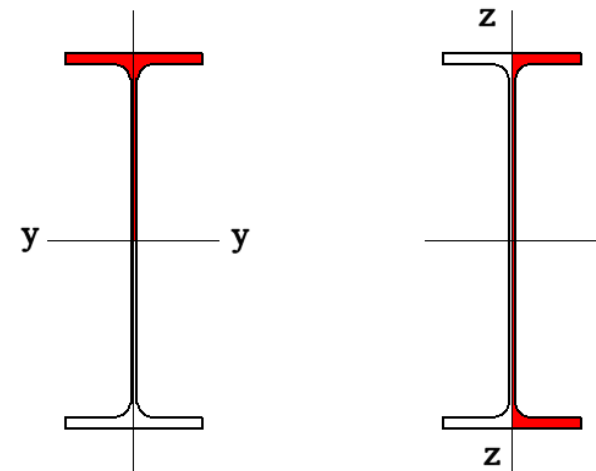
Nośność na zginanie odwołuje się do plastycznego wskaźnika wytrzymałości  $W_{pl, y}$

Rys: Autor

Notations pages 104-108 / Bezeichnungen Seiten 104-108

Désignation Designation Bezeichnung	Valeurs statiques / Section properties / Statis								
	axe fort y-y strong axis y-y starke Achse y-y					axe faible z-z weak axis z-z schwache Achse			
G kg/m	$I_y$ cm <sup>4</sup>	$W_{el,y}$ cm <sup>3</sup>	$W_{pl,y} \uparrow$ cm <sup>3</sup>	$i_y$ cm	$A_{vz}$ cm <sup>2</sup>	$I_z$ cm <sup>4</sup>	$W_{el,z}$ cm <sup>3</sup>	$W_{pl,z}$ cm <sup>3</sup>	
IPE A 100	6.9	141.2	28.81	32.98	4.01	4.44	13.12	4.77	7.
IPE 100	8.1	171.0	34.20	39.41	4.07	5.08	15.92	5.79	9.
IPE A 120	8.7	257.4	43.77	49.87	4.83	5.41	22.39	7.00	10.
IPE 120	10.4	317.8	52.96	60.73	4.90	6.31	27.67	8.65	13.

Rys: europrofil.lu



$$W_{y, pl} = 2 S_y (1/2 I)$$

## Najczęściej:

- ◆ VI klasa: blachownice spawane, przekroje zimnogięte;
- ◆ III klasa: blachownice spawane, rzadko dwuteowniki gorącowalcowane, przekroje zimnogięte;
  - ◆ II klasa: dwuteowniki gorącowalcowane, rury;
  - ◆ I klasa: dwuteowniki gorącowalcowane, rury.

$$N_{c,Rd (1-3)} = A f_y / \gamma_{M0}$$

$$N_{c,Rd (4)} = A_{eff} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd (1-2)} = W_{pl} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd (3)} = W_{el} f_y / \gamma_{M0}$$

$$M_{Rd (4)} = W_{eff} f_y / \gamma_{M0}$$

$$V_{Rd (1-3)} = A_v f_y / (\gamma_{M0} \sqrt{3})$$

$V_{Rd (4)}$  = lokalna utrata stateczności + nieliniowa zależność między  $M_{Rd (4)}$  i  $N_{c,Rd (4)}$

$$N_{t,Rd} = A f_y / \gamma_{M0}$$

## Sam moment zginający:

$$M_{Ed} / M_{Rd} \leq 1,0$$

Klasa przekroju	IV	III	II	I
Rozkład naprężeń $\sigma$ przekroju	Sprężysty		Plastyczny	
Efekty	Utrata stateczności lokalnej	Nośność przekroju		
$M_{Ed} =$	„Normalne” obliczenia statyczne konstrukcji		Nowy schemat statyczny i nowy układu obciążeń <b>(redystrybucja)</b>	
$M_{Rd} =$	$W_{eff} f_y / \gamma_{M0}$	$W_{el} f_y / \gamma_{M0}$	$W_{pl} f_y / \gamma_{M0}$	

$W_{eff}$  – wykład #13

$W_{el}$  – tablice do projektowania

$W_{pl}$  – tablice do projektowania, wzory

Aluminium - analogicznie: 4 klasy przekroju, różne nośności dla różnych klas:

- ◆ niestateczność lokalna dla IV klasy;
- ◆ zakres sprężysty dla III klasy;
- ◆ zakres plastyczny dla II klasy;
- ◆ zakres plastyczny z redystrybucją momentów zginających dla I klasy.

## Zagadnienia egzaminacyjne

Algorytm ustalania klas przekroju

Podobieństwa i różnice dla I i II klasy przekroju

Podobieństwa i różnice dla III i IV klasy przekroju

Przekroje gorącowalcowane i spawane, podobieństwa i różnice

Dziękuję za uwagę

© 2025 dr inż. Tomasz Michałowski

tmichal@pk.edu.pl